F 1130/3

REFERATIVA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLIV NUMĂRUL 1 ANUL 1982
IANUARIE–MARTIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Conf. dr. ing. *Cornel Berbente ;* Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu ;* Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan ;* Prof. dr. ing. *Octavian Floarea ;* Prof. dr. ing. *Julieta Florea ;* Prof. dr. ing. *Nicolae Geru ;* Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald ;* Prof. dr. *Ion Grădișteanu ;* Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan ;* Prof. ing. *Jean Moncea ;* Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu ;* Prof. dr. docent ing. *Florea Oprea ;* Prof. dr. ing. *Aurel Oprean ;* Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu ;* Prof. dr. ing. *Ion Popescu ;* Conf. dr. ing. *Mircea Radeș ;* Prof. dr. ing. *Marin Rădoi ;* Conf. dr. ing. *Sorin Roșca ;* Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu ;* Prof. dr. *Octavian Stănășilă ;* Prof. dr. ing. *Voicu Tache ;* Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu ;* Prof. dr. docent ing. *Andrei Țugulea ;* Prof. dr. ing. *Silvia Vacu ;* Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu.*

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356
TELEX: 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough **ILEXIM** import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest **ROMANIA**

MŰSZAKI INFORMÁCIÓS KÖZPONTI KÖNYVTÁR 1883

Sumar

MATEMATICĂ

R. Voinea, D. Mangeron, L. Krivoshein, D. Fernandez
Teoreme relativ la sistemele matematice de structură mixtă (l. engleză) 3

P. Balea
O clasificare generală a proceselor de aşteptare 9

FIZICĂ

V. L. Fara, R. Grigorescu
Criterii tehnico-economice de alegere a variantei optime pentru instalaţiile energetice solare. (II) 17

MECANICĂ

N. Enescu
Studiul regimului tranzitoriu al unui sistem vibrator liniar cu un grad de libertate 25

MECANICĂ AGRICOLĂ

T. Căsăndroiu, M. Segărceanu
Consideraţii teoretice privind forma geometrică optimă a aparatului de treier pentru porumb 33

MECANICĂ FINĂ

T. Demian, N. Lamb rache
Asupra utilizării ferofluidelor la lagărele aparatelor din mecanica fină 43

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C. Petcu, H. Pitaru, A. Belei
Contribuţii la creşterea preciziei calculului de rezistenţă al arborilor cotiţi. (l. germană) 53

TERMOTEHNICĂ

Al. Dănescu, S. Petrescu, O. Mălăncioiu, N. Băran, Al. Chisacof, S. Bucurenciu
Instalaţie solară cu ciclu termodinamic utilizînd un concentrator cilindro-parabolic de 100 m² 65

AERONAVE

D. Rugescu
Soluţie analitică iterativă pentru ascensiunea pasivă a rachetelor 73

MAŞINI UNELTE ŞI SCULE

E. Străjescu
Contribuţii privind influenţa microgeometriei sculelor aşchietoare din oţel rapid asupra capacităţii lor de aşchiere. (I) 85

TEHNOLOGIA MATERIALELOR ŞI SUDURĂ

D. Drimer D. Dimitrescu
Contribuţii la realizarea fagurilor metalici în construcţii aeronautice (l. franceză) Gh. Amza, Gh. Calea 93

Îmbunătăţirea calităţii şi a durabilităţii cuţitelor-roată de mortezat dantura, folosind ascuţirea în cîmp ultrasonor 97

HIDRAULICA

Julieta Florea, V. Panaitescu
Cercetări asupra stabilităţii hidrodinamice 101

ORGANE DE MAŞINI

A. Tudor
Asupra dependenţei criteriale a coeficientului de frecare de parametrii caracteristici uzării adezive a roţilor dinţate 105

Summary

MATHEMATICS

R. Voinea, D. Mangeron, L. Krivoshein, D. Fernandez
Theorems Concerning Mixed Structure Mathematical Systems which Generalize the Normal Functioning of Single Nerve Fiber Equations 3

P. Balea
A General Classification of the Queueing Processes 9

PHYSICS

V. L. Fara, R. Grigorescu
Technico-economical Criteria for Choosing the Optimum Variant of Solar Energy Installations 17

MECHANICS

N. Enescu
The Study of the Transient State of One Degree of Freedom System 25

AGRICULTURAL MECANICS

T. Căsăndroiu, M. Segărceanu
Some Theoretical Considerations Concerning Optimal Geometrical Form of Corn Shelling Device 33

FINE MECHANICS

T. Demian, N. Lambrache
Considerations Concerning Use of Ferromagnetic Fluids in Fine Mechanics Bearing Construction 43

INTERNAL COMBUSTION ENGINES

C. Petcu, H. Pitaru, A. Belei
Contributions to a Greater Accuracy in Computing Crankshaft Resistance . . . 53

THERMOTECHNICS

Al. Dănescu, S. Petrescu, O. Mălăncioiu, N. Băran, Al. Chisacof, S. Bucurenciu
Solar Power Plant with Thermodynamic Cycle, Using a Cylindro-Parabolic Concentrator of 100 m^2 65

AIRSHIPS

D. Rugescu . .
Iterating Analytical Solution on Passive Ascension of Rockets 73

MACHINE-TOOLS

E. Străjescu
Contributions Concerning the Influence of Microgeometry of Bearing Surfaces of Cutting Tools Made up of High-Speed Steel upon Their Cutting Capacity 85

MATERIALS TECHNOLOGY

D. Drimer, D. Dimitrescu
Contributions to the Implementation of the Metallic Honey-Combs for Aeronautical Buildings 93

Gh. Amza, Gh. Calea
The Quality and Durability Improvement of Wheel Slotting Tools Using the Sharpening in Ultrasonic Field 97

HYDRAULICS

Julieta Florea, V. Panaitescu .
Researches on the Hydrodynamic Stability 101

A. Tudor

On the Criterial Dependence of the Friction Coefficient of the Characteristics Parameters Wear Adhesion of the Gearing 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

MATEMATICA

C.Z.: 519.95.

THEOREMS CONCERNING MIXED STRUCTURE MATHEMATICAL SYSTEMS WHICH GENERALIZE THE NORMAL FUNCTIONING OF A SINGLE NERVE FIBER EQUATIONS

R. V. VOINEA[1], D. MANGERON[2], L. E. KRIVOSHEIN[3],

D. L. FERNANDEZ[4]

The authors study the nonlinear integro-differential system (3)—(6), which occur in modelling of some physical, technical or biological systems. Two theorems concerning the approximate solutions, with evaluations of the absolute errors are given. Some extensions of these results are analysed.

1. In the set of one of the authors joint with some other scientists papers [1]—[3] devoted to studies of various classes of mathematical systems with mixed structures which occur in the study of certain activities and in particular electrical activities of neural nets, were investigated among others the solutions of the integro-differential nonlinear system of the form

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{dx_i}{dt} = a\left[\dfrac{1}{1+\exp\left\{-f_i(t)-\sum\limits_{j=1}^{N} c_{ij}x_j\right\}} - x_i\right] + \\ \qquad \sum\limits_{k=1}^{K} b_{ik}\int_0^t g_{ik}[x_i(s)]\exp\{-p_{ik}(t-s)\}ds, \end{array}\right. \tag{1}$$

$$x_i(0) = x_i^0, \ (i = 1, 2, \ldots, N), \tag{2}$$

where a, b_{ik}, c_{ik} and p_{ik} are certain given constants such that $a > 0$, $c_{ii} = 0$ and $p_{ik} > 0$, $f_i(t)$ and $g_{ik}(x_i)$ are certain given functions which are sufficiently smooth in their arguments, x_i^0's are certain given constants

Manuscript received 20 November 1982

[1] Professor, Polytechnic Institute of Bucharest; [2] Professor Polytechnic Institute of Jassy; [3] Dept. of Mathemátics, Kirgizian State University, Frunze, KirgSSR, U.S.S.R.; [4] Instituto de Matemática, Sao Paulo, Republica Federativa do BRASIL.

and $x_i = x_i(t)'s$ are the unknown functions. Moreover, it was assumed that N is finite, at least one of the $b_{ik}'s$ is different from zero, and the corresponding $g_{ik}(x_i)$ is not identically equal to zero, which corresponds in certain realistic problems occuring in the study of electrical activities in neural networks to the case where $a \cong 100$ and $g_{ik}(x_i) \equiv x_i$, while the cases $N = K = 1$, and $N = 1$, $K = 2$ are of great importance in the study of isolated neurons for which a very large number of experimental results are available in the literature.

The biological implications of this set of results as well as studies of various other mathematical systems are to be found in [4]—[7] a.o.

Some recent progresses in neuro-muscular systems and in particular studies of the normal functioning of a single nerve fiber, or axon, which involves the mathematical models of nerve excitation, called Hodgkin-Huxley-Fitzhugh, (H—H—FH), equations, did thrust the authors to deal in what follows with a class of mixed structures mathematical systems which generalize from a certain points of view the H—H—FH equations, while in another set of papers various extensions of mathematical models inspired by the chief themes of the 7th International Congress of Mathematical Biology (Paris, the 10th, 11th and 12th Sept., 1(79) and of the forthcoming 8th International Congress of Mathematical Biology (Paris, the 10th, 11th and 12th Sept., 1981): „Mathematical Theory of Structure; Application to Sociological, Biological, Chemical and Physical Systems" and „Mathematical Models of Time and Evolution", respectively, will be presented somewhere else, by taking into consideration the recent literature in this very important domain, [8]—[12].

2. By underlying the fact that until nowadays the established mathematical models referred to the H—H—FH type equations did not taken into consideration the *Prehistory* of the studied phenomena, the authors are discussing the mixed problem

$$y^{(n)}(x) = f\Big[x,\ z(x),\ z'(x),\ z''(x),\ y(x), \ldots$$

(3)

$$\ldots,\ y^{(n)}(x),\ \int_a^b K(x,\ t.\ z(t),\ z'(t),\ z''(t),\ y(t),\ \ldots,\ y^{(n)}(t))\mathrm{d}t\Big],$$

$$z''(x) = F\Big[x,\ z(x),\ z'(x),\ z''(x),\ y(x),\ \ldots$$

(4)

$$\ldots,\ y^{(n)}(x),\ \int_a^b M(x,\ t,\ z(t),\ z'(t),\ z''(t),\ y(t),\ \ldots,\ y^{(n)}(t))\mathrm{d}t\Big],$$

(5) $$y^i(a) = p_i = \text{const},\ i = \overline{0,\ n-1};$$

(6) $$z(a) = z(b) = 0,$$

concerning the implicite equations system with hereditary operators, where $y^{(i)}(x)$ and $z^{(i)}(x)$ are the derivatives of the order i of the function $y(x)$ and $z(x)$, $\forall x \in [a, b]$, $a < b$, $a, b = \text{const}$;

$$f(x, l_1, l_2, \ldots, l_{n+5}),\ F(x, l_1, l_2, \ldots, l_{n+4}, l_{n+6}),$$

$$K(x, t, s_1, s_2, \ldots, s_{n+4}),\ M(x, t, s_1, s_2, \ldots, s_{n+4})$$

are given continuous functions with respect to their arguments in the domains

$$D_1 = [a \leqslant x \leqslant b] \times \prod_{i=1}^{n+5} [a_i \leqslant l_i \leqslant b_i)],$$

$$D_2 = [a \leqslant x \leqslant b] \times \prod_{i=1}^{n+4} [a_i \leqslant l_i \leqslant b_i] \times [a_{n+6} \leqslant l_{n+6} \leqslant b_{n+6}],$$

$$D_3 = D_4 = [a \leqslant x \leqslant b] \times [a \leqslant t \leqslant b] \times \prod_{i=1}^{n+4} [a_i \leqslant S_i \leqslant b_i],$$

$a_i, b_i = \text{const}$, $i = \overline{1, n+6}$, while with respect to l_i, s_i these functions satisfy Lipschitz conditions with continuous and non negative coefficients L_{if}, $i = \overline{1, n+5}$, $L_{iF}(x)$, $i = \overline{1, n+4}$; $n+6$, $L_{iK}(x, t)$, $i = \overline{1, n+4}$ and $L_{iM}(x, t)$, $i = \overline{1, n+4}$, respectively.

3. *The resolubility analysis of the problem* (3)—(6) *and construction of its approximate solutions.* To attain knowledge of the considered problem let us use the integral equations method [15] and subsequently get the integral equations system:

$$y(x) = \sum_{i=0}^{n-1} (p_i : i!)(x-a)^i + \int_a^x (x-\tau)^{n-1}((n-1)!)^{-1} u(\tau)\, d\tau \equiv A[u], \tag{7}$$

$$z(x) = (x-a)(b-a)^{-1} \int_a^b (\tau - b) v(\tau) d\tau + \int_a^x (x-\tau) v(\tau)\, d\tau \equiv B[v], \tag{8}$$

$$\begin{cases} u(x) = f[x, B[v], B'_x[v], v(x), A[u], A'_x[u], \ldots, A^{(n-1)}_{x^{n-1}}[u], u(x), \\ \int_a^b K(x, t, B[v], B'_t[v], v(t), A[u], A'_t[u], \ldots \\ \qquad \ldots, A^{(n-1)}_{t^{n-1}}[u], u(t))dt] \equiv H[v, u] \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} v(x) = F[x, B[v], B'_x[v], v(x), A[u], A'_x[u], \ldots, A^{(n-1)}_{x^{n-1}}[u], u(x), \\ \int_a^b M(x, t, B[v], B'_t[v], v(t), A[u], A'_t[u], \ldots \\ \qquad \ldots, A^{n-1}_{t^{n-1}}[u], u(t))dt] \equiv G[v, u]. \end{cases} \tag{10}$$

Clearly, the resolubility of the integral equations system (9), (10), supposed to be given by $u = u(x) \in C[a, b]$, $v = v(x) \in C[a, b]$, leads to the resolubility of the initial problem (3)—(6) and gives its solutions $y = y(x) \in C^n[a, b]$, $z = z(x) \in C^2[a, b]$.

The reciprocal assertion is also valid.

In what follows let us suppose that each of the operator $A[\cdot]$, $B[\cdot]$, $H[\cdot]$, $G[\cdot]$ mapps the domain of its definition into itself.

4. *Conditions which assure the convergence toward $y(x)$ and, respectively, $z(x)$ of the iterations' process*

(11) $y_i(x) = A[u_i]$ *and* (12) $z_i(x) = B[v_i]$, $i \to \infty$,

where,

(13) $u_i(x) = H[v_{i-1}, u_{i-1}]$ *and* (14) $v_i(x) = G[v_{i-1}, u_{i-1}]$, $i = 1, 2, \ldots$.

From the inequalities

$$\|u_{i+1}(x) - u_i(x)\| \leqslant \left\| \sum_{i=0}^{1} \left[L_{i+1f}(x) g^{(i)}(x) + L_{n+5f}(x) \int_a^b L_{i+1K}(x, t) g^{(i)}(t)\, \mathrm{d}t \right] \right\| X$$

$$\|v_i(x) - v_{i-1}(x)\| + \left\| \sum_{i=1}^{n} \left[L_{i+3f}(x)(x-a)^{n-i}((n-i)!)^{-1} + \right. \right.$$

(15)

$$\left. \left. + L_{n+5f}(x) \int_a^b L_{n+4K}(x, t)(t-a)^{n-i}((n-i)!)^{-1}\, \mathrm{d}t \right] \right\| X$$

$$\|u_i(x) - u_{i-1}(x)\| \equiv P_1 \|v_i(x) - v_{i-1}(x)\| + Q_1 \|u_i(x) - u_{i-1}(x)\|,$$

where $g(x) \equiv (x-a)^n (n!)^{-1} + (x-a)(b-a) 2^{-1}$ and

$$\|v_{i+1}(x) - v_i(x)\| \leqslant \left\| \sum_{i=0}^{1} \left[L_{i+1F}(x) g^{(i)}(x) + L_{n+6F}(x) \int_a^b L_{i+1M}(x, t) g^{(i)}(t)\, \mathrm{d}t \right] \right\| X$$

$$\|v_i(x) - v_{i-1}(x)\| + \sum_{i=1}^{n} \left[L_{i+3F}(x)(x-a)^{n-i}((n-i)!)^{-1} + \right.$$

(16)

$$\left. + L_{n+6F}(x) \int_a^b L_{n+4M}(x, t)\,(t-a)^{n-i}((n-i)!)^{-1} \mathrm{d}t \right] \| X$$

$$\|u_i(x) - u_{i-1}(x)\| \equiv P_2 \|v_i(x) - v_{i-1}(x)\| + Q_2 \|u_i(x) - u_{i-1}(x)\|,$$

where

$\|\cdot\| = \max_{[a,b]} |\cdot|$ and P_i, $Q_i (i = 1, 2) = \text{const}$, one obtains

$$(17) \quad \varepsilon_i \equiv \|u_{i+1}(x) - u_i(x)\| + \|v_{i+1}(x) - v_i(x)\| \leqslant R \varepsilon_{i-1} \leqslant \ldots \leqslant R^i \varepsilon_0 \xrightarrow[i \to \infty]{R < 1} 0,$$

where $R = \sup \{(P_1 + P_2), (Q_1 + Q_2)\}$.

Consequently one can set forth the following

Theorem 1. *The sequences $\{u_i(x)\}_{i=0}^{\infty}$ and $\{v_i(x)\}_{i=0}^{\infty}$ are, in the ramework of the admitted restrictions, Cauchy sequences or, which is the same, fundamental sequences.*

Analogously, one obtains

$$(18) \quad \delta_i \equiv \|u(x) - u_i(x)\| + \|v(x) - v_i(x)\| \leqslant R^i \delta_0 \xrightarrow[i \to \infty]{R < 1} 0.$$

5. *The estimation of* δ_0*'s magnitude.*

Let us put

$$u_0(x) - H[v_0,\ u_0] = r_1(x) \text{ and} \tag{19}$$

$$v_0(x) = G[v_0,\ u_0] = r_2(x). \tag{20}$$

Therefore, from (19) and (20) one obtains

$$\delta_0 \leqslant \left\| \sum_{i=1}^{2} |\, r_i(x)| \right\| : (1 - R) \tag{21}$$

and, subsequently,

$$\delta_i \leqslant R^i \left\| \sum_{i=1}^{2} |\, r_i(x)| \right\| : (1 - R). \tag{22}$$

Taking into account the inequality (22) one can state the following **Theorem 2.** *The total deviation of the approximations* (11) *and* (12) *from their limiting values, which are solutions of the considered problem, is given by*

$$|y(x) - y_i(x)| + |z(x) - z_i(x)| = |A[u - u_i] + B[v - v_i]| \leqslant$$

$$\leqslant (x - a)^n (n!)^{-1} \|u(x) - u_i(x)\| + g(x)\ \|(v(x) - v_i(x)\| \leqslant$$

$$\leqslant \left[\frac{(x-a)^n}{n!} + g(x) \right] R^i \left\| \sum_{i=1}^{2} |r_i(x)| \right\| : (1 - R) \xrightarrow[i \to \infty]{R < 1} 0,\ \forall (x) \in [a, b].$$

Remarks. 1°. Analogously, one can study the resolubility problem of the system (3)—(4) taking into consideration only initial or only boundary value conditions, say, „well —posed", although quite recently some interest was accorded also to „ill-posed" problems [13].

2°. Underneth equality

$$k = \|C^*\|$$

represents the norm of the operator $C^*[w]$. It is here the lower bound of positive numbers for which the inequality

$$\max_D |C^*[w_2] - C^*[w_1]| \leqslant k \max_D |w_2(x,\ t) - w_1(x,\ t)|,$$

$$\forall (w_1,\ w_2) \in C(D), \quad a^* \leqslant w_1,\ w_2 \leqslant b^*$$

holds.

3°. In some of the forthcoming papers the authors, taking into consideration the recent results concerning mathematical concepts of a structure complexity, definition and measurement of complexity as well as various other notions related to the correct interpretation of new phenomena and especially of those tied to Life, will deal with more complicated mathematical systems of mixed structure in view to approach the nowadays mathematical theories with Biology, which complexity surpasses even Mathematical problems in the Social Sciences [14]. One of the next papers will deal with Biomathematical systems with polyvibrating operators [15], [16].

REFERENCES

1. *D. Mangeron, M. N. Oguztoreli, R. B. Stein, K. V. Leung,* „On the stability of the steady state solutions of two neural models". Bul. Inst. politehn. Iași, New Series, Sect. I, 24, fasc. 1–2, (1974), 79–89.
2. *D. Mangeron, M. N. Oguztoreli,* „On a class of nonlinear integrodifferential equations". Accad. Naz. Lincei. Rend., Cl. sci. fis., mat. e natur, (8), LIV, 4, 342–348 and LIV, 5, 699–705, 1973 (1974).
3. *K. V. Leung, D. Mangeron, M. N. Oguztoreli, R. B. Stein,* "New mathematical models of physical phenomena. On the numerical solutions of a nonlinear functional-differential system which occurs in the study of electrical activities in some neural nets". Bul. ştiinţ. tehn. Inst. politehn. „Traian Vuia", Timişoara, New Series, 23(37), Sect. Mech., 1 (1978), 7–12.
4. *D. L. Fernandez, L. E. Krivoshein, D. Mangeron, S. Niang,* „Théorèmes d'unicité, d'existence, de stabilité et d'évaluation des erreurs commises lors du choix des solutions approchées concernant certains systèmes intégro-différentiels non linéaires aux opérateurs paraboliques et aux autoréglages dans les limites d'intégration et dans les conditions initiales". Rev. Real Acad. Cie. Exactas, Fis., Natur., de Madrid, LXXIII, 3 (1979), 437–446.
5. *U. D'Ambrosio, L. E. Krivoshein, D. J. Mangeron, M. Shimbo,* „Méthode unitaire d'étude de différentes classes de problèmes "bien posés" concernant certains systèmes intégro-différentiels non linéaires aux opérateurs polyvibrants et aux autoréglages dans les limites d'intégration". Rev. Real Acad. Cie. Exactas, Fis., Natur., de Madrid, LXXIV, 2 (1980), 283–295.
6. *K. V. Leung, D. Mangeron, M.N. Oguztoreli, R. B. Stein,* "On the stability and numerical computation of the solution of two neural models". Utilitas Mathematica, 5(1974), 167–216; b. "Improved neuronal models for studying neural networks". Kybernetik, 15(1974), 9 p.
7. *D. L. Fernandez, D. Mangeron,* „Sur certains systèmes mathématiques de structure complexe qui généralisent les équations de Hodgkin-Huxley-Fitzhugh concernant les modèles d'excitation des nerfs". Bull. Acad. et Soc. Lorraines des Sci., (sous presse).
8. *H. M. Lieberstein,* "Mathematical Physiology. Blood Flow and Electrically Active Cells". R. Bellman, Editor. Elsevier. New York. London. Amsterdam 1973, XIX, 377p.
9. * * *, "Mathematical methods in Biology (in Russian: Matematicheskie metody v Biologii"). Kiev, Naukova DUMKA. Editor — in Chief: Acad. Ju. A. Mitropol'ski, 1977, 192 p.
10. *A. S. Fokht,* "On the solution of Fitzhugh — type problem using the successive approximations method" (in Russian). In the vol. „Boundary value problems within the theory of heat transfer", Kiev, Math. Inst. Ukrain. Akad. Nauk, 1975. Editor-in — Chief Acad. Ju. A. Mitropol'ski.
11. * * *, Series "Lecture Notes in Biomathematics". Springer-Verlag. Berlin–Heidelberg–New York. There are 33 volumes nowadays.
12. * * * ,Various special periodicals, as for instance: Kybernetes, Biological Cybernetics, Revue de Bio-Mathématique.
13. *N. S. Nashed,* Editor, "International Symposium devoted to "Ill-pose Problems. Theory and Practice". University of Delaware, Newark, DE, Oct. 2–6, 1979.
14. *R. Bellman,* "Mathematics in the Social Sciences". Santa Monica, 1979.
15. *R. P. Voinea, M. N. Oguztoreli, D. Mangeron, L.E. Krivoshein,* "Etude des systèmes mathématiques possédant la structure complexe. III. Problèmes concernnt certaines systèmes intégro-fonctionnels non linéaires, aux opérateurs polyvibrants". Bul. Inst. politehn. Bucureşti.

Teoreme relativ la sistemele matematice de structură mixtă

În lucrare este studiat sistemul neliniar integro-diferenţial (3)–(6), întîlnit în modelarea unor sisteme fizice, tehnice şi biologice. Sînt date două teoreme privind rezolvarea aproximativă a acestui sistem, cu evaluări ale erorii şi sînt analizate posibilităţi de extindere a acestor rezultate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

C.Z.: 519.87

O CLASIFICARE GENERALĂ A PROCESELOR DE AȘTEPTARE

P. BALEA*

Generalizind clasificarea proceselor de așteptare introdusă de D. G. Kendall ([4]) și extinsă de A. M. Lee [(5]) se notează un proces de așteptare astfel:

$$A\,;\ A^*/B\,;\ B^*/C\,;\ C^*/s\,:\ (K,\ d)$$

unde:

A descrie momentele intrării populațiilor de intrare A_j care au structura specificată de A* ([2]),

B specifică momentele intrării la servire a populațiilor de servire B_i cu structura descrisă de B*,

C descrie momentele cînd are loc refuzul populațiilor de refuz C_j a căror structură este specificată de C*,

s este numărul de stații de servire,

K este capacitatea sistemului,

d este disciplina cozii.

Dacă $X(t)$ reprezintă numărul de clienți care au intrat într-un sistem de așteptare pînă în momentul t, $Y(t)$ este numărul de clienți serviți de sistem (sau în curs de servire) pînă în momentul t, iar $Z(t)$ reprezintă numărul clienților refuzați de sistem pînă în momentul t, atunci procesul:

$$U(t) = \{X(t),\ Y(t),\ Z(t)\,;\ 0 \leqslant t \leqslant T\}$$

$$X(t) \geqslant 0,\quad Y(t) \geqslant 0,\quad Z(t) \geqslant 0$$

este un proces de așteptare în intervalul de timp $[0,\ T]$.

Considerăm un sistem general de așteptare în care intrarea, servirea și refuzul clienților se face în grupuri neomogene aleatoare care formează populații aleatoare neomogene ([1]).

În [2] se arată că procesul de intrare $\{X(t),\ t \geqslant 0\}$ este determinat, în majoritatea cazurilor concrete, de procesul timpului $(T_j)_{j\in N}$, $T_j = t_j - t_{j-1} > 0$ fiind intervalul de timp dintre două intrări consecutive, respectiv a populațiilor de intrare A_{j-1} și A_j și de procesul $(\xi^{(j)})_{j\in N}$ care

Manuscris primit la data de 14 martie 1980
* Lector dr., Catedra Matematici III

descrie structura populației de intrare A_j și care este dată prin indicarea repartiției vectorului aleator:

$$\xi^{(j)} = (\xi_1^{(j)}, \ldots, \xi_n^{(j)}).$$

Procesul de servire $\{Y(t), t \geqslant 0\}$ este determinat de procesul timpului $(T_j')_{j\in N}$, $T_j' = t_{j+1}' - t_j' > 0$ fiind timpul de blocare al stației de servire de către populația de servire B_j și de procesul $(\eta^{(j)})_{j\in N}$ care descrie structura populației de servire B_j și care este dată prin indicarea repartiției vectorului aleator:

$$\eta^{(j)} = (\eta_1^{(j)}, \ldots, \eta_n^{(j)}).$$

Procesul refuzului $\{Z(t), t \geqslant 0\}$ este determinat de procesul timpului $(T_j'')_{j\in N}$, $T_j'' = t_j'' - t_{j-1}'' > 0$ fiind intervalul de timp dintre două refuzuri consecutive (respectiv a populațiilor C_{j-1} și C_j) și de procesul $(\zeta^{(j)})_{j\in N}$ care descrie structura populațiilor de refuz C_j și care este dată prin indicarea repartiției vectorului aleator:

$$\zeta^{(j)} = (\zeta_1^{(j)}, \ldots, \zeta_n^{(j)}).$$

Generalizînd clasificarea proceselor de așteptare introdusă de D. G. Kendall [4]) și extinsă de A. M.Lee [5], vom folosi următoarea notație a proceselor de așteptare:

$$A\,;\, A^*/B\,;\; B^*/C\,;\; C^*/s : (K,\ d)$$

unde:

A descrie momentele intrării populațiilor de intrare A_j în sistem,
A^* specifică structura populațiilor de intrare A_j,
B specifică momentele intrării la servire a populațiilor de servire B_j,
B^* descrie structura populațiilor de servire B_j,
C specifică momentele cînd are loc refuzul populațiilor de refuz C_j,
C^* descrie structura populațiilor de refuz C_j,
s este numărul de stații de servire,
K reprezintă numărul maxim de clienți care pot fi cuprinși în sistem,
d este disciplina cozii.

A, D și C pot fi unul dintre simbolurile: D, M, E_k, G după cum intervalele corespunzătoare de timp au respectiv repartiție deterministă, aleatoare-poissoniană, erlangiană sau generală.

A^*, D* și C^* pot fi unul dintre simbolurile: D^n, MD^n, PMD^n, G^n dacă structura populațiilor corespunzătoare este respectiv deterministă, multinomială, Poisson multidimensională sau generală; pot fi, evident, și alte structuri.

Disciplina cozii (d) poate fi: $PVPS$ (primul venit, primul servit), $UVPS$ (ultimul venit, primul servit), SCA (servire în ordine aleatoare), SPA (servire cu priorități absolute), SPR (servire cu priorități relative) etc.

Dacă nu există refuz, modelul se notează:

$$A\,;\, A^*/\,B\,;\; B^*//s : (K,\ d)$$

În cazul particular în care intrarea, servirea și refuzul se fac individual, modelul se notează :

$$A/\mathrm{D}/C/s : (K,\ d)$$

și se tratează ca în cazurile cunoscute, obținîndu-se evident aceleași rezultate numerice ([5], [6], [7])

Studiind cîteva modele de așteptare particulare și comparînd rezultatele obținute cu cele cunoscute (care au fost găsite prin tratarea „clasică"), va rezulta avantajul folosirii acestei metode în studierea fenomenelor de așteptare.

1. Considerăm sistemul de așteptare :

$$D\,;\ D^n/\,D\,;\ D^n/D\,;\ D^n/1 : (\infty,\ PVPS)$$

Clienții părăsesc stația în grup (după servire).

Sistemul de așteptare își începe activitatea la momentul $t_0 \geqslant 0$ cînd în șirul de așteptare sînt deja clienții populației inițiale :

$$A_0 = \left\{ \begin{matrix} \alpha_i^{(0)} \\ x_i \in A_0/i = 1,\ \ldots,\ n\,;\ \alpha_i^{(0)} \in N_0 \end{matrix} \right\}$$

Populațiile de intrare A_j sosesc în sistem la intervale egale de timp de lungime a $(0 < a < \infty)$, $t_0 + a$ fiind momentul intrării populației A_1. Numărul populațiilor de intrare A_j care au intrat în sistem pînă în momentul t este :

$$j_1 = \left[\frac{t - t_0}{a} \right]$$

unde am notat prin $[q]$ partea întreagă a lui $q \in Q$.

Repartiția numărului de indivizi din fiecare tip i $(i = 1,\ \ldots,\ n)$ în populația de intrare A_j este deterministă, adică :

$$\xi_i^{(j)} = b_i \ (i = 1,\ \ldots,\ n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} b_i = b,$$

b_i și b fiind constante pentru orice $j \in N$.

Dacă populațiile de servire B_j intră în sistem la intervale egale de timp de lungime c $(0 < c < \infty)$, $t_c' + c$ fiind momentul intrării în stație a populației B_j, atunci numărul populațiilor de servire B_j intrare la servire pînă în momentul t este :

$$j_2 = \left[\frac{t - t_0'}{c} \right]$$

iar numărul populațiilor de servire B_j servite pînă în momentul t este :

$$j_2^{(s)} = \begin{cases} j_2 & \text{dacă la momentul } t \text{ stația de servire este liberă,} \\ j_2 - 1 & \text{dacă la momentul } t \text{ stația de servire este ocupată.} \end{cases}$$

Repartiția vectorului $\eta^{(j)}$ este determinată:

$$\eta_i^{(j)} = d_i \ (i = 1, \ldots, n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} d_i = d,$$

d_i și d fiind constante pentru orice $j \in N$.

Populațiile de refuz C_j apar la intervale egale de timp de lungime $u(9 < u < \infty)$, $t_0'' + u$ fiind momentul refuzului populației C_1. Numărul populațiilor de refuz C care au fost refuzate pînă în momentul t este:

$$j_3 = \left[\frac{t - t_0''}{u}\right]$$

Repartiția vectorului $\zeta^{(j)}$ este determinată:

$$\zeta_i^{(j)} = h_i \ (i = 1, \ldots, n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} h_i = h,$$

h_i și h fiind constante pentru orice $j \in N$.

Dacă D_j este populația de așteptare ([3]), atunci din teorema 1 din [3] rezultă:

$$\begin{cases} D_0 = A_0 \\ D_j = A_0 \amalg \left(\coprod_{k=1}^{j_1} A_k\right) - \left(\coprod_{k=1}^{j_2} B_k\right) - \left(\coprod_{k=1}^{j_3} C_k\right), \ (j \in N). \end{cases}$$

Numărul de clienți de tipul i din șirul de așteptare la momentul t este:

$$W_i(t) = \alpha_i^{(0)} + \left[\frac{t - t_0}{a}\right] b_i - \left[\frac{t - t_0'}{c}\right] d_i - \left[\frac{t - t_0''}{u}\right] h_i, \ (i = 1, \ldots, n)$$

Numărul total de clienți din șirul de așteptare la momentul t este:

$$W(t) = \alpha^{(0)} + \left[\frac{t - t_0}{a}\right] b - \left[\frac{t - t_0'}{c}\right] d - \left[\frac{t - t_0''}{u}\right] h$$

unde:

$$\alpha^{(0)} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^{(0)}.$$

Se poate verifica ușor că:

$$W(t) = \sum_{i=1}^{n} W_i(t).$$

Numărul de clienți de tipul i din sistemul de așteptare la momentul t este:

$$W_i(t) = W_i(t) + \beta_i(t), \quad (i = 1, \ldots, n)$$

unde:

$$\beta_i(t) = \begin{cases} d_i & \text{dacă la momentul } t \text{ stația de servire este ocupată,} \\ 0 & \text{dacă la momentul } t \text{ stația de servire este liberă.} \end{cases}$$

Numărul total de clienți din sistemul de așteptare la momentul t este:

$$W^*(t) = W(t) + \beta(t)$$

unde:

$$\beta(t) = \begin{cases} d & \text{dacă la momentul } t \text{ stația de servire este ocupată,} \\ 0 & \text{dacă la momentul } t \text{ stația de servire este liberă.} \end{cases}$$

Este evidentă relația:

$$W^*(t) = \sum_{i=1}^{n} W_i^*(t).$$

Timpul de așteptare în șirul de așteptare pentru clienții care intră în sistem la momentul t este:

$$\tau(t) = \frac{W^*(t)}{c},$$

acest timp de așteptare fiind același pentru toți clienții care au intrat în sistem la momentul t.

Toate aceste caracteristici servesc la proiectarea unui sistem de așteptare dintre cele mai simple. Dacă vrem să proiectăm un astfel de sistem, fără șir de așteptare, este suficient să alegem următoarele valori ale parametrilor:

$$\alpha_i^{(0)} = 0 \text{ pentru } i = 1, \ldots, n \text{ și deci } \alpha^{(0)} = 0 \quad (A_0 = \Phi),$$

$$a = c = u > 0 \quad (a, \ c, \ u \text{ finite}),$$

$$b_i = d_i + h_i \ (i = 1, \ldots, n) \text{ și deci } b = d + h,$$

$$t_0 = t_0' = t_0'' \geqslant 0.$$

În aceste condiții rezultă:

$$W_i(t) = 0 \quad (i = 1, \ldots, n)$$

$$W(t) = 0$$

$$W_i^*(t) = \beta_i(t) \quad (i = 1, \ldots, n)$$

$$W^*(t) = \beta(t)$$

$$\tau(t) = \begin{cases} \dfrac{d}{c} & \text{dacă la momentul } t \text{ stația de servire este ocupată,} \\ 0 & \text{dacă la momentul } t \text{ stația de servire este liberă} \end{cases}$$

$$\tau^*(t) = \tau(t) + c.$$

Astfel, dacă populațiile de intrare au cîte 20 clienți fiecare și intră în sistem la intervale egale cu 2 minute, pentru a nu avea șir de așteptare trebuie ca:

$$\tau^*(t) = \frac{d}{2} + 2 \leqslant 10$$

adică $d \leqslant 16$; deci din fiecare populație care intră vor fi serviți imediat 16 clienți și refuzați 4 clienți pentru a nu avea coadă. Aceeași concluzie practică se obține prin tratarea clasică a modelului respectiv ([6]).

2. Considerăm sistemul de așteptare:

$$D; D^n/D; D^n/D; D^n/n: (\infty, PVPS)$$

Clienții părăsesc stația în grup după servire.

Intrarea și refuzul clienților se face la fel ca la sistemul de așteptare precedent.

Acest sistem de așteptare are n stații de servire specializate care lucrează în paralel; stația $S_i (i = 1, \ldots, n)$ servește numai clienți de tipul i. Stația S_i își începe activitatea la momentul $t_0^{(i)}$. Intrarea populațiilor de servire omogene:

$$B_j^{(i)} = \left\{ \begin{matrix} \eta_i^{(j)} \\ x_i \in B_j^{(i)} / \eta_i^{(j)} \in N_0 \end{matrix} \right\}$$

în stația S_i se face la intervale egale de timp de lungime c_i $(0 < c_i < \infty)$ pentru $i = 1, \ldots, n$.

Numărul populațiilor de servire $B_j^{(i)}$ intrate la servire în stația S_i pînă în momentul t este:

$$j_{(i)} = \left[\frac{t - t_0^{(i)}}{c_i} \right] (i = 1, \ldots, n)$$

iar numărul populațiilor $B_j^{(i)}$ servite pînă în momentul t este:

$$j_{(i)}^{(s)} = \begin{cases} j_{(i)} & \text{dacă la momentul } t \text{ stația } S_i \text{ este liberă,} \\ j_{(i)} - 1 & \text{dacă stația } S_i \text{ este ocupată la momentul } t, \end{cases}$$

pentru $i = 1, \ldots, n$.

Populațiile de servire $B_j^{(i)} (i = 1, \ldots, n)$ au același număr de indivizi în orice moment deci:

$$\eta_i^{(j)} = d_i \ (i = 1, \ldots, n)$$

Conform teoremei 2 din [3] rezultă:

$$\begin{cases} D_0 = A_0 \\ D_j = A_0 \amalg \left(\coprod_{k=1}^{j_1} A_k \right) - \left(\coprod_{i=1}^{n} \left(\coprod_{k=1}^{j(i)} B_i^{(i)} \right) \right) - \left(\coprod_{k=1}^{j_2} C_k \right) (j \in N) \end{cases}$$

unde D_j este populația de așteptare.

Numărul de clienți de tipul i din șirul de așteptare la momentul t este:

$$W_i(t) = \alpha_i^{(0)} + \left[\frac{t-t_0}{a}\right] b_i - \left[\frac{t-t_0^{(i)}}{c_i}\right] d_i - \left[\frac{t-t_0''}{u}\right] h_i \quad (i=1, \ldots, n)$$

Numărul total de clienți din șirul de așteptare la momentul t este:

$$W(t) = \alpha^{(0)} + \left[\frac{t-t_0}{a}\right] b - \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{t-t_0^{(i)}}{c_i}\right] d_i - \left[\frac{t-t_0''}{u}\right] h.$$

Este evidentă relația:

$$W(t) = \sum_{i=1}^{n} W_i(t).$$

Numărul de clienți de tipul i din sistemul de așteptare la momentul t este:

$$W^*(t) = W(t) + \beta_i(t) \quad (i = 1, \ldots, n)$$

unde:

$$\beta_i(t) = \begin{cases} d_i & \text{dacă la momentul } t \text{ stația } S_i \text{ este ocupată,} \\ 0 & \text{dacă la momentul } t \text{ stația } S_i \text{ este liberă.} \end{cases}$$

Numărul total de clienți din sistemul de așteptare la momentul t este:

$$W^*(t) = W(t) + \beta(t)$$

unde:

$$\beta(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k} d_i & \text{dacă la momentul } t \text{ stațiile } S_i (1 \leqslant i \leqslant k \leqslant n) \text{ sînt ocupate,} \\ 0 & \text{dacă la momentul } t \text{ toate stațiile } S_i \text{ sînt libere.} \end{cases}$$

Se vede că:

$$W^*(t) = \sum_{i=1}^{n} W_i^*(t).$$

Timpul mediu de așteptare din șirul de așteptare a clienților de tipul i care intră în sistem la momentul t este:

$$\tau_i(t) = \frac{W_i^*(t)}{c_i} \quad (i = 1, \ldots, n).$$

Timpul mediu de așteptare în sistemul de așteptare a clienților de tipul i care intră în sistem la momentul t este:

$$\tau_i^*(t) = \tau_i(t) + c_i \quad (i = 1, \ldots, n)$$

3. Considerăm sistemul de așteptare:

$$M\,;\ M/PD^n/M\,;\ MD^n//1:(\infty,\ PV/PS)$$

Populația de așteptare este:

$$D_j=\left\{\begin{matrix}\rho_i\\ x_i\in D_j/i=1,\ \ldots,\ n\,;\ \rho_i\neq 0 \text{ sau } \rho_i=0 \text{ pentru } i=i_1,\ \rho_i=0 \text{ pentru } i\neq i_1\end{matrix}\right\}$$

unde:

$$i\in\{1,\ \ldots,\ n\}$$

Numărul mediu de indivizi din D_i este în acest caz:

$$M(W(t_j))=\rho_{i_1}(t_j)=\max(\xi_{i_1}(t_j),\ \xi_{i_1}(t_j)+\sum_{k=1}^{p}\xi_{i_1}(t_k)-\sum_{k=1}^{p}\eta_{i_1}(t_k),\ 1\leqslant p\leqslant j-1),$$

rezultat similar celui obținut prin tratarea clasică a acestui model în [7] și cu care se pot determina și celelalte caracteristici ale sistemului respectiv.

BIBLIOGRAFIE

1. *Balea, P.*, Asupra conceptului de populație aleatoare, Bul. I.P.B., Seria Chimie-Metalurgie, Tom XLI, Nr. 4, 1979.
2. *Balea P.* Studiul proceselor de așteptare folosind conceptul de populație aleatoare, Bul. I.P.B., Seria Mecanică, Nr. 2, 1980.
3. *Balea P.*, Populații aleatoare în șirul de așteptare al unui sistem general de așteptare, Bul. I.P.B., Seria Chimie-Met., Nr. 2, 1981.
4. *Kendall D. G.*, Some Problems in the Theory of Queues, J. Roy Statist., Soc., Ser. B, Nr. 2, 1951.
5. *Lee A. M.*, Teoria așteptării cu aplicații, Ed. Tehnică, București, 1976.
6. *Mihoc Gh., Ciucu G.*, Introducere în teoria așteptării, Ed. Tehnică, București, 1967.
7. *Mihoc Gh., Ciucu G., Muja A.*, Modele matematice ale așteptării, Ed. Acad. R.S.R., București, 1973.

A General Classification of the Queueing Processes

Generalising the classification of the queueing processes introduced by D. G. Kendall ([4]) and extended by A. M. Lee ([5]) a queueing process is noted as follows:

$$A\,;\ A^*/B\,;\ B^*/C\,;\ C^*/s:(K,\ d)$$

where:

A describes the moments of entrance of the entrance populations A_j, having the structure specified by A^* ([2]),

B specifies the moments of entrance at serving of the serving populations B_j, having the structure described by B^*,

C describes the moments when the refuse of the refuse populations C_j (the structure of which is specified by C*) occurs,

s is the number of the serving stations,

K is the capacity of the system,

d is the queueing discipline.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

FIZICĂ

CRITERII TEHNICO-ECONOMICE DE ALEGERE A VARIANTEI OPTIME PENTRU INSTALAȚIILE ENERGETICE SOLARE (II)

V. L. FARA, R. GRIGORESCU*

În vederea unei reprezentări sintetice a influenței radiației solare într-un anumit model economic, este introdus un coeficient de disponibilitate a energiei radiației solare pe teritoriul țării noastre. Este calculată economia de energie realizată, în cazul unei instalații energetice pentru care o anumită cotă din energia convențională este preluată de energia solară. Folosind condiția de rentabilitate a unei instalații energetice solare, este obținută o ecuație de corelație a parametrilor tehnologici, economici și climatici (caracteristici radiației solare). Pe această bază sînt stabilite anumite criterii tehnico-economice de alegere a variantei optime de instalație energetică solară, definindu-se și indicatorii corespunzători de performanță. Sînt relevate sensibilitatea metodei de analiză tehnico-economică evidențiindu-se pragul de rentabilitate și selectivitatea acesteia (obținîndu-se reguli de ordonare a variantelor de instalații solare). În finalul lucrării, este prezentată o metodă grafică operativă de determinare a indicatorilor de performanță.

5. Exemplu de alegere a variantei optime

Atunci cînd se pune problema analizei aplicării energiei solare pentru suplinirea consumului de combustibil la un consumator oarecare, este necesar să se stabilească dacă varianta solară este sau nu rentabilă, iar în cazul mai multor variante, care este cea mai rentabilă. Urmînd metodologia expusă în paragraful anterior, vom prezenta un exemplu de analiză tehnico-economică, în cazul a trei variante de instalații solare. Pentru aceasta considerăm :

— Caracteristicile radiației solare ale poziției geografice a amplasamentului instalației sînt cele ale zonei 2 — București :

$$u = 1{,}822\,; \quad H = 653 \text{W/m}^3\,; \quad k = 899 \text{ kWh/m}^2\cdot\text{an}$$

— parametrii consumatorului sînt :

$$q_{col} = 20000 \text{ kW/an}\,; \quad \Delta\overline{T} = 30°\text{C}\,; \quad p_E = 0{,}30 \text{ lei/kWh}$$

Manuscris primit la data de 3 aprilie 1981
* Șef lucrări dr. ; Ing., Catedra de Fizică

— parametrii instalației solare sînt :

$$A = 40 \text{ m}^2; \; V = 4 \text{ m}^3; \; p_S = 10.000 \text{ lei/m}^3; \; \eta_{IA} = 0{,}8;$$

$$t_v = 15 \text{ ani}; \; r = 0.$$

Se pune problema alegerii între trei tipuri de colectori solari produși de industrie (tabelul 2).

Tabelul 2

Varianta	Ecuația randamentului	η	p_{col}(lei/m^2)
V_1	$\eta = 0{,}761 - 7{,}581 \frac{\Delta \bar{T}}{H}$	0,412	1765
V_2	$\eta = 0{,}85 - 10 \frac{\Delta \bar{T}}{H}$	0,390	500
V_3	$\eta = 0{,}75 - 8 \frac{\Delta \bar{T}}{H}$	0,382	1350

Rezultă :

$$a = \frac{Ak^2}{\eta_{IA} q_{col}} t_v p_E = \frac{40 \cdot 800^2}{0{,}8 \cdot 20000} 15 \cdot 0{,}3 = 7200 \text{ lei/m}^2; \; b = \frac{VK}{q_{col}} p_S =$$

$$= \frac{4.800}{20000} 10000 = 1600 \text{ lei/m}^2$$

Ecuația de corelație (15) devine :

$$7200 \; u^2\eta^2 - 1600 \; u\eta - p_{col} = 0$$

Rezultatele obținute pentru cele trei variante sînt date în tabelul 3.

Tabelul 3

Varianta	u^*	η^*	$p^*_{col(lei/m^2)}$	α	β
V_1	1,501	0,339	2856	1,213	1,618
V_2	1,018	0,218	2498	1,789	4,997
V_3	1,461	0,306	2374	1,247	1,758

Se calculează ΔC ; $u\eta$; $\alpha_0 x_0$, rezultatele fiind prezentate în tabelul 4.

Tabelul 4

Varianta	ΔC(lei)	$u\eta$	$\alpha_0 x_0$
V_1	36321	0,75	0,70
V_3	70312	0,71	0,47
V_3	36756	0,69	0,54

Din tabelul 4 se constată că $\Delta C_2 > \Delta C_1 \simeq \Delta C_3$; astfel, ordinea de alegere a variantelor de instalații solare va fi :

$$1.V_2 ; \quad 2-3 \; V_1, \; V_3$$

Pentru ordonarea variantelor V_1, V_3 remarcăm faptul că ambele variante îndeplinesc condiția $u\eta > \alpha_0 x_0$; în acest caz este necesar să aplicăm criteriul max α, max β.

Din tabelul 3 observăm că $\alpha_3 > \alpha_1$; rezultă că, ordinea finală de alegere va fi :

$$1.V_2 ; \; 2.V_3 ; \; 3.V_1$$

6. Metoda grafică de determinare a indicatorilor de performanță

În vederea creșterii operativității metodei prezentate în § 4, s-au construit două nomograme (fig. 2, fig. 3), cu ajutorul cărora se pot calcula ΔC, α, β, x_0.

Pentru simplificare vom utiliza următoarele abrevieri

N_1, N_2 — nomogramele din fig. 2, respectiv fig. 3.

$C_{1,2\cdot3\,4}$ — cadranele 1,2,3,4

Metoda se bazează pe observația că. pentru o pereche de valori (u, η), diferența de preț $p^*_{col} - p^{*\prime}_{col}$, între situațiile pentru care folosim colectorul solar la o instalație de referință (avînd coeficienți a_0, b_0) și respectiv, la una reală (cu coeficienți a', b'), poate fi pusă sub forma :

$$\Delta p_{col} = p^*_{col} - p^{*\prime}_{col} = (a_0 - a')u^2\eta^2 - (b_0 - b')\,u\eta =$$

$$= Ax^2 - Bx \qquad (31)$$

Vom alege pentru exemplificare drept valori de referință :

$$a_0 = 7000 \text{ lei/m}^2 ; \quad b_0 = 1500 \text{ lei/m}^2$$

Datele de calcul sînt : $u = 1,8$; $\eta = 0,4$; $q_{col} = 20.000$ kWh ;

$$p_{col} = 1500 \text{ lei/m}^2 ; \quad a' = 5500 \text{ lei/m}^2 ; \quad b = 1100 \text{ lei/m}^2$$

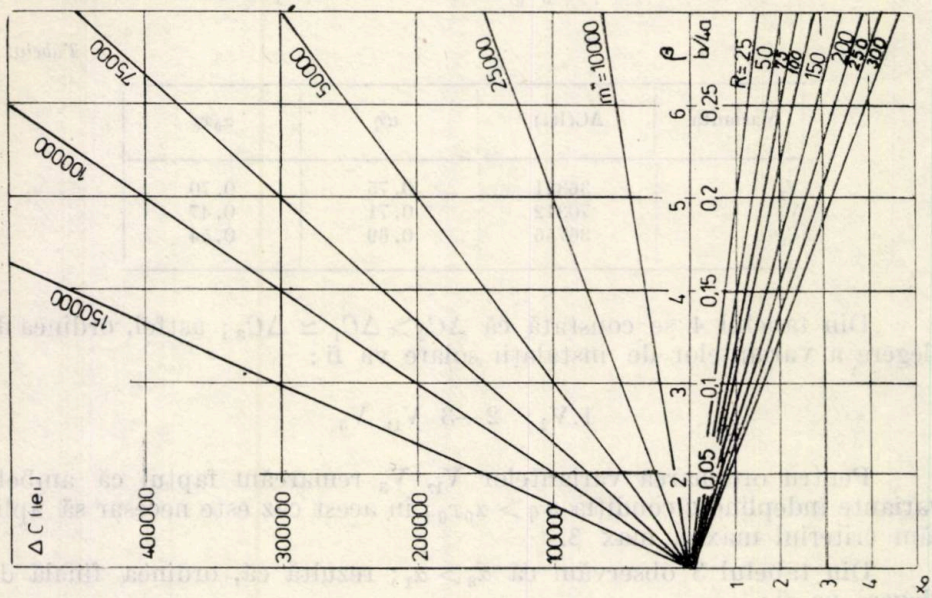


Fig. 3. Nomogramă pentru calculul lui ΔC și x_0

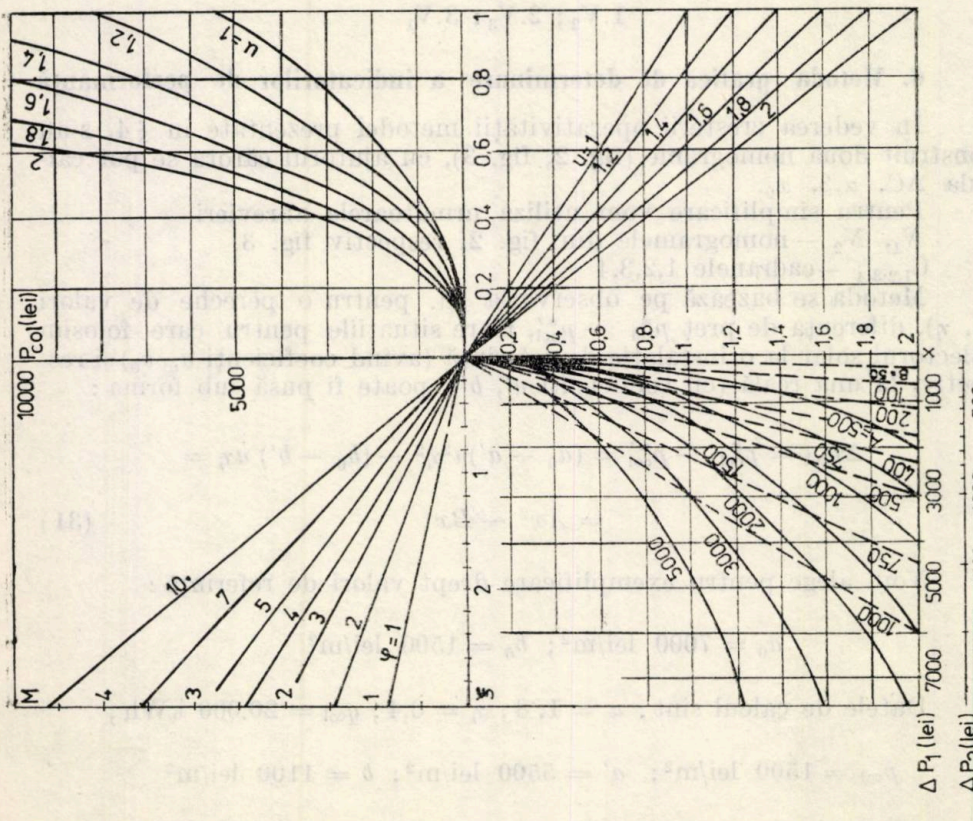


Fig. 2 Nomogramă pentru calculul parametrilor p_{co}^*, u^*, η^*

Procedeul de calcul este următorul:

1) pentru u și η dați, se calculează p^*_{col} din N_1, C_1 (fig. 4)

$$p^*_{col} = 2500 \text{ lei/m}^2$$

2) dacă $a \neq a_0$, $b \neq b_0$, se calculează $x = u\eta$ din N_1, C_4 (fig. 4)

$$x = 0{,}75$$

3) se calculează $A = (a_0 - a')$; $B = (b_0 - b')$

$$A = (7000 - 5500) = 1500 \text{ lei/m}^2; \quad B = (1500 - 1100) = 400 \text{ lei/m}^2$$

4) se determină Δp_1 și Δp_2 din N_1, C_3

$$\Delta p_1 = 800 \text{ lei/m}^2; \qquad \Delta p_2 = 350 \text{ lei/m}^2$$

5) se verifică semnul lui Δp_1, Δp_2
— dacă a_0, $b_0 > a'$, b, semnul este pozitiv
— dacă a_0, $b_0 < a'$, b' semnul este negativ

6) se calculează $p^{*\prime}_{col} = p_{col} - \Delta p_1 + \Delta p_2 = 2050 \text{ lei/m}^2$

7) se determină $\xi = \dfrac{B}{A}$, $\varphi = \dfrac{A\Delta p_{col}}{B^2}$

$$\xi = \frac{400}{1500} = 0{,}266; \quad \varphi = \frac{1500 \cdot 450}{400^2} = 4{,}218$$

8) se determină M din N_1, C_1 (fig. 4)

$$M = 0{,}4$$

9) se calculează:

$$u^{*\prime} = \frac{M}{\eta} = 1; \qquad \eta^{*\prime} = \frac{M}{u} = 0{,}22$$

10) Se calculează indicatorii de performanță

$$\alpha = \frac{u}{u^{*\prime}} = 1{,}8; \qquad \beta = \frac{p^{*\prime}_{col}}{p_{col}} = 1{,}33$$

11) Se calculează $m^* = \dfrac{q_{col}}{ku} p_{col} = 52083$ lei

12) se determină ΔC din N_2, C_1 (fig. 5)

$$\Delta C \simeq 46000 \text{ lei}$$

13) se determină x din N_2, C_2 (fig. 5)

$$R = 16\,\frac{a' p_{col}}{b'^2} = 109\,; \qquad \frac{b}{4a} = \frac{1100}{4.5500} = 0{,}05$$

14) se verifică dacă $x > \alpha\, x_0$ sau $x < \alpha x_0$,

unde $x = u\eta$

$x = 0{,}72\,; \quad \alpha x_0 = 0{,}99$

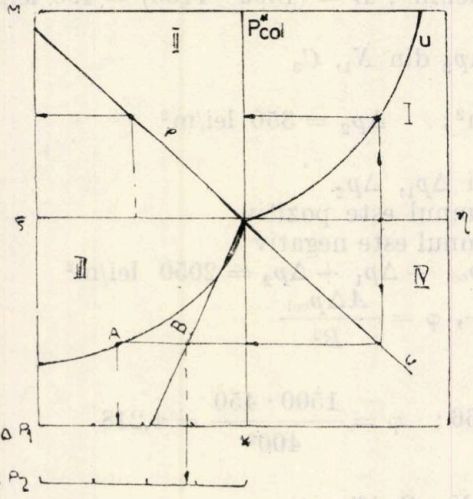


Fig. 4. Modul de utilizare a nomogramei din figura 2

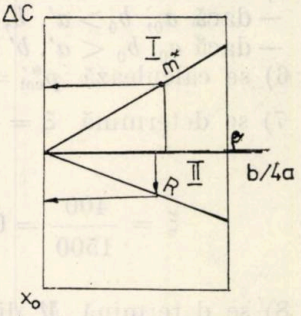


Fig. 5 Modul de utilizare a nomogramei din figura 3.

Rezultă că $x < \alpha x_0$; deci criteriul β este mai tare decît criteriul α.

7. Concluzii

Principalele rezultate obținute de autori, în această lucrare, sînt:

a) s-a introdus un coeficient de disponibilitate a energiei radiației solare pe teritoriul R.S.R., ce oferă posibilitatea unei reprezentări sintetice a influenței radiației solare, într-un anumit model economic;

b) s-a evidențiat expresia economiei de energie realizată în cazul unei instalații energetice pentru care o anumită cotă din energia convențională este preluată de energia solară;

c) folosind condiția de rentabilitate a unei instalații energetice solare, s-a obținut o ecuație de corelație a parametrilor tehnologici, economici și climatici (caracteristici radiației solare);

d) s-au stabilit anumite criterii tehnico-economice de alegere a variantei optime de instalație energetică solară, definindu-se indicatorii de performanță corespunzători;

e) s-au relevat atît sensibilitatea metodei de analiză tehnico-economică (prin evidențierea pragului de rentabilitate), cît și selectivitatea acesteia (obținîndu-se reguli de ordonare a variantelor de instalații solare);

f) s-a elaborat o metodă grafică operativă de determinare a indicatorilor de performanță.

BIBLIOGRAFIE

1. *W. A. Beckman, S. A. Klein, J. A. Duffie*, "Solar Heating Design", John Wiley, New York (1977);
2. *K. W. Böer*, Solar Energy *20*, 225 (1978)
3 *J. W. MacArthur, W. J. Palm, R. C. Lessman*, Solar Energy *21*, 1, (1978)
4 *R. L. Reid, E. Lumsdaine, L. Albrecht*, Solar Energy *19*, 513 (1977);
5 *J. M. Sulock*, Solar Energy *24*, 505 (1980);
6 *V. Crețeanu, I. Ciocoiu* ș.a., „Studiu asupra posibilităților de valorificare a energiei solare în România", contr. cerc. nr. 103 (1973);
7 *V. L. Fara, R. Grigorescu, D. Cecan*, „Contribuții la elaborarea metodologiei de proiectare a unei instalații solare pentru încălzirea apei în R.S.R.", Simpozionul Național de Utilizare a Energiei Solare, octombrie 1980;
8 *V. L. Fara, R. Grigorescu*", „Analiza tehnico-economică a instalațiilor energetice solare", Sesiunea jubiliară a I.P.G. Ploiești, decembrie 1978.

Technico-Economical Criteria for Choosing the Optimum Variant of Solar Energy Installations

In view of a synthetic representation of the contribution of solar radiation within a given economic model, the paper introduces a coefficient of the availability of solar radiation energy incident on the Romanian territory. It also estimates the energy economy achieved within an installation which uses solar energy to replace a part of the conventional energy consumption. Using the condition for the profitableness of a solar energy installation, an equation correlating the technological, economic and climatic parameters (characterizing solar radiation) is derived. This gives the technico-economical criteria for the choice of the optimum variant for a solar energy installation and allows the definition of performance coefficients. The paper outlines the sensitivity of the method of technico-economical analysis (indicating the profitableness threshold) and its selectivity (by deriving rules of ordering for the variants of solar energy installations).

The paper is concluded with an operative graphical method for the determination of the performance coefficients.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

MECANICĂ

C.Z.: 534. 11
531. 32

STUDIUL REGIMULUI TRANZITORIU AL UNUI SISTEM VIBRATOR LINIAR CU UN GRAD DE LIBERTATE

N. ENESCU*

În lucrare este propusă o metodă de determinare a valorii maxime a elongației mișcării unui sistem vibrator liniar, cu un grad de libertate, la traversarea regimului tranzitoriu de pornire. Se arată că momentul producerii acestui maxim este corelat cu înregistrarea valorii maxime a dispersiei răspunsului tranzitoriu, considerat ca funcție de variabilele aleatoare : faza inițială a forței perturbatoare, poziția și viteza inițială ale mișcării sistemului vibrator.

1. Introducere

Desfășurarea regimului tranzitoriu la începerea mișcării unui sistem vibrator liniar amortizat cu un grad de libertate presupune variații importante ale parametrilor ce determină mișcarea. Astfel, pulsația mișcării, defazajul și în special amplitudinea variază continuu, urmînd să se stabilizeze la valori constante în timpul mișcării de regim.

Pentru studiul dinamicii mașinilor vibratoare, cea mai importantă mărime cinematică este amplitudinea mișcării, mai ales cînd se urmărește ca ea să nu depășească anumite valori prestabilite, pe considerente de limitarea suprasolicitărilor elementului elastic sau chiar de păstrare a integrității sistemului vibrator.

Considerînd că puterea excitatorului este suficient de mare pentru ca interacțiunea motor-mașină vibratoare să nu creeze probleme privind stabilitatea mișcării în regimul tranzitoriu, va trebui să fie studiată producerea maximului de elongație în regimul tranzitoriu ca funcție de variabilele aleatoare care intervin în ecuația de mișcare și anume de condițiile inițiale ale mișcării (viteza și poziția) și în special de faza inițială a forței perturbatoare.

Se știe că în cazul în care se utilizează excitația inerțială cu mase excentrice în rotație, poziția inițială a excentricului (vezi fig. 1) intervine prin unghiul φ în expresia forței perturbatoare :

$$F_p = F_0 \cos (pt - \varphi). \tag{1}$$

Manuscris predat la data de 31 martie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Catedra de Mecanică.

Același lucru este valabil și în cazul excitației electromagnetice, unde conectarea circuitului electromagnetului se face într-un moment arbitrar al variației sinusoidale a tensiunii.

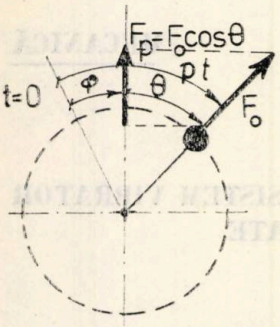


Fig. 1

Lucrarea își propune să determine momentul de producere a celui mai mare maxim al elongației în regimul tranzitoriu și valoarea lui, prin studierea unor mărimi probabilistice funcție de variabilele aleatoare care intervin în expresia răspunsului tranzitoriu al sistemului vibrator liniar amortizat, cu un grad de libertate.

2. Studiul răspunsului tranzitoriu

Se consideră ecuația diferențială a mișcării unui oscilator liniar amortizat (vezi fig. 2), acționat de o forță perturbatoare armonică:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cos(pt - \varphi), \tag{2}$$

care poate fi pusă sub forma adimensională (3), pe baza relațiilor (4):

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + 2\psi \frac{d\xi}{d\tau} + \xi = \cos(\gamma\tau - \varphi); \tag{3}$$

$$\xi = \frac{xk}{F_0}; \quad \omega^2 = \frac{k}{m}; \quad \tau = \omega t; \quad \gamma = \frac{p}{\omega}; \quad \psi = \frac{c}{2\sqrt{km}}, \tag{4}$$

Răspunsul tranzitoriu al sistemului se scrie sub forma:

$$\xi(\tau) = \xi_1(\tau) + \xi_2(\tau) + \xi_3(\tau), \tag{5}$$

în care:

$$\xi_1(\tau) = e^{-\psi\tau}\left[\xi_0 \cos\beta\tau + \frac{1}{\beta}(\psi\xi_0 + \xi_0')\sin\beta\tau\right] \tag{6}$$

se datorește impulsului inițial dat de deplasarea ξ_0 și viteza ξ_0'; iar

$$\xi_2(\tau) = -\left(A\cos\beta\tau + \frac{\psi A + \gamma B}{\beta}\sin\beta\tau\right)e^{-\psi\tau}, \tag{7}$$

se datorește impulsului inițial dat de forța perturbatoare;

$$\xi_3(\tau) = A\cos\gamma\tau + B\sin\gamma\tau, \tag{8}$$

reprezintă oscilația întreținută.

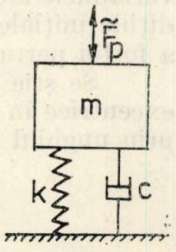


Fig. 2

Expresiile lui A și B din (7) și (8) sînt date de relațiile :

$$A = \frac{(1-\gamma^2)\cos\varphi - 2\psi\gamma\sin\varphi}{(1-\gamma^2)^2 + 4\psi^2\gamma^2};$$

$$B = \frac{(1-\gamma^2)\sin\varphi + 2\psi\gamma\cos\varphi}{(1-\gamma^2)^2 + 4\psi^2\gamma^2}. \tag{9}$$

Pentru studierea regimului tranzitoriu se calculează dispersia valorilor date de ecuația (5), ținînd seanma că

$$D_\xi(\tau) = K_\xi(\tau,\tau), \tag{10}$$

unde $K_\xi(\tau_1,\tau_2)$ reprezintă funcția de autocorelație a răspunsului (5). Ea se calculează ținînd cont că funcțiile $\xi_1(\tau)$ și $\xi_2(\tau) + \xi_3(\tau)$ sînt necorelate, deci :

$$K_\xi(\tau_1,\ \tau_2) = K_{\xi_1}(\tau_1,\ \tau_2) + K_{\xi_2}(\tau_1,\ \tau_2) + K_{\xi_3}(\tau_1,\ \tau_2) +$$

$$+ K_{\xi_2\xi_3}(\tau_1,\ \tau_2) + K_{\xi_3\xi_2}(\tau_1,\ \tau_2). \tag{11}$$

Pentru calculul dispersiei, se stabilesc în prealabil caracteristicile probabilistice corespunzătoare variabilelor aleatoare ξ_0, ξ_0' și φ, deoarece $\xi(\tau)$ nu este o funcție aleatoare pură, ci o funcție de variabile aleatoare.

Corespunzător situației reale, se consideră că toate cele trei variabile aleatoare au media nulă, deci

$$m_{\ 0} = m_{\xi_0'} = m_{\cos\varphi} = m_{\sin\varphi} = 0. \tag{12}$$

De asemenea, ξ_0, ξ_0' și φ nefiind corelate între ele,

$$K_{\xi_0\xi_0'} = K_{\xi_0\cos\varphi} = K_{\xi_0\sin\varphi} = K_{\xi_0'\cos\varphi} = K_{\xi_0'\sin\varphi} = 0. \tag{13}$$

Se calculează dispersiile funcțiilor sin φ și cos φ :

$$D_{\cos\varphi} = D_{\sin\varphi} = 0{,}5. \tag{14}$$

Pentru mărimile aleatoare ξ_0 și ξ_0' se consideră o distribuție Gauss cu media nulă, deoarece în aplicațiile practice cazurile cele mai întîlnite se grupează în jurul valorilor nule ale deplasării și vitezei inițiale. Condițiile inițiale nenule pot apărea aleator în funcționarea mașinilor vibra-

toare și au în general valori mici. Deci, dispersia acestor variabile aleatoare se calculează cu :

$$D_{\xi_0} = D_{\xi_0'} = \sigma^2, \tag{15}$$

unde σ este abaterea medie pătratică a variabilelor aleatoare ξ_0 și ξ_0'.

În cazul în care se utilizează condiții inițiale nule, rezultă :

$$D_{\xi_0} = D_{\xi_0'} = 0. \tag{16}$$

Efectuînd calculele expresiei (10), ținînd cont de (11)—(13), rezultă :

$$D_\xi(\tau) = e^{-2\psi\tau}\left[D_{\xi_0}\left(\cos^2\beta\tau + \frac{\psi^2}{\beta^2}\sin^2\beta\tau + \frac{\psi}{\beta}\sin 2\beta\tau\right) + \right.$$

$$\left. + D_{\xi_0'}\frac{1}{\beta^2}\sin^2\beta\tau\right] + D_1\left[1 + e^{-2\psi\tau}\left(\cos^2\beta\tau + \frac{\psi^2+\gamma^2}{\beta^2}\sin^2\beta\tau + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\psi}{\beta}\sin^2\beta\tau\right) - 2e^{-\psi\tau}\left(\cos\beta\tau\cos\gamma\tau + \frac{\psi}{\beta}\cos\gamma\tau\sin\beta\tau + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\gamma}{\beta}\sin\beta\tau\sin\gamma\tau\right)\right]. \tag{17}$$

unde

$$D_1 = D_A = D_B = \frac{1}{2[(1-\gamma^2)^2 + 4\psi^2\gamma^2]}. \tag{18}$$

Din expresia (17) se observă că, după depășirea regimului tranzitoriu, dispersia devine constantă :

$$D_\xi(\tau)_{\text{regim}} = D_1. \tag{19}$$

3. Determinarea maximului elongației în regimul tranzitoriu

Pe baza unei analize calitative a maximelor dispersiei, se trage concluzia că cel mai mare maxim al elongației în regimul tranzitoriu este corelat cu cel mai mare maxim al dispersiei (17).

S-au efectuat determinări numerice pentru cazul cel mai frecvent întîlnit în practică, pentru care s-a notat :

$$D_\xi(\tau)|_{\xi_0 = \xi_0' = 0} = D_\xi^0(\tau). \tag{20}$$

Se pune condiția:

$$\frac{dD_{\xi}^{0}(\tau)}{d\tau} = 0 \tag{21}$$

pentru determinarea valorilor maxime ale lui $D_{\xi}^{0}(\tau)$, pe baza unui program de calcul numeric, prin care se obține valoarea celui mai mare maxim al dispersiei în regimul tranzitoriu și momentul τ^* la care se produce acesta.

Revenind în expresia (5), se calculează $\xi(\tau^*)$ pentru un caz concret de funcționare a mașinii (date ψ și γ). Rezultă:

$$\xi(\tau^*) = f(\varphi). \tag{22}$$

Din condițiile de maxim ale expresiei (22), în funcție de parametrul φ, rezultă valoarea φ^* pentru care se înregistrează valoarea celui mai mare maxim al elongației adimensionale ξ în regimul tranzitoriu:

$$\xi_{max} = \xi(\tau^*, \varphi^*), \tag{23}$$

din care rezultă maximul absolut al amplitudinii, dat de

$$x_{max} = \xi_{max} \frac{F_0}{k}. \tag{24}$$

4. Valori numerice. Concluzii

S-au efectuat calculele pentru cazul $\psi = 0{,}1$, frecvent întîlnit în funcționarea mașinilor vibratoare cu amortizare mică. S-au considerat regimurile de funcționare $\gamma = 0{,}6$; $1{,}0$; $1{,}4$; $2{,}2$; $4{,}2$.

În tabelul 1 s-au dat elementele de calcul necesare stabilirii maximului în regimul tranzitoriu. În ultima coloană a tabelului s-au trecut și

Tabelul 1

γ	τ^*	φ^*	ξ_{max}	$\eta_{max} = \frac{\xi_{max}}{\xi_{regim}}$
0,6	6,550	$0{,}124\pi$	2,232	1,453
1,0	—	—	$\xi_{max} = \xi_{regim}$	1
1,4	7,875	$0{,}592\pi$	1,656	1,656
2,2	1,960	$0{,}516\pi$	0,678	2,621
4,2	1,130	$0{,}515\pi$	0,266	4,436

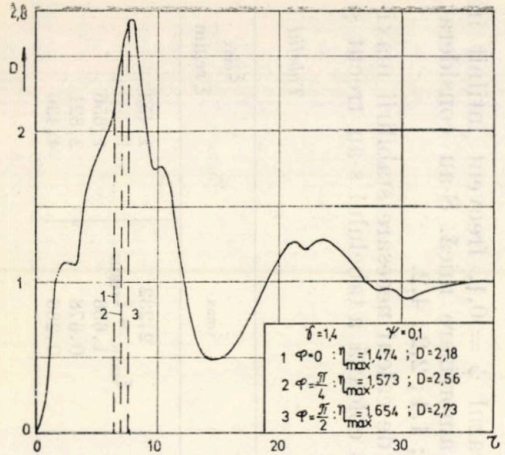


Fig. 3

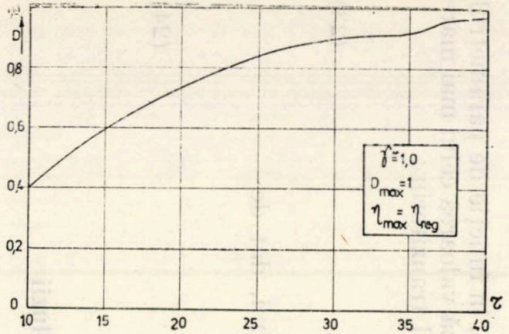


Fig. 4

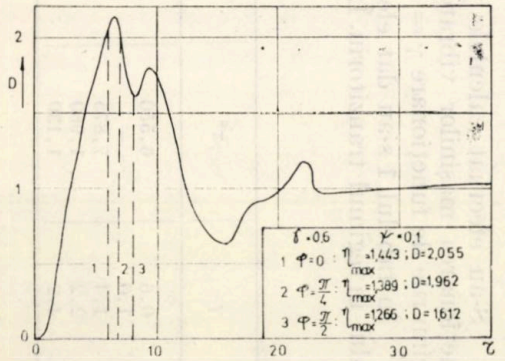


Fig. 5

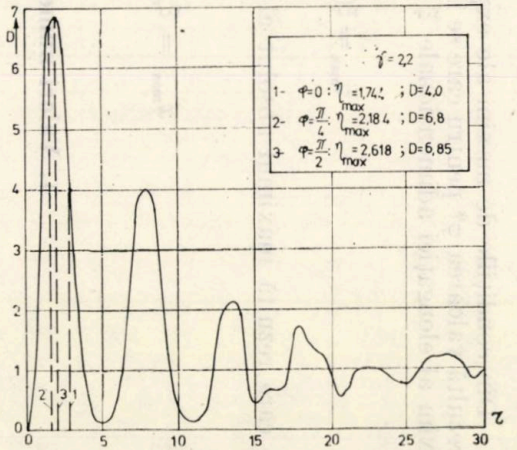


Fig. 6

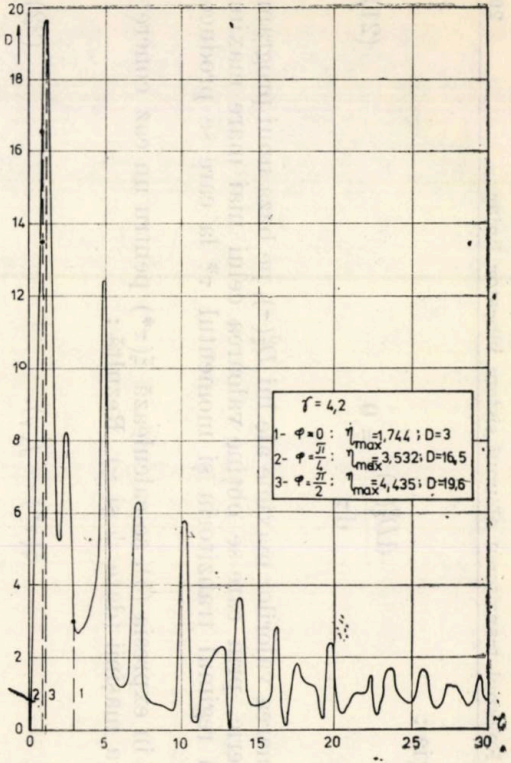


Fig. 7

valorile raportului dintre cel mai mare maxim al elongației în regimul tranzitoriu și valoarea amplitudinii de regim a mișcării.

S-au obținut, de asemenea, prin integrare numerică, valorile maxime ale lui $\xi(\varphi)$ în regimul tranzitoriu, pentru diverse valori ale lui γ și φ, acest valori fiind date în tabelul 2 sub forma raportului $\frac{\xi_{max}}{\xi_{regim}}$.

În figurile 3—7 sînt date curbele de variație ale dispersiei, în ordine pentru cazurile cuprinse în tabelul 1. Pe diagrame au fost plasate și valorile maxime ce rezultă din tabelul 2.

Tabelul 2

ϑ \ φ	0	$\pi/4$	$\pi/2$
0,6	1,443	1,389	1,266
1,0	1	1	1
1,4	1,474	1,573	1,654
2,2	1,744	2,184	2,616
4,2	1,744	3,532	4,435

Din examinarea diagramelor și valorilor înserate în tabelele 1 și 2, rezultă:

— în cazul $\gamma = 1$, maximul dispersiei se produce la atingerea regimului permanent de mișcare, indiferent de valoarea lui φ, deci nu se produc maxime relative mai mari ca unitatea în regimul tranzitoriu;

— maximele care se produc la o valoare a lui τ mai mică sînt de nte nsitate mai mare și conduc la o valoare mai mare a maximului dispersiei în funcție de φ;

— la valori superioare ale lui γ, dispersia are un număr mai mare de maxime, astfel că probabilitatea de a obține valori mai mari ale elongației în regimul tranzitoriu crește.

După cum reiese din cele prezentate, metoda este foarte potrivită determinării cu precizie corespunzătoare a valorii maxime a elongației ce se poate atinge într-un sistem vibrator care pornește din repaus, cu deplasare și viteză inițială nule. În mod similar, poate fi găsită valoarea maximului dispersiei și deci a maximului elongației, în cazul cînd acestea nu sînt nule. Metoda este rapidă, fiind necesar un singur program de calcul al maximului dispersiei, fără a fi necesară investigarea maximului elongației, prin considerarea unui număr mare de valori pentru φ (așa cum s-a încercat în tabelul 2). În felul acesta se elimină un volum mare de muncă, ale cărui rezultate nu ar fi nici concludente, datorită imposibilității de a lua în calcul toate valorile lui φ cuprinse între 0 și π și care pot reprezenta faza inițială a mișcării.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Ventsel, H.*, Théorie des probabilités, Editions Mir, Moscou, 1973.
[2] *Enescu, N.*, Contribuţii la studiul fenomenelor dinamice tranzitorii ţinînd seama de frecări, Teză de doctorat, I.P.B., 1979

The Study of the Transient State of One Degree of Freedom System

The paper is concerned with the problem of determination of the maximum value of the displacement in the motion of the vibratory system, during the transient state produced by starting. The dispersion of the transient response is calculated and one finds that its maximum value is located at the same moment as the maximum value of displacement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

MECANICĂ AGRICOLĂ

C.Z.: 631.35

CONSIDERAȚII TEORETICE PRIVIND FORMA GEOMETRICĂ OPTIMĂ A APARATULUI DE TREIER PENTRU PORUMB

T. CĂSĂNDROIU, M. SEGĂRCEANU*

În această lucrare se face o analiză a procesului de treier al știuleților de porumb în aparatul de treier cu rază variabilă. Pe baza unor ipoteze admise și a studiului mișcării știuletelui în aparatul de treier se stabilește ecuația generală a curbei generatoare a suprafeței de revoluție a aparatului de treier. Ecuația stabilită poate fi particularizată pentru diferite situații concrete considerate.

1. Introducere

Procesul de treier al știuleților de porumb constă în desprinderea semințelor de pe suportul lor (rahis) și se efectuează în aparatul de treier format din bătător (cu mișcare de rotație) și contrabătător (fix). Bătătorul și contrabătătorul sînt suprafețe de revoluție, cele mai frecvent întîlnite fiind suprafețele cilindrice (fig. 1) și în ultimul timp utilizate din ce în ce mai mult, suprafețele tronconice, fig. 2.

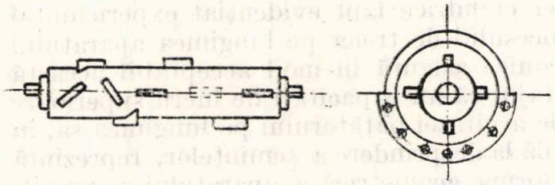


Fig. 1 — Aparat de treier cilindric cu plăcuțe

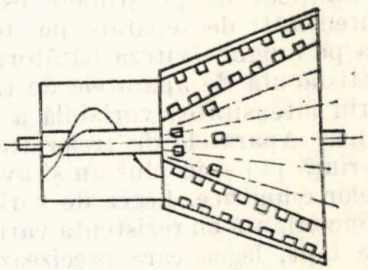


Fig. 2 — Aparat de treier conic

Aparatele de treier de tip axial (cu alimentarea pe la un capăt și evacuarea pe la capătul opus) sînt folosite din ce în ce mai mult, atît la treieratul porumbului cît și la treieratul cerealelor păioase, a plantelor

Manuscris primit la data de 16 septembrie 1981
* Șef lucrări ing.; Prof. dr. ing., Catedra Mașini agricole

leguminoase etc. cu rezultate superioare aparatelor de treier tradiţionale folosite la combine.

Elementele active ale bătătorului (şine, palete, plăcuţe, cuie) fig. 3 şi ale contrabătătorului acţionează asupra ştiuleţilor supunîndu-i suc-

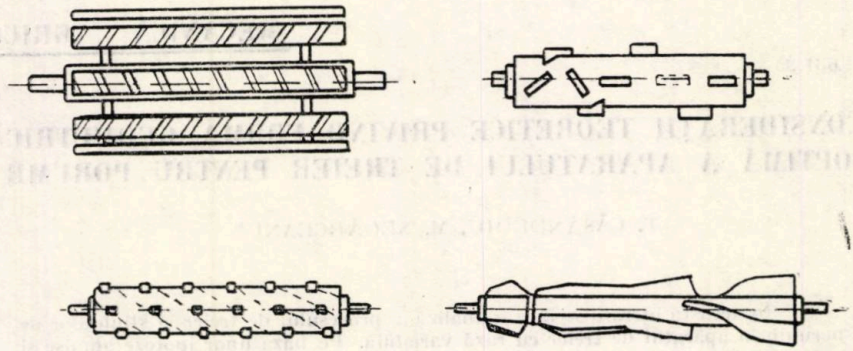


Fig. 3 — Alte forme de bătătoare pentru aparate de treier

cesiv sau concomitent la ciocnire, presare, torsiune etc. În funcţie de construcţia aparatului de treier unele din solicitările de mai sus pot fi predominante [1].

La alimentare se manifestă predominant fenomenele de cioncire şi presare datorită cărora sînt desprinse primele seminţe. În continuare datorită forţelor tangenţiale de frecare la care sînt supuşi ştiuleţii, se produce desprinderea majorităţii seminţelor.

Pe măsură ce ştiuleţii înaintează de-a lungul aparatului de treier, masa şi viteza lor relativă, faţă de bătător, scad implicînd scăderea mărimii percuţiilor şi în consecinţă creşterea ponderii forţelor de frecare în efectuarea desprinderii seminţelor.

Pe de altă parte experienţa arată [2] că rezistenţa la desprindere a seminţelor de pe ştiulete este variabilă. De aceea asigurarea aceleiaşi intensităţi de separare pe toată lungimea aparatului de treier impune ca pe lungime viteza bătătorului să fie variabilă. Această cerinţă nu este satisfăcută de aparatele de treier cilindrice fapt evidenţiat experiemntal prin intensitatea variabilă a procesului de treier pe lungimea aparatului [3,4.] Aparatele de treier tronconice asigură în mod acceptabil această cerinţă [1] şi în plus au şi avantajul că au capacităţi de lucru superioare celor cilindrice. Legea de variaţie a vitezei bătătorului pe lungimea sa, în concordanţă cu rezistenţa variabilă la desprindere a seminţelor, reprezintă de fapt, legea care precizează forma geometrică a aparatului, denumit, cu rază variabilă. Această lege trebuie stabilită pentru cazul cel mai general, în raport cu care, legea liniară (corespunzătoare aparatului conic) devine un caz particular. Pe lîngă asigurarea unei intensităţi constante şi ridicate a procesului de treier, legea de variaţie a razei bătătorului trebuie să determine o scădere a procentului de seminţe vătămate, în special în prima parte a aparatului de treier, unde la aparatele cilindrice sînt vătămate peste 50% din totalul seminţelor vătămate din întregul aparat, [5, 6].

Problema asigurării unei intensități constante a procesului de treier al porumbului a fost studiată în trecut, în parte chiar de autorii prezentei lucrări [7, 8] pornindu-se de la ipoteza că toate seminţele de pe ştiulete se desprind pe seama şocurilor primite din partea bătătorului pe toată durata deplasării lor în aparat. Această ipoteză se pare că nu corespunde întru totul realităţii şi în consecinţă problema a fost reluată.

2. Ipoteze de studiu

Aşa cum s-a menţionat mai sus, vom considera că în partea a doua a aparatului de treier, desprinderea seminţelor de pe ştiuleţi se datoreşte, în principal, forţelor de frecare între ştiuleţi şi suprafaţa bătătorului şi contrabătătorului. Aparatul de treier este conceput ca o suprafaţă geometrică cilindrică generalizată de revoluţie cu axa orizontală, cu alimentare axială de către un melc prin partea cu diametrul minim. Aceasta permite să se considere că alimentarea cu ştiuleţi are loc printr-o distribuţie suficient de uniformă pe secţiunea de intrare şi deci procesul de treier al majorităţii ştiuleţilor se efectuează individual, fără interacţiune reciprocă între ei.

Se neglijează existenţa orificiilor pe suprafaţa contrabătătorului, considerîndu-se constant coeficientul de frecare al ştiuleţilor pe contrabătător. De asemenea, se neglijează influenţa curentului de aer, antrenat de bătător, asupra mişcării ştiuleţilor.

În timpul treierului, pe măsura deplasării ştiuleţilor de-a lungul aparatului de treier, masa lor variază, datorită desprinderii seminţelor. Din condiţia că treierul să se efectueze cu intensitate constantă pe lungimea aparatului de treier, rezultă legea liniară de variaţie a masei ştiuletelui m_x pe lungimea x de la alimentare a aparatului, conform relaţiei

$$m_x = m_0(1 - kx) \tag{1}$$

în care m_0 — este masa iniţială a ştiuletelui, iar k un coeficient de proporţionalitate ce caracterizează intensitatea de treier.

Pentru început se va considera mişcarea ştiuletelui prin mişcarea centrului său de greutate, asimilîndu-l cu un punct material de masă variabilă concentrată în centrul său de greutate şi asupra căruia acţionează toate forţele care acţionau asupra ştiuletelui, [9]. Se mai consideră, că pentru folosirea cu eficienţă maximă a suprafeţei contrabătătorului, traiectoriile descrise de ştiuleţi se află pe această suprafaţă, tot timpul cît aceştia se găsesc în aparatul de treier, ca urmare a faptului că forţele centrifuge ale ştiuleţilor sînt mult mai mari ca greutăţile lor [10]. Rezultă că traiectoria descrisă de centrul de greutate al ştiuletelui se va găsi în întregime pe o suprafaţă cilindrică de revoluţie, determinată de curba generatoare definită prin variaţia razei r_x a aparatului pe lungimea sa x, prin :

$$r_x = f(x) \tag{2}$$

expresia $f(x)$ urmînd a fi stabilită din analiza mişcării ştiuletelui în ipotezele menţionate mai sus.

Din legea de variație (2) se pot stabili legile de variație a razelor bătătorului r_{bx} și contrabătătorului r_{cbx} în secțiunea x, conform relațiilor:

$$r_x = r_{cbx} - r_{sx} \tag{3}$$

$$r_x = r_{by} + r_{sx} \tag{4}$$

unde r_{sx} este raza știuletelui în secțiunea x, (cele două suprafețe fiind și ele presupuse de revoluție).

3. Forțele care acționează asupra știuletelui în procesul de treier

Aceste forțe vor fi analizate în concordanță cu ipotezele menționate mai sus și anume:

a) $\bar{F}_b$ — forța datorită acțiunii bătătorului asupra știuletelui, considerată ca rezultanta reacțiunii normale a suprafeței bătătorului asupra știuletelui și a forței de frecare între știulete și bătător (asimilînd suprafața bătătorului ca o suprafață aspră).

Această presupunere concordă cu modul de desfășurare a procesului de treier în partea a doua a aparatului în care șocurile sînt minime și transferul de energie se face, îndeosebi, pe seama frecării între bătător și știuleți.

b) $\bar{\Phi}_r$, forța reactivă, care apare datorită variației masei știuleților, pentru cazul general, avînd expresia:

$$\bar{\Phi}_r = \frac{\mathrm{d}m_x}{\mathrm{d}t}(\bar{u} - \bar{v}) \tag{5}$$

unde $\bar{u}$ și $\bar{v}$ sînt viteza absolută de desprindere a semințelor de pe știulete, respectiv viteza absolută a știuletelui.

Avînd în vedere ipoteza, că desprinderea semințelor se produce, în principal, ca urmare a frecării știuletelui pe suprafața contrabătătorului fix, se poate considera $\bar{u} = 0$ și deci:

$$\Phi_r = -\frac{\mathrm{d}m_x}{\mathrm{d}t} \cdot \bar{v} \tag{6}$$

Deoarece m_x scade în timpul treierului (relația 1), atunci $\frac{\mathrm{d}m_x}{\mathrm{d}t} < 0$, rezultînd din (6) că $\bar{\Phi}_r$ și $\bar{v}$ au același sens, adică forța reactivă $\bar{\Phi}_r$ este forță motoare (contribuind la întreținerea mișcării știuletelui) și este orientată pe direcția tangentei la traiectoria știuletelui.

c) $\bar{G} = m_x\bar{g}$, forța datorită greutății știuletelui, variabilă ca mărime pe lungimea aparatului, după legea de variație a masei știuletelui (1).

d) $\bar{R}$, forța de legătură a știuletelui cu suprafața contrabătătorului, considerată prin cele două componente — reacțiunea normală $\bar{R}_n$ a su-

prafeței și forța de frecare pe contrabătător, $\bar{R}_t$ situată în planul tangent la suprafață — între care există relația de legătură, cînd mișcarea știuletelui se produce prin alunecare :

$$\bar{R}_t = -\mu|\bar{R}_n|\frac{\bar{v}}{|\bar{v}|} \tag{7}$$

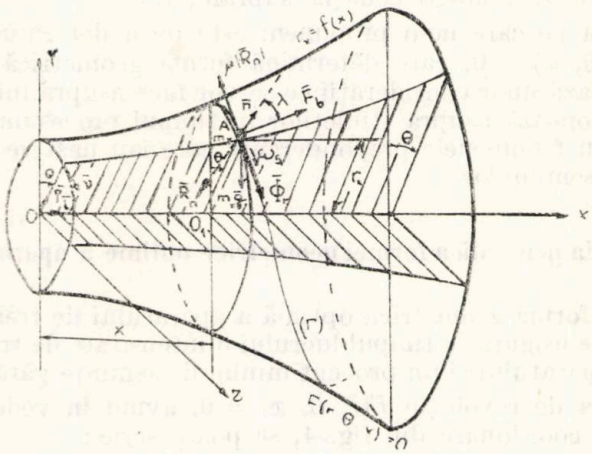


Fig. 4 — Schmea forțelor care acționează asupra știuletelui în aparatul de treier cu rază variabilă

unde μ este coeficientul de frecare de alunecare între știulete și contrabătător.

Aceste forțe menționate mai sus sînt reprezentate în fig. 4 și permit scrierea ecuației de mișcare a știuletelui, considerat punct material cu masă variabilă.

4. Ecuația generală a mișcării știuletelui

Considerînd suprafețele bătătorului și contrabătătorului suprafețe de revoluție, din relațiile de legătură (3) și (4) rezultă că și suprafața pe care se găsește centrul de greutate al știuletelui este tot o suprafață de revoluție.

De asemenea, avînd în vedere că suprafața contrabătătorului este fixă, rezultă că și suprafața traiectoriei centrului de greutate este o suprafață fixă. Deci, mișcarea știuletelui se poate asimila cu mișcarea unui punct material (centrul său de greutate) cu masa variabilă supus la legături scleronome și olonome. Aceasta se traduce prin atașarea, la sistemul de ecuații diferențiale care definesc mișcarea, a ecuației suprafeței pe care se află traiectoria.

Mișcarea și suprafața se vor raporta la un sistem de coordonate cilindrice (r, θ, x) cu versorii $(\bar{\rho}, \bar{\nu}, \bar{\imath},)$, fig. 4. În acest caz ecuația sub forma generală a suprafeței, va fi : $F(r, \theta, x) = 0$ care se atașează ecuației mișcării (care se produce pe această suprafață) exprimată sub formă

vectorială, [9]:

$$m_x \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{F}_b + \bar{\Phi}_r + m_x\bar{g} + \bar{R}_n - \mu|\bar{R}_n| \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|} \tag{8}$$

Sistemul de ecuaţii diferenţiale ale mişcării se obţine din ecuaţiile de proiecţii ale ecuaţiei vectoriale (8) pe axele de coordonate cilindrice (r, θ, x) la care se adaugă ecuaţia suprafeţei.

Problema pe care ne-o propunem este de a determina ecuaţia suprafeţei $F(r, \theta, x) = 0$, care determină forma geometrică a aparatului de treier, pe baza unor consideraţii ce se vor face asupra mişcării şi a forţelor care acţionează asupra ştiuleţilor în timpul procesului de treier, în concordanţă cu fenomenele preponderente care iau naştere şi au ca efect desprinderea seminţelor.

5. Ecuaţia generală a formei geometrice optime a aparatului de treier

Definim forma geometrică optimă a aparatului de treier acea formă geometrică care asigură în timpul lucrului o intensitate de treier constantă pe lungimea aparatului şi un procent minim de seminţe vătămate.

Suprafaţa de revoluţie $F(r, \theta, x) = 0$, avînd în vedere relaţia (2) şi sistemul de coordonare din fig. 4, se poate scrie:

$$F(r, \theta, x) = r_x^2 - f^2(x) = 0 \tag{9}$$

ceea ce înseamnă că suprafaţa este complet determinată dacă se găseşte $r_x = f(x)$, ecuaţia generatoarei suprafeţei.

Intensitatea constantă de treier se obţine prin realizarea permanentă a condiţiilor de desprindere a seminţelor de pe ştiulete.

În concordanţă cu ipoteza desprinderii seminţelor, în principal, pe seama forţelor tangenţiale datorită frecării ştiuletelui pe contrabătător, este necesar ca reacţiunea normală R_n să fie constantă în orice punct al suprafeţei contrabătătorului, în condiţiile în care masa m_x a ştiuletelui scade. Aceasta se obţine printr-o formă adecvată a suprafeţei contrabătătorului şi o mişcare corespunzătoare a ştiuletelui.

Deci, din ecuaţia (8) vom determina expresia reacţiunii normale R_n, care se obţine prin proiecţia acesteia pe direcţia normalei la suprafaţa contrabătătorului. Ţinînd seama că forţa reactivă $\bar{\Phi}_r$ şi de frecare $\bar{R}_t$ se află în planul tangent la suprafaţa contrabătătorului, şi deci nu se proiectează, pe direcţia normalei, se obţine:

$$R_n = F_b \cos\lambda - m_x(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \frac{1}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} + m_x\ddot{x} \frac{f'(x)}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} -$$

$$- m_x g \cos\theta \frac{1}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} \tag{10}$$

sau dacă se are în vedere că: $\dot{r} = f'(x)\dot{x}$ și $\ddot{r} = f''(x)\dot{x}^2 + f'(x)\ddot{x}$, după efectuarea calculelor, relația (10) devine:

$$R_n = m_x \frac{f(x)\dot{\theta}^2 - f''(x)\dot{x}^2 - g\cos\theta}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} + F_b \cos\lambda \qquad (11)$$

în care λ este unghiul forței F_b cu normala la suprafața contrabătătorului (v. fig. 4).

Ecuația (11) evidențiază (în limitele ipotezelor de mai sus) principalii factori de care depinde Rn: masa știuletelui (m_x), forma contrabătătorului (prin $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$), parametrii mișcării ($\dot{\theta}$, $\dot{x}$), acțiunea bătătorului (F_b), poziția știuletelui în aparatul de treier (θ).

Ecuația (11) poate fi interpretată și ca ecuația diferențială a formei geometrice a aparatului, ce se poate determina corespunzător anumitor condiții impuse pentru Rn, m_x, $\dot{\theta}$, $\dot{x}$ și $F_b \cos\lambda$, situație în care se pune sub forma:

$$\frac{d^2r(x)}{dx^2} \cdot \dot{x}^2 - \left(F_b\cos\lambda - \frac{F_r}{\mu m_x}\right)\sqrt{1 + \left[\frac{dr(x)}{dx}\right]^2} - \dot{\theta}r(x) + g\cos\theta = 0 \qquad (12)$$

care reprezintă ecuația generală a formei geometrice a aparatului de treier. (În această ecuație F_r reprezintă rezistența la desprindere a unei semințe pe direcție tangențială la știulete, $F_r = \mu R_n$).

Această ecuație se poate rezolva pentru fiecare situație considerată.

Într-o primă aproximație se poate neglija termenul $m_x f''(x) \rightarrow$ $\rightarrow \dot{x}^2[1 + f'^2(x)]^{-\frac{1}{2}}$ care reprezintă forța centrifugă a știuletelui datorită deplasării sale de-a lungul curbei generatoare $r_x = f(x)$ a suprafeței de revoluție, forță care este mult mai mică în raport cu celelalte (datorită razei mari de curbură și a vitezei reduse a știuletelui de-a lungul curbei). De asemenea, impunînd și condiția ca R_n să fie asigurat pentru cazul dezavantajos ($\theta = 0$), din (11), după o aranjare convenabilă, se obține:

$$f'(x) = \sqrt{\frac{m_x^2[f(x)\dot{\theta}^2 - g]^2}{\left(\frac{F_r}{\mu} - F_b\cos\lambda\right)^2} - 1} \qquad (13)$$

o formă simplificată a ecuației care dă forma geometrică a aparatului de treier.

În partea a doua a aparatului de treier, termenul $F\cos\lambda$ care reprezintă contribuția directă a bătătorului asupra reacțiunii normale R_n, poate fi neglijat, deoarece $\lambda \rightarrow \frac{\pi}{2}$, ceea ce înseamnă asigurarea desprinderii semințelor în condiții mai dezavantajoase. Dacă, într-o primă aproximație, viteza unghiulară $\dot{\theta}$ a știuletelui în jurul axei aparatului, se consi-

deră constantă pe lungimea aparatului de treier, $\dot{\theta} = \omega_s = ct$, ecuația (13), ținînd seama și de relația (1), se poate pune sub forma :

$$f'(x) = \frac{1}{a}\sqrt{(1 - kx)^2[f(x) - b]^2 - a^2} \tag{14}$$

în care s-a notat :

$$\frac{F_r}{\mu m_0 \omega_s^2} = a \quad \text{și} \quad \frac{g}{\omega_s^2} = b$$

Ecuația (14) este o ecuație diferențială de ordinul I, neliniară, care prin integrare dă funcția $f(x)$ care determină forma geometrică a aparatului de treier, corespunzător acestei situații simplificatoare. Variind parametrii a, b, k în limitele uzuale întîlnite în practică, după rezolvarea numerică pe calculator a ecuației (14) se poate stabili forma geometrică optimă a aparatului de treier.

În mod asemănător se poate proceda pentru particularizarea ecuației generale (12) corespunzător altor situații concrete considerate cît mai apropiate de procesul real de lucru.

6. Concluzii

Din analiza procesului de treier, au fost formulate ipotezele de studiu în concordanță cu procesul de lucru și cu proprietățile fizico-mecanice variabile ale știuleților și pe baza acestor ipoteze s-a studiat mișcarea știuleților. S-a stabilit că ecuația generală care dă forma geometrică a aparatului de treier se exprimă prin relația (12).

La baza stabilirii relației (12) a stat premiza că în partea a doua (de treier propriu-zis) a aparatului, desprinderea semințelor se produce, în principal, datorită forțelor tangențiale (de frec re) ale știuletelui cu contrabătătorul.

În relația (12) se evidențiază principalii factori (constructivi, funcționali, cinematici și legați de proprietățile fizico-mecanice ale știuleților), care influențează forma geometrică a aparatului de treier, denumit și aparat de treier cu rază variabilă.

În funcție de condițiile concrete impuse, prin particularizarea ecuației generale (12), se obține ecuația din care se deduce forma geometrică corespunzătoare a aparatului. Este prezentat un exemplu de particularizare, căruia îi corespunde ecuația diferențială (14), care prin rezolvare numerică, pe calculator, pentru mai multe variante, permite stabilirea funcției razei variabile din care rezultă forma geometrică optimă.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. I. Gocoev*, „Obzor i analiz otecestvenîh i zarubejnîh construcții molotilnîh ustroistv" — Trudi VISHOM — Vîp. 47, 1966, Moscova.
2. *A. I. Gocoev*, „Fizico-mehaniceskie svoistva pociatca cucuruzi" Trud VISHOM — vîp. 47, 1966, Moscova.

3. *I. Chelemen, M. Segărceanu*, „Calculul energetic al aparatelor de treierat de la batozele de porumb" — Studii și cercetări de mecanică agricolă, nr. 2—3, 1968.
4. *I. N. Gurov*, „Ohmolot cucuruzî (issledovanie iavlenii tehnologhicescovo proteșa) — Rostov pe Don, 1964,
5. *S. I. Danielevici*, „Issledovanie proteșa obmolota pociatcov cucuruzî" — Avtoreferat dizertații, Kiev, 1963.
6. *N. A. Bobricov*, „Issledovanie rabocih organov molotilnîh aparatov dlia obmolota cucuruzî" — Avtoreferat dizertații, Rostov pe Don, 1963.
7. *I. Chelemen*, „Issledovanie proteșa obmolota cucuruzî planciatîmi barabanami" — Disertație, Rostov pe Don, 1967.
7. *M. Segărceanu, I. Chelemen, T. Căsăndroiu*, ș.a., „Contribuții la studiul cinematic și dinamic al procesului de treier în aparate conice cu aplicație la treieratul porumbului " „Studii și cercetări de mecanică agricolă," nr. 3, 1970.
9. *V. Vilcovici, St. Bălan, R. Voinea*, „Mecanică teoretică", Ed. Tehnică, Buc. 1968.
10. *I. N. Gurov*, „O dvijenii voroha po deche pri obmolote cucuruzî" — Construirovanie i proizvodstvo s-h mașin, Izd. Rostovscovo Universitata, 1964.

Some Theoretical Considerations Concerning Optimal Geometrical Form of Corn Shelling Device

In this paper the authors makes an analysis of the corn shelling process in the shelling device with variable radius.

On the basis of assumed hypothesis and the motion of the corn ears inside of the shelling device, is established the general ecuation of the curve that generate the revolution surface of shelling device. The established ecuation may be particularized for different real situations.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

MECANICĂ FINĂ

C.Z.. : 681 : 621.891

ASUPRA UTILIZĂRII FEROFLUIDELOR LA LAGĂRELE APARATELOR DIN MECANICA FINĂ

T. DEMIAN, N. LAMBRACHE*

Lucrarea se referă la o nouă metodă de lubrifiere fluidă în lagărele aparatelor, cu ajutorul ferofluidelor. Se fac considerații asupra utilizării ecuațiilor de curgere a fluidelor vîscoase pentru lagărele cu suprafețe plane și cilindrice lubrificate cu ferofluide și se dau recomandări asupra formei constructive și condițiilor de utilizare a acestor lagăre în construcția de aparate.

Ferofluidele (lichidele magnetice) sînt dispersii coloidale de particule magnetice subdomenice într-un lichid de bază. Avîndu-și originea în tehnica spațială, cercetările asupra ferofluidelor s-au extins pînă la producerea de componente ferofluidice cu aplicabilitate industrială. În mecanica fină, ferofluidele deschid perspective noi în probleme legate de tehnica lubrificației datorită posibilității de repoziționare și control a viscozității lor. Lubrifierea cu ferofluide a devenit posibilă relativ recent, prin realizarea de suspensii coloidale magnetice ultrastabile în mai multe sortimente de lubrifianți clasici. În cîmpuri magnetice aplicate, viscozitatea ferolubrifianților încetează să mai aibă o comportare newtoniană, depinzînd de direcția și mărimea cîmpului și devenind deci un parametru controlabil.

Teoremele și ecuațiile generale din diamica ferofluidelor au aceeași formă cu cele din dinamica fluidelor clasice, deosebirile fiind determinate doar de proprietățile magnetice ale ferofluidelor. Pentru ferofluide, ecuația de momente are forma :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\operatorname{grad} p - \operatorname{grad} E + \eta \operatorname{div} \vec{v} + \frac{\vec{F}_m}{V} \tag{1}$$

iar ecuația de continuitate,

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0. \tag{2}$$

În ecuațiile (1) și (2) termenii au semnificațiile cunoscute din dinamica fluidelor, iar $\vec{F}_m/V$ reprezintă forța magnetică de volum.

Manuscris primit la data de 24 decembrie 1981
* Prof. dr. doc. ing., Catedra Mecanică fină ; Ing., I.O.R. București.

Se poate demonstra (cu condiția ca ferofluidul să fie neconductor electric) că :

$$\frac{F_m}{V} = \mu_0 M \operatorname{grad} H \tag{3}$$

astfel că ecuația (1) devine după transformări :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\rho}\operatorname{grad}(p - \psi) = -\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} E + \nu \operatorname{div} \vec{V}. \tag{4}$$

Pentru ferofluidele la care magnetizarea este independentă de temperatură, paramterul ψ din ecuația (4) are forma :

$$\psi = \mu_0 \int^H M(\xi)\, d\xi \tag{5}$$

și poate fi interpretat ca o presiune dezvoltată sub acțiunea forțelor magnetice de volum din ferofluid.

Se examinează mișcarea unei pelicule de ferolubrifiant între două suprafețe solide S_1 și S_2 și se consideră triedrul ortogonal $Oxyz$ cu axele Ox și Oy situate pe suprafața S_1 și cu axa Oz normală la această suprafață (fig. 1). Se notează cu U_1 și U_2 componentele vitezelor suprafețelor S_1 și S_2 și se admite că suprafața S_2 are o componentă V_2 a vitezei în lungul axei Oz, care, în cazul lagărelor, corespunde oscilațiilor radiale ale fusului abrorelui. Se mai notează cu $\varepsilon = V_2/U_1$ și cu l valoarea medie a razelor de curbură și se introduc coordonatele și vitezele adimensionale :

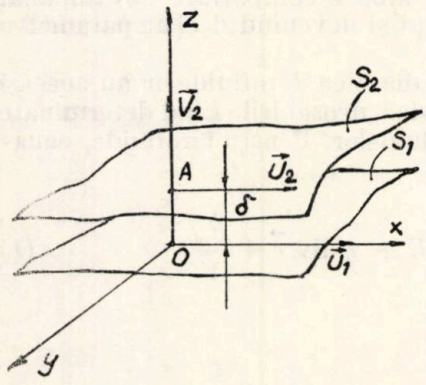


Fig. 1

$$x_1 = \frac{x}{l}, \quad y_1 = \frac{y}{l}, \quad z_1 = \frac{z}{\delta} \tag{6}$$

$$v_{x_1} = \frac{v_x}{U_1}, \quad v_{y_1} = \frac{v_y}{U_1}, \quad v_{z_1} = \frac{v}{V_z}.$$

În ipoteza că mișcarea este permanentă, neglijîndu-se influența forțelor exterioare în raport cu cea a forțelor de viscozitate (dată fiind grosimea foarte mică a peliculei de feorlubrifiant), ecuația (4) scrisă cartezian conduce după transformări la sistemul

$$\frac{P}{l} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p_1}{\partial x_1} = \nu \cdot \frac{U_1}{\delta^2} \cdot \frac{\partial^2 v_{x_1}}{\partial z_1^2}$$

$$\frac{P}{l}\cdot\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p_1}{\partial y_1}=\nu\cdot\frac{U_1}{\delta^2}\cdot\frac{\partial^2 v_{y_1}}{\partial z_1^2}$$

$$\frac{P}{l}\cdot\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p_1}{\partial z_1}=\nu\cdot\frac{v^2}{\delta^2}\cdot\frac{\partial^2 v_{z_1}}{\partial z_1^2} \tag{7}$$

unde $p_1=(p-\psi)\cdot P$, $P=0$ presiune de referință. Neglijînd componenta v_2 (dată fiind grosimea foarte mică a peliculei) și revenind la variabile dimensionale în sistemul (7) se obțin ecuațiile aproximative de mișcare în pelicula de ferolubrifiant:

$$\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial(p-\psi)}{\partial x}=\nu\cdot\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}$$

$$\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial(p-\psi)}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \tag{8}$$

$$\frac{\partial(p-\psi)}{\partial z}=0$$

la care se adaugă ecuația de continuitate (2) în forma carteziană:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0. \tag{9}$$

Prin integrarea ecuațiilor de mișcare (8), folosind condițiile la limită se obține ecuația diferențială a presiunii în peliculele ferofluidice:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\delta^3\frac{\partial(p-\rho)}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\delta^3\frac{\partial(p-\psi)}{\partial x}\right]=6\eta U\frac{\partial\delta}{\partial x} \tag{10}$$

unde U este viteza relativă între suprafețele S_1 și S_2.

Aplicarea ferofluidelor în domeniul construcției de lagăre în regim de frecare fluidă se datoresc, în primul rînd, posibilității de menținere a lor la locul de ungere, ceea ce este foarte important în mecanica fină. În acest fel pierderile de lubrifiant sînt mult diminuate suplimentar, viscozitatea ferolubrifianților este un parametru controlabil magnetic sau electromagnetic.

Din punctul de vedere al calculului, lagărele ferofluidodinamice ridică aceleași probleme ca și lagărele hidrodinamice. Ecuațiile aproximative de mișcare, ecuația continuității și ecuația presiunilor au aceeași formă atît pentru pelicule ferolubrifiante cît și pentru pelicule lubrifiante, deosebirile, în cazul primelor datorindu-se proprietăților magnetice ale acestora.

Pentru cazul lagărului cu suprafață plană (fig. 2), ecuația presiunii are forma:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\delta^2\frac{\mathrm{d}(p-\psi)}{\mathrm{d}x}\right]=6\eta U\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}x}. \tag{11}$$

La extremitățile lagărului de lățime a, pelicula de ferolubrifiant vine în contact cu presiunea atmosferică, p_0 astfel că:

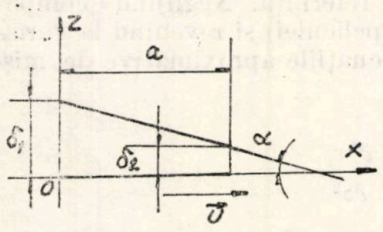


Fig. 2

$$x=0,\ p-\psi=p_0$$

$$x=a,\ p-\psi=p_0$$

și după o primă integrare a ecuației (11) rezultă:

$$\delta^3\frac{\mathrm{d}(p-\psi)}{\mathrm{d}x}=6\eta U\delta+C_1.$$

Pentru o variație de la 0 la a, există o valoare a lui x căreia îi corespunde grosimea δ^* a peliculei pentru care $\frac{\mathrm{d}(p-\psi)}{\mathrm{d}x}=0$, explicîndu-se astfel portanța. Se obține astfel expresia constantei de integrare:

$$C_1=-6\eta U\delta^*.$$

și deci

$$\frac{\mathrm{d}(p-\psi)}{\mathrm{d}x}=6\eta U\left(\frac{1}{\delta^2}-\frac{\delta^*}{\delta^2}\right). \tag{11'}$$

Pentru grosimea stratului de ferolubrifiant rezultă:

$$\delta=\delta_1-x\operatorname{tg}\alpha=\delta_1-\frac{\delta_1-\delta_2}{\alpha}\cdot x \tag{12}$$

și prin schimbarea de variabilă:

$$\frac{\mathrm{d}(p-\psi)}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}(p-\psi)}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}x}=-\frac{\delta_1-\delta_2}{\alpha}\cdot\frac{\mathrm{d}(p-\psi)}{\mathrm{d}\delta} \tag{13}$$

prin integrare:

$$p-\psi=\frac{6\eta U\alpha}{\delta_1-\delta_2}\cdot\frac{1}{\delta}\left(1-\frac{\delta^*}{2\delta}\right)+C_2. \tag{14}$$

Punînd condițiile la limită: $\delta=\delta_1$, $p-\psi=p_0$; $\delta=\delta_2$, $p-\psi=p_0$, se determină constantele δ^* și C_2, astfel încît distribuția de presiuni în pelicula de ferolubrifiant va fi:

$$p=\frac{6\eta aU}{\delta_1-\delta_2}\left[\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\delta_1}-\frac{\delta_1\delta_2}{\delta_1+\delta_2}\left(\frac{1}{\delta^2}-\frac{1}{\delta^2}\right)\right]+p_0+\psi \tag{15}$$

În aceste condiții, notînd $\delta_1/\delta_2 = k$, capacitatea portantă a lagărului plan va fi:

$$P_F = \int_0^a (p - p_0)\,\mathrm{d}x = \frac{6\eta a^2 U}{\delta_2^2(k-1)^2}\left(\ln k - 2\frac{k-1}{k+1}\right) + \int_0^a \psi \mathrm{d}x =$$

$$= \frac{6\eta a^2 U}{\delta_2^2(k-1)^2}\left(\ln k - 2\frac{k-1}{k+1}\right) + a\psi. \qquad (16)$$

Prin comparație cu capacitatea portantă a lagărului plan, creșterea portanței la lubrificația ferofluidică va fi:

$$\Delta P = P_F - P = a\psi \qquad (17)$$

și se datorește exclusiv presiunilor magnetice dezvoltate în ferofluid.

Pentru calculul lagărelor radiale cu suprafețe cilindrice (fig. 3) dată fiind grosimea mică a peliculei de ferolubrifianți, efectul curburii suprafețelor poate fi neglijat, Din acest motiv, problema se poate trata plan, cu schimbarea de variabilă $x = r\theta$. Ecuația diferențială a presiunilor în peliculă are forma:

$$\frac{1}{r_2}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\delta^3\frac{\partial(p-\psi)}{\partial\theta}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\delta^3\frac{\partial(p-\psi)}{\partial y}\right] = \frac{6\eta U}{r}\cdot\frac{\partial\delta}{\partial\theta}. \qquad (18)$$

Se poate demonstra că distribuția de presiuni (pentru cazul teoretic al lagărului de lungime infinită) este:

$$p = \frac{6\eta U r\varepsilon\sin\theta(2+\varepsilon\cos\theta)}{c^2(2+\varepsilon^2)(1+\varepsilon\cos\theta)^2} +$$

$$+ p_0 + \psi \qquad (19),$$

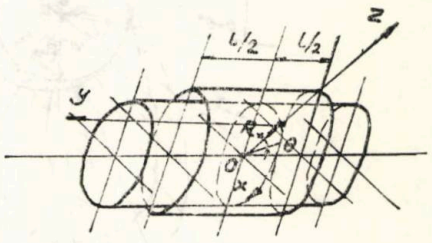


Fig. 3

$$p(0) = p(2\pi),\ p_{y=l} = p_0.$$

În cazul ferolubrificației, presiunile de natură magnetică dezvoltate în ferofluid au ca efect atît creșterea capacității portante cît și diminuarea cavitației. Într-adevăr, pentru o presiune magnetică ψ (fig. 4) cavitația va apare doar pe domeniul:

$$\Delta\theta_F = \theta_2 - \theta_1 < \Delta\theta \qquad (20)$$

Există chiar posibilitatea evitării cavitației pentru o valoare ψ_{cr} a presiunii magnetice, pentru care diferența $p - p_0 = \psi_{cr}$. Practic, acest lucru este realizabil în condițiile utilizării unor ferolubrifianți cu densitate de particule mare.

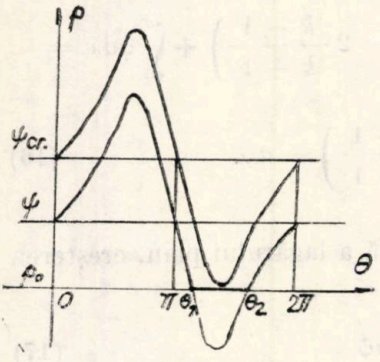


Fig. 4

Capacitatea portantă a lagărului, P_F, (fig. 5) se determină prin componentele tangențială P_{tF} și normală P_{nF} la linia centrelor:

$$P_{tF} = \int_{-l/2}^{l/2} \int_0^{\theta_1} (p - p_0) \cos\theta \, d\theta \, dy +$$

$$+ \int_{-l/2}^{l/2} \int_{\theta_2}^{2\pi} (p - p_0) \cos\theta \, d\theta \, dx =$$

$$= \frac{6\varepsilon l}{2 + \varepsilon^2} \cdot \frac{(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)(\cos\theta_2 + \cos\theta_1 + \varepsilon\cos\theta_1\cos\theta_2)}{(1 + \varepsilon\cos\theta_1)(1 + \varepsilon\cos\theta_2)} +$$

$$+ \psi l(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) = P_F \cos\varphi,$$

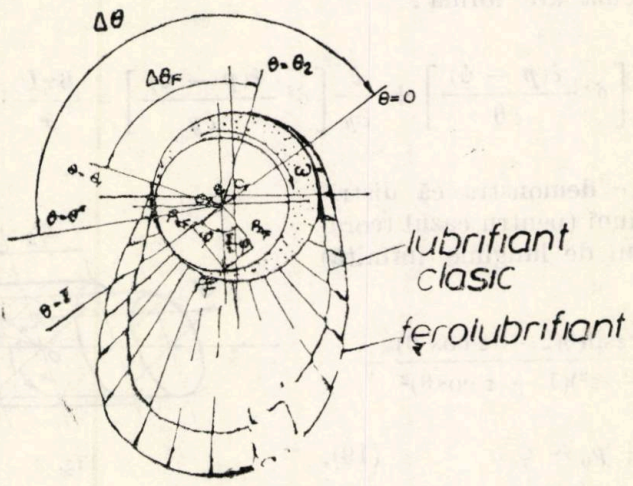


Fig. 5

$$P_{nF} = \int_{-l/2}^{l/2} \int_0^{\theta_1} (p - p_0) \sin\theta \, d\theta \, dy + \int_{-l/2}^{l/2} \int_{\theta_2}^{2\pi} (p - p_0) \sin\theta \, d\theta \, dy =$$

$$= \frac{12\varepsilon l}{(2 + \varepsilon^2)\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \left(\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}}{\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2}}{\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}} \right) +$$

$$-\frac{6\varepsilon l}{2+\varepsilon^2}\left(\frac{\sin\theta_2\cos\theta_2}{1+\varepsilon\cos\theta_2}-\frac{\sin\theta_1\cos\theta_1}{1+\varepsilon\cos\theta_1}\right)+$$

$$+l\psi(\cos\theta_2-\cos\theta_1)=P_F\sin\varphi, \tag{21}$$

$$P_F=\sqrt{P_{tF}^2+P_{nF}^2} \tag{22}$$

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{P_{tF}}{P_{nF}}. \tag{23}$$

Cuplul de frecare vîscoasă în lagăr se calculează cu relaţia:

$$M_f=\int_0^l\int_0^{2\pi}R\cdot\frac{\eta\omega R}{\delta}\cdot R\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}x. \tag{24}$$

Exprimînd grosimea interstiţiului, δ, în funcţie de jocul radial şi de excentricitatea e:

$$\delta=c\left(1+\frac{e}{c}\cos\theta\right),$$

şi notînd $\varepsilon=e/c$ — excentricitatea relativă, expresia momentului de frecare în lagăr devine:

$$M_f=\int_0^l\int_0^{2\pi}R^3\frac{\eta\omega}{c(1+\varepsilon\cos\theta)}\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}y=$$

$$=\int_0^l\mathrm{d}y\int_0^{2\pi}\frac{\eta\omega R^3}{c(1+\varepsilon\cos\theta)}\,\mathrm{d}\theta=$$

$$=\frac{2\pi\eta\omega R^3l}{c\sqrt{1-\varepsilon^2}}=\frac{\pi\eta\omega D^3l}{4c\sqrt{1-\varepsilon^2}}, \tag{25}$$

unde: ω — viteza unghiulară a arborelui,
D — diametrul arborelui,
l — lungimea fusului,
η — viscozitatea ferofluidului,

Spre deosebire de fluidele clasice, viscozitatea ferofluidelor plasate în cîmpuri magnetice are o comportare nenewtoniană, asemănătoare cu a unei suspensii coloidale nemagnetice, dar depinzînd, în plus, de direcţia şi mărimea cîmpului aplicat. Slimois a stabilit următoarea relaţie, confirmată experimental:

$$\eta=\eta_0\left[1+2{,}5\varepsilon\left(1+0{,}6\frac{\xi-\operatorname{th}\xi}{\xi+\operatorname{tg}\xi}\sin^2\alpha\right)\right] \tag{26}$$

unde : η_0 — viscozitatea lichidului de bază,
ε — volumul fazei solide în unitatea de volum de suspensie,
$\xi = \mu_0 MH/kT$ — corecția magnetică,
α — unghiul dintre vectorii $\vec{H}$ și $\vec{\Omega} = \frac{1}{2}\vec{\gamma}$, $\vec{\Omega}$ reprezentînd viteza unghiulară medie a particulelor din suspensie.

Notînd $F(\xi) = \dfrac{\xi - \text{th}\,\xi}{\xi + \text{th}\,\xi}$, se obține :

(a). Pentru $\vec{H} \parallel \vec{\Omega}$, adică pentru $\vec{H}$ perpendicular pe curgere :

$$\eta_{\parallel} = \eta_0[1 + 2{,}5\varepsilon(1 + 0{,}3\,F(\xi))] \tag{27}$$

(b). Pentru $\vec{H} \perp \vec{\Omega}$, adică pentru H, paralel cu curgerea :

$$\eta_{\perp} = \eta\,[1 + 2{,}5\,\varepsilon(1 + 0{,}6\,F(\xi))]. \tag{27'}$$

Variația viscozității ferofluidului în raport cu parametrii cîmpului-magnetic aplicat în cele două situații prezentate poate fi urmărită în fig. 6.

Deoarece pierderile de ferolubrifiant sînt minime, evacuarea căldurii degajate prin frecare se face practic prin convecție și radiație prin suprafața lagărului. Ecuația bilanțului termic are forma :

$$Q_f = \mu P \omega D/2 = Q_c = \alpha S \Delta t \tag{28}$$

unde : $\mu = \sqrt{\dfrac{\xi_m}{\eta\omega}}$ — coeficient specific de frecare,
α — coeficient global de transmitere a căldurii raportat la suprafața lagărului,
S — suprafața exterioară a lagărului prin care se face evacuarea căldurii,
Δt — diferența de temperatură între lagăr și mediu.

Singura limitare a turației este dată de evaporarea ferofluidului la creșterea temperaturii. Domeniul de lucru poate fi extins pînă la $n =$ $= 120\,000$ rot/min, fie prin utilizarea unor ferofluide cu punct de evaporare ridicat, fie prin realizarea unor condiții speciale de evacuare artificială a căldurii degajate prin frecare : mărirea suprafeței de evacuare exterioare, prevederea de canale de recirculare a ferofluidului sau răcirea forțată.

Dată fiind posibilitatea reținerii ferolubrifiantului între elementele lagărului, debitul de alimentare poate fi redus foarte mult. Cel mai simplu mod de reținere a ferolubrifiantului 1 între elementele 3 și 4 ale unui lagăr de alunecare (fig. 7) constă în plasarea unui magnet permanent 2 în arbore. Arborele și cuzinetul se construiesc din materiale nemagnetice. Destul de simplu, acest tip de lagăr este prevăzut să lucreze în condiții de sarcini radiale mici și la turații mari. La turații mici, precum și în regimurile de pornire-oprire lubrifierea este limitată, datorită curgerilor prin interstițiul radial.

Capacitatea de reținere a patului ferofluidic poate fi ridicată prin prevederea de etanșoare ferofluidice la capetele lagărului (fig. 8) Etanșoarele 1 sînt elemente simple cu o singură treaptă, care pot suporta

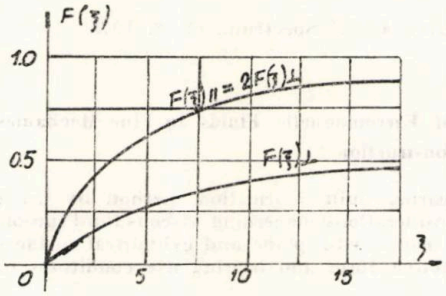


Fig. 6

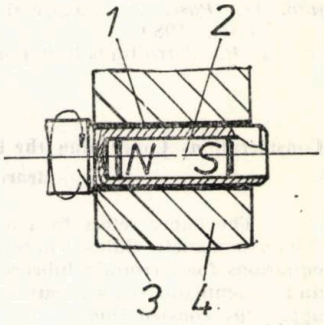


Fig. 7

numai o mică presiune diferențială. Arborele 4 și cuzinetul 2 se execută din materiale nemagnetice pentru a preveni contactul lor sub acțiunea forțelor de cîmp. Magnetul permanent 5 înglobat în arbore are rolul de a poziționa ferofluidul în regiunea de solicitare mare.

În condițiile execuției unei rețele de canale elicoidale sau spirale pe arbore (fig. 9), se produce un efect de pompaj al ferofluidului spre

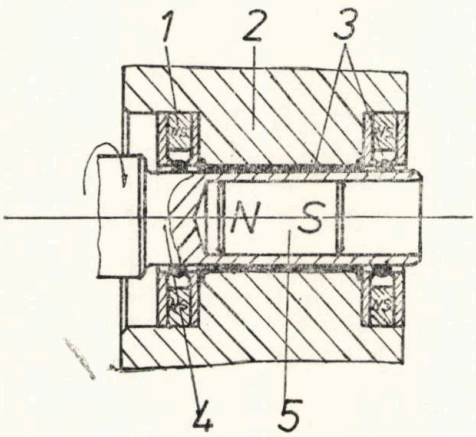


Fig. 8

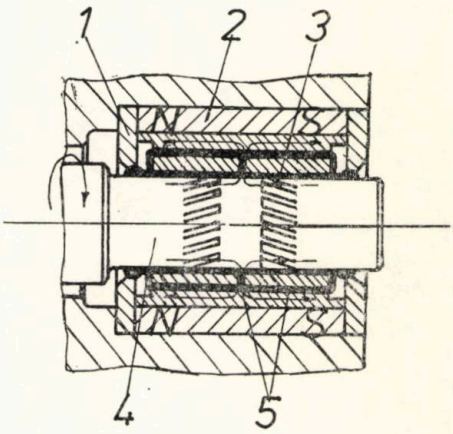


Fig. 9

zona centrală a lagărului. În acest mod lagărele pot prelua și mici sarcini axiale. În zona centrală a corpului lagărului 2 sînt prevăzute canale radiale 5 care permit recircularea fefrolubrifiantului pompat de rețeaua de pe arborele 4. Etanșoarele ferofluidice laterale 1 nepermițînd evacuarea spre exterior, se realizează o circulație continuă a ferolubrifiantului cu efecte pozitive asupra capacității portante și evacuării căldurii degajate prin frecare vîscoasă.

BIBLIOGRAFIE

1. *Bertrand, A.R.V.*, Les ferrofluides, Rev. Inst. Franc. Petrole, XXV, nr. 1, 1970
2. *Cameron, A.*, Principles of lubrication, London, Longmans, 1966
3. *Demian, Tr., Pascu, S.*, Lagăre și ghidaje pentru aparate, Ed. Academiei R.S.R., București, 1980
4. *Moskowitz, R.*, Ferrofluids-liquid magnetics, IEEE Spectrum, nr. 3, 1975

Considerations Concerning the Use of Ferromagnetic Fluids in Fine Mechanics Bearing Construction

The paper refers to a new bearing fluid lubrication method by using the ferromagnetic fluids. There are considerations concerning viscous fluid run-off equations for ferrofluid lubricated bearings with plane and cylindrical surfaces and recommandations about constructive form and bearing use conditions in apparatus construction.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.43 : 539.4
621.824 : 539.4

BEITRAG ZUR GENAUIGKEITSVERBESSERUNG DER FESTIGKEITS RECHNUNG BEI KURBELWELLEN

C. PETCU, H. PITARU, A. BELEI*

Die Kurbelwelle wurde nicht wie üblich statisch bestimmt, d.h. durch Hauptlagern geschnitten, sondern in ihrer reellen Form und ihrer reellen Lagerung berechnet. Es wurden dabei nur kleine Vereinfachungen betreffs Belastung vorgenommen. Angewendet wurden Mohr-Maxwell und Castigliano. In dem zweiten Teil der Arbeit wird die Bestimmung der Koeffizienten durchgeführt, die das Gleichungssystem bildet, das für die Lösung des statisch unbestimmten Trägersystems benötigt wird.

I-er Teil. Die Festigkeitsrechnung der als statisch unbestimmtes System betrachteten Kurbelwelle

1. Einleitung

Die Kurbelwelle des Verbrennungsmotors besitzt eine komplizierte Form und wird äusserst vielfaltig belastet. Die Festigkeitsrechnung der Kurbelwelle umfasst üblicherweise zwei Teile : a) Die Rechnung betreffs die Beanspruchungen, die von Pleuelstangenkräften und von Zentrifugalkräften der Massen in Rotationsbewegung verursacht werden, eine Rechnung für Komplexbeanspruchungen, wo die Biegung die Hauptrolle spielt und b) die Rechnung für Torsionsschwingungen. Die vorliegende Arbeit behandelt nur den ersten Aspekt.

Die Biegungsrechnung ist stark erschwert von der Belagerung der Kurbelwelle, die üblich sich auf mehr als zwei Lagern stützt und so ein statisch unbestimmtes System bildet. Die allgemein benutzte Methode beseitigt künstlich diese Unanehmlichkeit und wandelt die Kurbelwelle in ein statisch bestimmtes System um, durch das Schneiden der Kurbelwelle in den Hauptlagern. Dadurch wird jede Kurbelkröpfung ein unabhängiges, statisch bestimmtes System, das sich sehr einfach berechnen lässt. Es ist aber zu erwarten, dass diese Methode beträchtliche Rechnungsfehler einführt.

* Student, V-es Jahr -Fakultät für Mechanik, Dr.-Ing., Oberasistent, Lehrstuhl für Verbrennungsmotoren

Die vorliegende Arbeit beabsichtigt zwei Fragen zu behandeln. In dem ersten und dem zweiten Teil der Arbeit wird es eine Rechnungsmethode vorgeschlagen, nach der die Kurbelwelle in ihrer reellen Lage betrachtet wird, als einen statisch unbestimmten, gekröpften Mehrstützträger (die Wellenlagern wurden als Stützen mit Stützkräften in zwei Ebenen betrachtet). Es wird die Organisation einer Rechnungsmethode für Kurbelwellen mit beliebiger Kurbelkröpfungszahl vorgestellt. Das Rechnungsprogramm wurde für Kurbelwellen mit bis 16 Kurbelkröpfungen zusammengestellt. Wie bei jeder technischen Biegungsrechnung wurden die Scherspannungen vernachlässigt, sowie die Spannungen die von den Zugkräften verursacht werden, die allerdings nur in den Zapfenwangen bestehen.

Symbole und Bezeichungen

V, H	Stütztkräfte in dem Grundsystem in Oz- bzw Ox-Richtung
F	Schwungkraft der Kurbelzapfen
Z	Pleuelstangenkraftkomponente in Kurbelrichtung
T	Pleuelstangenkraftkomponente senkrecht zur Kurbelrichtung
F	Schwungkraft des Pleuelstangenteils, der an der Drehbewegung teilnimmt
B	Schwungkraft der Kurbelwange
M_m	Gesamtdrehmoment des Motors am Ende der Kurbelwelle
Z	Gesamtkraft, die in der Mitte der Kurbelzapfen wirkt
G	Schwungkraft des Gegengewichts
α	Stellungswinkel der Kurbel
P, P'	Einheitskraft in Oz-bzw Ox-Richtung
$\overbrace{\text{(h)}}$	Stütze nr. h
$\boxed{\text{k}}$	Kurbelkröpfung nr. k
a	Länge des Wellenzapfens
b	Länge der Kurbelwange
c	Länge des Kurbelzapfens
N	Kurbelkröpfungszahl
l	Reihenfolgennummer (Rang) der Einerkräfte P, P'
Q_z, Q_x	Scherkräfte in Oz- bzw Ox-Richtung
M_0^i, m_{i1}	Biegungsmomente in dem reell belasteten Grundsystem, bzw reihenweise belastet mit den Einerkräften P, P'
M_0^i, m_{t1}	Drehmomente in dem reell belasteten Grundsystem, bzw reihenweise belastet mit den Einerkräften P, P'
δ	Veschiebung des Kraftpunktes
$[x_{ij}]$	Symbol für eine Matrix mit i Linien und j Kolummen
$[x_i]$	Symbol für eine Kolumnmatrix mit i Linien
$[\int]$	Operationsmatrix „symbolische Integralmatrix"
[ ]	allgemeine Matrix
{ }	Kolumnmatrix
[ ]	Diagonalmatrix
ε, ε_1	Stellungswinkeln der Gegengewichte.

2. Arbeitshypothesen

Die Kurbelwelle wird als einen räumlich gekröpften Mehrstützträger betrachtet, wobei sich die Stütze in der Mitte jedes Wellenlagers befindet.

Das Stützsystem ist unverzerrbar.

Die Pleuelstangenkraft wirkt konzentriert in der Mitte der Kurbellager.

Die Zusammensetzung jeder Kröpfung ist gleich (die Länge und der Durchmesser des Wellen- bzw Kurbelzapfens, die Form und die Ausmasse der Kurbelwange [1]). Es wurde angenommen, dass die Gegengewichte nicht identisch für alle Kröpfungen sind und dass derer Gewichtspunkte sich nicht in der Kurbelwangenebene befindet.

3. Rechnungsorganisation

In dem Bild 1 wird das benutzte Koordinatensystem vorgestellt; die erste Kröpfung befindet sich in der yOz-Ebene. Die Kräfte Z

$$Z = F_m - Z_B + F_{ir}$$

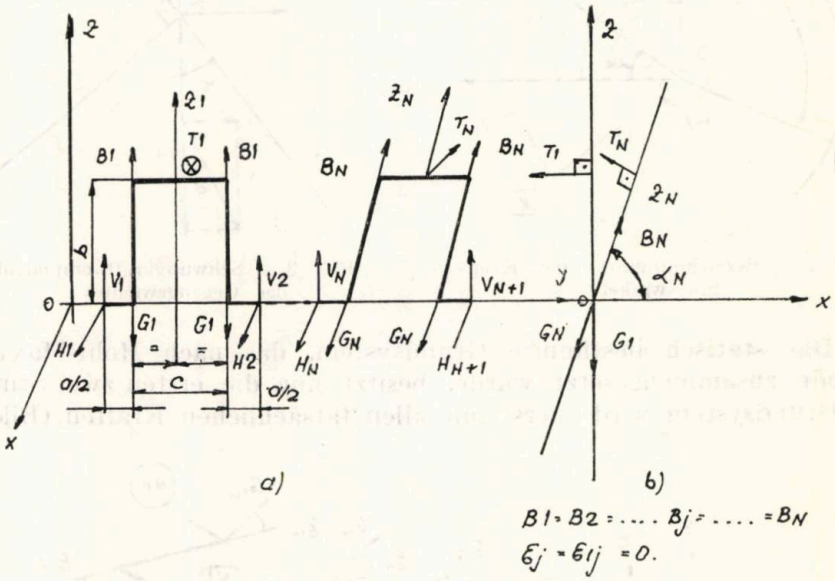


Bild 1 — Koordonatensystem a) Langschnitt b) Querschnitt

sind positiv, wenn sie nach aussen gerichtet sind; die Kräfte T sind positiv, wenn sie die Welle in trigonometrischem Drehsinn drehen und die Stützkräfte V und H, wenn sie die positive Richtung der Oz- bzw Ox-Achse haben.

In dem Bild 2 wird die Bezeichnungsart der Kröpfungswinkel vorgestellt, die den Kröpfungsstern zusammensetzen; die erste Kröpfung wurde bei 90° von dem Winkelanfang gesetzt.

Für Gegengewichte kann man gemäss der vorgestellten Methode eine beliebige Lage auf der Kurbelwange bezogen, auf der sie gefestigt sind. Aus diesem Grunde wird die Zentrifugalkraft, die von Gegenge-

[1]) Die Rechnung braucht unwichtige Änderungen falls die Zusammensetzung der Kröpfungen nicht gleich ist, beispielsweise wenn einer von den Wellenlagern länger ist.

wichtsmasse verursacht wird, zwei Komponente haben: eine parallel mit Z- und eine parallel mit T-Kraft (Bild 3).

Die Zentrifugalkräfte, die von den Kurbelwangen verursacht werden, haben eine Richtung, die parallel mit Z läuft, während die Zentrifugalkraft des Kurbelzapfens in Z-Kraft umfasst wird.

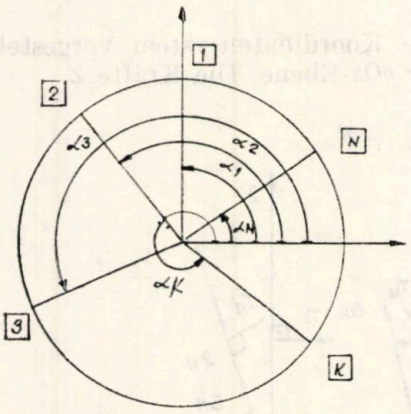
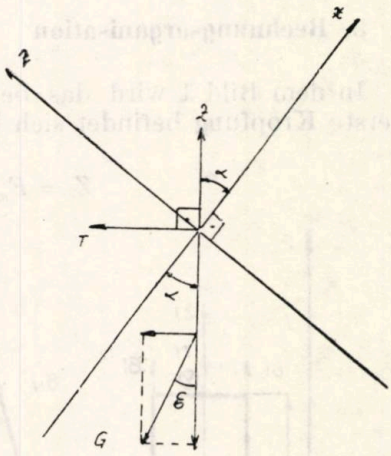
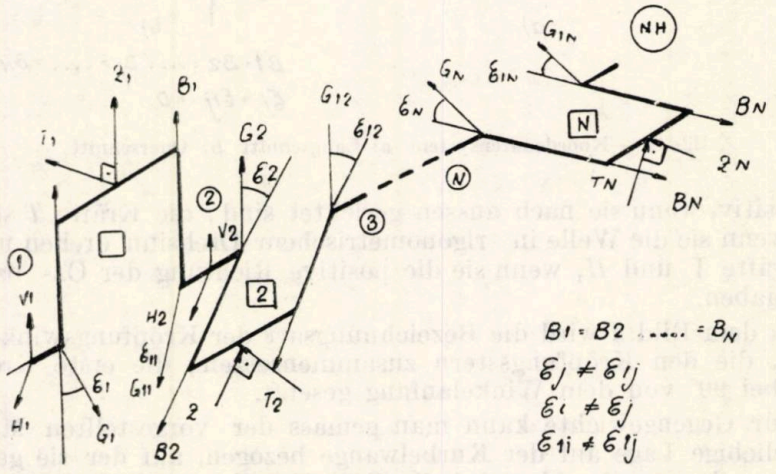


Bild 2 — Bezeichnungsart der Kropfungswinkel



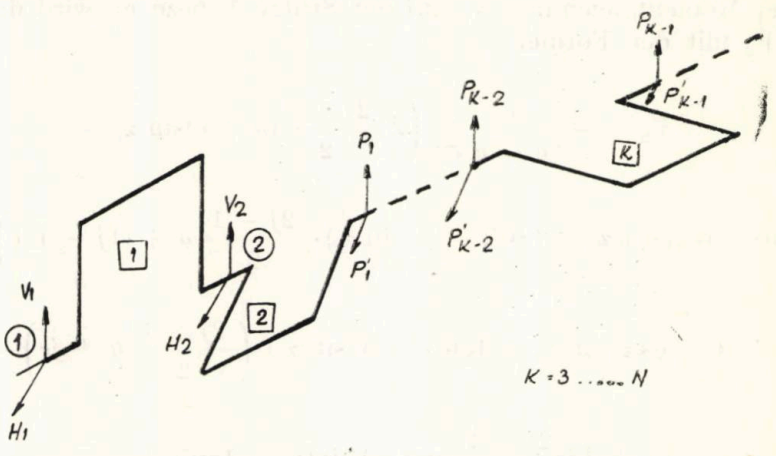
Bilg 3 — Schwungkraftkomponente des Gegengewichtes

Das statisch bestimmte Grundsystem, das nach Mohr-Maxwell-Methode zusammengesetzt wurde, besitzt nur die ersten zwei Stützen Das Grundsystem wird zuerst mit allen tatsächlichen Kräften (Bild 4)



Bilg 4 — Das (statisch bestimmte) Grundsystem, reell belastet

belastet und danach, nacheinander mit je einer Einerkraft auf den Oz- und Ox-Richtungen in den entfernten Stützen (Bild 5).



Bilg 5 — Einerkräfte, die nacheinander das Grundsystem belasten

4. Die Rechnung der Stutzkräfte, der Scherkräfte und der Innenmomente in dem Grundsystem

4.1 Die reelle Belastung

4.1.1 Die Rechnung der Stützkräfte

Es wird die Gleichgewichtgleichung der Kräfte nach Oz-Richtung geschrieben.

$$V_1 + V_2 + S_1 = 0 \tag{4.1}$$

wo:

$$S_1 = \sum_{j=1}^{N} S_{1j} = \sum_{j=1}^{N} (Z_j \sin\alpha_j + G_j \cos\varepsilon_j \sin(\alpha_j + 180°) +$$

$$+ G_{1j} \cos\varepsilon_{1j} \sin(\alpha_j + 180°) + T_j \sin(\alpha_j + 90°) +$$

$$+ G_j \sin\varepsilon_j \sin(\alpha_j + 270°) + G_{1j} \sin\varepsilon_{1j} \sin(\alpha_j + 270°) + 2B_j \sin\alpha_j). \tag{4.2}$$

Wenn man ähnlich nach Ox-Richtung vorgeht, erzielt man:

$$H_1 + H_2 + S_2 = 0. \tag{4.3}$$

wo:

$$S_2 = \sum_{j=1}^{N} S_{2j} = \sum_{j=1}^{N} (Z_j \cos\alpha_j + G_j \cos\varepsilon_j \cos(\alpha_j + 180°) +$$

$$+ G_{1j} \cos\varepsilon_{1j} \cos(\alpha_j + 180°) + T_j \cos\beta_j + G_j \sin\varepsilon_j \cos(\alpha_j + 270°) +$$

$$+ G_{1j} \sin\varepsilon_{1j} \cos(\alpha_j + 270°) + 2B_j \cos\alpha_j). \tag{4.4}$$

Aus der Momentgleichung M_x auf der Stütze ① bezogen wird die Stützkraft V_2 mit der Formel

$$V_2 = -\frac{1}{a+c}\sum_{j=1}^{N}\left(Z_j\frac{2j-1}{2}(a+c)\sin\alpha_j + \right.$$

$$+ (G_j\cos\varepsilon_j\sin(\alpha_j+180°) + \beta_j\sin\alpha_j)\cdot\frac{2j-1}{2}a + (1j-1)c\Big) +$$

$$+ (G_{1j}\cos\varepsilon_j\sin(\alpha_j+180°) + \beta_j\sin\alpha_j)\cdot\left(\frac{2j-1}{2}a + jc\right) +$$

$$+ Tj\frac{2j-1}{\alpha}(a+c)\sin(\alpha_j+180°) +$$

$$+ G_j\sin\varepsilon_j(\sin\alpha_j+270°)\left(\frac{2j-1}{2}a + (j-1)c\right) +$$

$$+ G_{1j}\sin\varepsilon_{1j}\sin(\alpha_j+270°)\left(\frac{2j-1}{2}a + jc)\right)\cdot \qquad (4.5)$$

berechnet und aus der Momentgleichung M_z auf derselben Stütze bezogen die Stützkraft H_2:

$$H_2 = -\frac{1}{a+c}\sum_{j=1}^{N}\left(Z_j\frac{2j-1}{2}(a+c)\cos\alpha_j + \right.$$

$$+ (G_j\cos\varepsilon_j\cos(\alpha_j+180°) + \beta_j\cos\alpha_j)\cdot\frac{2j-1}{2}a + (j-1)c\Big) +$$

$$+ (G_{1j}\cos\varepsilon_{1j}\cos(\alpha_j+180° + \beta_j\cos\varepsilon_j)\cdot\left(\frac{2j-1}{2}a + jc\right) +$$

$$+ T_j\frac{2j-1}{2}(a+c)\cos(\alpha_j+90°) +$$

$$+ G_j\sin\varepsilon_j\cos(\alpha_j+270°)\left(\frac{2j-1}{2}a + (j-1)c\right) +$$

$$+ G_{1j}\sin\varepsilon_{1j}\cos(\alpha_j+270°)\left(\frac{2j-1}{2}a + jc\right)\Big)\cdot \qquad (4.6)$$

Das gesamte Drehmoment des Motors wird aus der Momentgleichung gegenüber der Oy-Achse mit der Formel

$$\sum_{j=1}^{N} T_j b = M_m \tag{4.7}$$

berechnet. Die anderen Stützkräfte werden durch Substraktion aus den Gleichungen (4.1) und (4.3) erzielt.

$$V_1 = -V_2 - S_1 \tag{4.8}$$

$$H_1 = -J_2 - S_2. \tag{4.9}$$

4.1.2. *Die Nummerierung der Punkte und der kennzeichnenden Kröpfungsebstandteile*

Die wichtigen Punkte der Wellenkröpfung Nummer k sind : $6k-5$, $6k-4$, $6k-3$, $6k-2$, $6k-1$, $6k$ und $6k+1$. Diese Nummerierung ergiebt sich dadurch, dass die Punkte laufend, beginend mit 1 nummeriert sind. Jeder Trägerabschnitt befindet sich zwischen zwei aufeinanderfolgend nummerierten Punkten und bekommt die kleinere Nummer (Bild 6).

4.1.3. *Die Rechnung der Scherkräfte*

Die Scherkräfte werden nur als Hilfsgrössen berechnet, weil sie danach bei der Rechnung der Innenmomente benutzt werden. Aus diesem Grunde werden nur die Scherkräfte am Anfang jeder Wellenkröpfung berechnet. Für die erste Kröpfung sind die Scherkräfte den Stützkräften gleich :

$$Qz_1 = V_1 \text{ und } Q_{x1} = H_1 \tag{4.10}$$

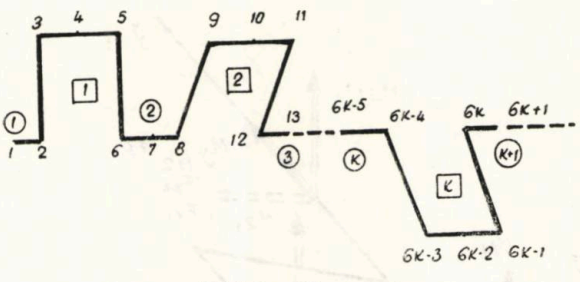


Bild 6 — Nummerierung

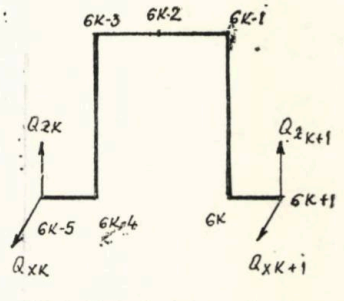


Bild 7 — Die Scherkrafte

Für die übrigen Scherkräfte werden die Formel

$$Qzk = V_1 + V_2 + \sum_{j=1}^{k-1} S_{1j}$$

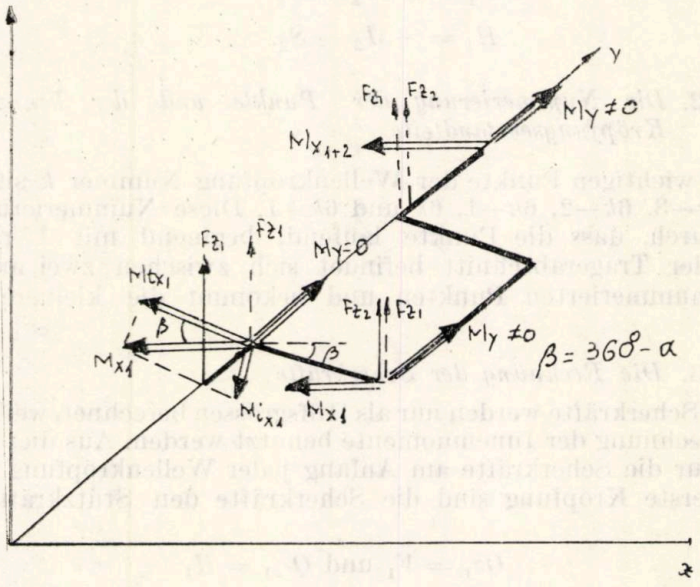
$$Qzk = H_1 + H_2 + \sum_{j=1}^{k-1} S_{2j} \tag{4.11}$$

benutzt. In den anderen Kröpfungspunkten können die Scherkräfte durch Addition berechnet werden. Die Rechnungsformel werden in den Tafeln 1 und 2 angegeben.

4.1.4. Die Rechnung der Innenbiegungsmomente

Aus der Beziehung zwischen Innenmoment M und Scherkraft T [1]

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = T \tag{4.12}$$



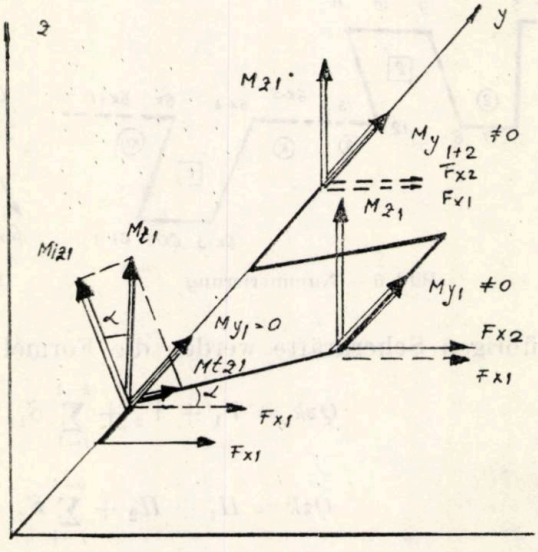


Bild 8 — Dreh- und Biegungsmomente

erreicht man durch Integrierung den Ausdruck des Innenmoments in jedem beliebigen Punkt: das Moment ist gleich dem Moment in dem nähesten Scherkraftpunkt addiert mit dem Moment dieser Scherkraft. In dieser Art werden alle inneren Biegungsmomente des Grundsystems berechnet.

Die inneren Drehmomente bleiben konstant auf jedem Trägerabschnitt.

Die Beanspruchungsart ergibt sich einfach nach der Kräfterichtung. So beispielsweise erkennt man, in dem Bild 8a dass die Kräfte, deren Richtung parallel der Oz-Richtung läuft, Momente um den Ox- und Oy-Achsen verursachen. Das Moment um die Ox-Achse beansprucht die Kurbelwangen bei Biegung und Torsion, die Kurbel- und Wellenzapfen nur bei Biegung. Das Moment um die Oy-Achse beansprucht die Kurbelwangen bei Biegung und Kurbel- und Wellenzapfen bei Torsion. Die Rechnungsformel für die Biegungs- und Drehmomente in jedem Abschnitt werden in den Taffeln 1 und 2 systematisiert.

4.2 Die Belastung mit den Einerkräften

Gemäss der Mohr-Maxwell-Methode, in den Punkten wo die Stützen entfernt wurden, werden sogenannte Einerkräfte — Kräfte die gleich Einer sind — eingeführt parallel den Richtungen der Stützkräfte, die in diesen Punkten wirken sollen. Das Grundsystem wird nacheinander mit jeder von Einerkräften belastet, für die in ähnlicher Weise die Stützkräfte in den zwei Stützen des Grundysystems, die Scherkräfte und die Biegungs- und Drehmomente berechnet werden.

Für die Oz-Richtung werden die Einerkräfte P_l und für Ox-Richtung P_l, genannt, wo l Werte zwischen 1 und $N-1$ nimmt. Der Wirkungspunkt der zwei Kräfte ist $h = l + 2$.

Da die Einführung der Einheitskräfte nacheinander, in jedem Stützeplatz vorgenommen wird, braucht man die Bezeichnung „Rang l". Die Scherkräfte und die Innenmomente, die für der Einerkraft Nummer l berechnet werden, haben den Rang l.

Die Rechnung der Stützkräfte nach Oz-Richtung wird mit den Formeln:

$$V_1 = l$$
$$B_2 = -(l+1) \qquad (4.13),$$

und nach Ox-Richtung mit den Formeln:

$$H_1 = l$$
$$H_2 = -(l+1) \qquad (4.14)$$

durchgeführt. Die Scherkräfte werden nach folgender Regel berechnet:

Wenn $k - 2 = l$ dann $P_{k-2} = 1$ und

wenn $k - 2 \neq l$ dann $P_{k-2} = 0$,

Taffel 1

Trägerabschnitt: Moment	Trägerabschnitt: Abschnitt	Rechnungsformeln für Innenmomente, die in dem Grundsystem von Kräften in Oz-Richtung verursacht werden (reelle Belastung)	Von Einerkräften verursachten Innenmomente
Miz_1	$y \in [a, a/2]$	$Qx_1\ y$	$Qx_1 = a/2$
Miz_{6k-5}	$y \in [0,\ a/2]$	$Miz_{6k-6}/y = a/2 + Qx_k \cdot y$	$Miz_{6k-6,l}/y = a/2 + Qx_{kl}y$
Mz_{6k-4}	$y = a/2$	$Miz_{6k-5}/y = a/2$	$Miz_{6k-5,l}/y = a/2$
Miz_{6k-4}	$y = a/2$	$Mz_{6k-4}\cos(180° - \alpha_k)$	$Mz_{6k-4,l}\cos(180° - \alpha_k)$
Mtz_{6k-4}	$y = a/2$	$Mz_{6k-4}\ \sin(180° - \alpha_k)$	$Mz_{6k-4,l}\ \sin(180 - \alpha_k)$
Miz_{6k-3}	$y \in [0,\ c/2]$	$Mz_{6k-4} + [Qx_k + G_k \cos\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 270°) + \beta_k \cos\alpha_k]\ .j$	$Mz_{6k-4,l} + Qx_{k,l}y$
Miz_{6k-2}	$y \in [0,\ c/2]$	$Miz_{6k-3}/y = c/2 + [Qx_k + G_k \cos\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 170°) + + \beta_k \cos\alpha_k + Z_k \cos\alpha_k + T_k \cos(\alpha_k) + 90°)]\ .j.$	$Miz_{6k-3,l}/y = c/2 + Qx_{k,l}y$
Mz_{6k-1}	$y = c/2$	$Miz_{6k-2}/y = c/2$	$Miz_{6k-2,l}/y = c/2$
Miz_{6k-1}	$y = c/2$	$Mz_{6k-1}\cos(180° - \alpha_k)$	$Mz_{6k-1,l}\cos(180° - \alpha_k)$
Mtz_{6k-1}	$y = c/2$	$Mz_{6k-1}\sin(180° - \alpha_k)$	$Mz_{6k-1,l}\sin(180° - \alpha k)$
Miz_{6k}	$y \in [0,\ a/2]$	$Mz_{6k-1} + [Qx_k + G_k \cos\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 270°) + z_k \cos\alpha_k + + 2\beta_k \cos\alpha_k T_k \cos(\alpha_k + 90°) + G_{1k}\cos\varepsilon_{1k}\cos(\alpha_k + 180°) + G_{1k}\sin\varepsilon_k \cos(\alpha k + 210°)]\ .j$	$Mz_{6k-1,l} + Q_{x,l}\ .y$
$Mtyi$	$z = b$	0	0
Mty_{6k-5}	$z = b$	$Mty_{6k-6}/z = b.$	$Mty_{6k-6,l}/z = b$
Miy_{6k-4}	$z \in [a,\ b]$	$Mty_{6k-5} - [Qx_k + G_k \cos\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 270°)]\ .\ \sin\alpha_k$	$Mty_{6k-5,l} - Qx_{k,l}z\ .\sin\alpha_k$
Mty_{6k-3}	$z = b$	$Miy_{6k-4}/z = b.$	$Miy_{6k-4,l}/z = b.$
Mty_{6k-2}	$z = b$	Mty_{6k-3}	$Mty_{6k-3,l}$
Mix_{6k-1}	$z \in [0,\ b]$	$Mty_{6k-2} + [Qx_k + G_k \cos\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \cos(\alpha_k + 270°) + 2\beta_k \cos\alpha + + z_k \cos\alpha_k + T_k \operatorname{ocs}(\alpha_k + 90°)\ .z\ .\sin\alpha_k$	$Mty_{6k-2,l} + Qz_{k,l}z\ .\sin\alpha_k$
Mty_{6k}	$z = b$	Mik_{6k-1}	$Mik_{6k-1,l}$

Trägerabschnitt		Rechnungsformeln für Innenmomente, die in dem Grundsystem von Kräften in Ox-Richtung verursacht werden (reelle Belastung)	Von Einerkräften verursachten Innenmomente
Moment	Abschnitt		
Mix_1	$y \in [0,\ a/2]$	$Qz_1 \cdot y$	$Qz_{1,l}\, y$
Mix_{6k-5}	$y \in [0,\ a/2]$	$Mix_{6k-6}/y = a/2 + Qz_k \cdot y$	$Mix_{6k-6,l}/y = a/2 + Qz_{k,l} y$
Mx_{6k-4}	$y = a/2$	$Mix_{6k-5}/y = a/2$	$Mix_{6k-5,l}/y = a/2$
Mix_{6k-4}	$y = a/2$	$Mx_{6k-4} \sin(180° - \alpha_k)$	$Mx_{6k-4,l} \sin(180° - \alpha_k)$
Mtx_{6k-4}	$y = a/2$	$Mx_{6k-4} \cos(180° - \alpha_k)$	$Mx_{6k-4,l} \cos(180° - \alpha_k)$
Mix_{6k-3}	$y \in [0,\ a/2]$	$Mx_{6k-4} + [Q_{zk} + G_k \cos\varepsilon_k \sin(\alpha_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \sin(\alpha_k + 270°)] y \cdot B_k \cdot \sin\alpha_k \cdot y$	$Mx_{6k-4,l} + Qz_{k,l} \cdot y$
Mix_{6k-2}	$y \in [0,\ a/2]$	$Mix_{6k-3}/y = c/2 + [Qz_k + G_k \cos\varepsilon_k \sin(\alpha_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \sin(\alpha_k + 270°) + z_k \sin\alpha_k + T_k \sin(\alpha_k + 90°) + B_k \sin\alpha_k] \cdot y$	$Mix_{6k-3,l}/y = c/2 + Qz_{k,l} \cdot y$
Mx_{6k-1}	$y = c/2$	$Mix_{6k-2}/y = c/2$	$Mix_{6k-2,l}/y = c/2$
Mix_{6k-1}	$y = c/2$	$Mx_{6k-1} \sin(180° - \alpha_k)$	$Mx_{6k-1,l} \sin(180° - \alpha_k)$
Mtx_{6k-1}	$y = c/2$	$Mx_{6k-1} \cos(180° - \alpha_k)$	$Mx_{6k-i,t} \cos(180° - \alpha_k)$
Mix_{6k}	$y \in [9,\ a/2]$	$Mx_{6k-1} + [Qz_k + G_k \cos\varepsilon_k \sin(\alpha_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \sin(\alpha_k + 270°) + z_k \sin\alpha_k + T_k \sin(\alpha_k + 90°) + 2B_k \sin\alpha_k + G_{1k} \cos\varepsilon_{1k} \sin(\alpha_k + 180°) + G_{1k} \sin\varepsilon_{1k} \sin(\alpha_k + 270°)] \cdot y$	$Mx_{6k-1,l} + Qz_{k-1,l} \cdot y$
My_1	$x = b$	0	0
Mty_{6k-5}	$x = b$	$Mty_{6k-6}/x = b$	$Mty_{6k-6,l}/x = b$
Miy_{6k-4}	$x \in [0,\ b]$	$Mty_{6k-5} + [Qz_k + G_k \cos\varepsilon_k \sin(\alpha_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \sin(\alpha_k + 270°) \cdot x \cdot \cos\alpha_k$	$Mty_{6k-5,l} + Qz_{kl} x \cos\alpha_k$
Mty_{6k-3}	$x = b$	$Miy_{6k-4}/x = b.$	$Miy_{6k+4,l}/x = b$
Mty_{6k-2}	$x = b$	Mty_{6k-3}	$Mty_{6k-3,l}$
Miy_{6k-1}	$x \in [0, b]$	$Mty_{6k-2} - [Qz_k + G_k \cos\varepsilon_k \sin(\sigma_k + 180°) + G_k \sin\varepsilon_k \sin(\alpha_k + 270°) + B_k \sin\alpha_k + z_k \sin\alpha_k + T_k \sin(\alpha_k + 90°)] \cdot x \cdot \cos\alpha_k$	$Mty_{6k-2,l} - Qx_{k,l} x \cdot \cos\alpha_k$
Mty_{6k}	$x = b$	$Miy_{6k-1}/x = b.$	$Miy_{6k-1,l}/x = b./$

wo k die Kurbelwangennummer ist. Dieselbe Regel gilt auch auch für die P'_e-Kräfte. So ergibt sich für die Scherkräfte in Oz,Richtung die Formeln :

$$Qz_2 = V_1$$

$$Qz_2 = V_1 + V_2 + PR - 2 \tag{4.15}$$

und in Ox-Richtung die Formeln :

$$Qx = H_1$$

$$Qxk = H_1 + H_2 + P - 2 \tag{4.16}$$

Die Innenmomente werden nach der vorher vorgestellten Methode gerechnet. Die Rechnungsformeln wurden ebenfalls in den Tafeln 1 und 2 systematisiert.

LITERATUR

1. *Timoshenko, S.*, Théorie de l'élasticité. Paris-Liege, Ch. Beranger, 1948.
2. *Buzdugan, Gh.*, Rezistența materialelor, Ed. X. București, Editura tehnică, 1974.
3. *Ponomarev, S. D.* ș.a. Calculul de rezistență în construcția de mașini (traducere din limba rusă), Vol. 1, 2, 3. București, Editura tehnică, 1960—1964.

Contribuții la creșterea preciziei calculului de rezistență al arborilor cotiți

Arborele cotit este calculat în forma reală și cu modul de rezemare real și nu static determinat, secționat prin paliere cum se obișnuiește. S-au făcut numai mici simplificări în legătura cu încercarea. S-au aplicat MOHR și CASTIGLIANO. În partea a doua a lucrării vor fi prezentate exemple de calcul și se va evalua creșterea preciziei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

TERMOTEHNICĂ

C.Z.621.1
621.47

INSTALAȚIA SOLARĂ CU CICLU TERMODINAMIC UTILIZÎND UN CONCENTRATOR CILINDRO-PARABOLIC DE 100 m²

AL. DĂNESCU, ST. PETRESCU, O. MĂLĂNCIOIU, N. BĂRAN,
AL. CHISACOF, S. BUCURENCIU

În lucrare se prezintă instalația solară realizată în laboratorul Catedrei de Termotehnică și mașini termice din Institutul politehnic București, care funcționează după un ciclu termodinamic.

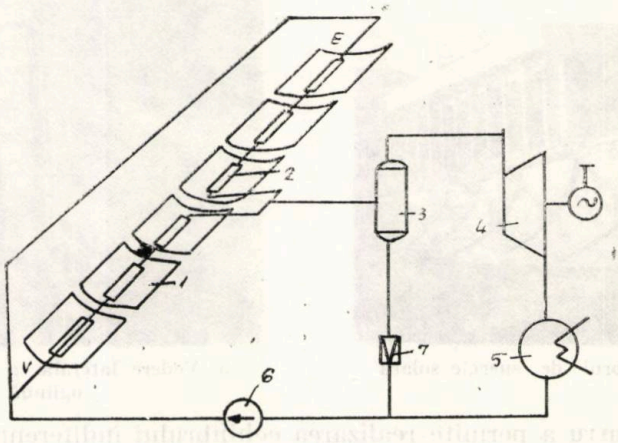
Instalația este dotată cu un concentrator de energie solară de tip cilindro-parabolic cu suprafața de 100 m² și cu un grup turbogenerator constituit dintr-o turbină cu abur și un generator electric avînd puterea de 500 W.

Prin încercările efectuate s-a obținut abur cu presiunea de 10 bar și temperatura de 180°C, care a dezvoltat la arborele turbinei o putere de 300 ... ... 500 W.

a) Descrierea instalației

În fig. 1 se prezintă schema instalației. care se compune din următoarele elemente

1. Concentratorul de energie solară;
2. Receptoarele de radiație;



1. Schema instalației

Manuscris primit la data de 1 octombrie 1981

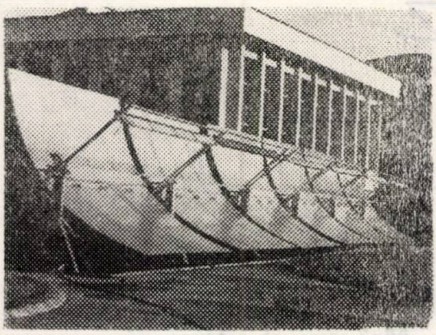
* Prof. dr. ing.; Conf. dr. ing.; Șef lucrări, dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Asist. ing., Catedra Termotehnică; Șef lucrări dr. ing., Catedra Mașini electrice

3. Separatorul apă-abur;
4. Turbina cu abur și generatorul electric;
5. Condensatorul de abur;
6. Pompa de circulație;
7. Ventil de laminare pentru lichid.

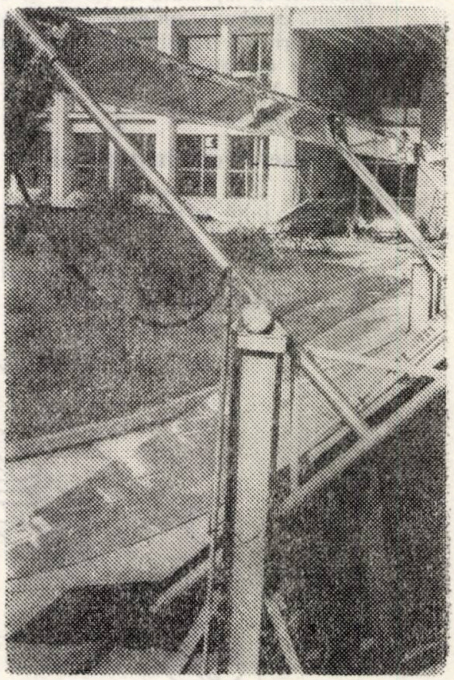
1. **Concentratorul de energie solară**, prezentat în fig. 2, este constituit dintr-o suprafață oglindă pentru captare de 100 m², avînd o formă cilindro-parabolică și este realizat într-o construcție modulară. Fiecare modul este constituit din trei elemente și anume:

— *suportul de bază*, care este o construcție sudată din profile laminate I și U și prevăzut cu posibilitatea de reglaj al cotei pe verticală;

— *cadrul oglinzilor* este, de asemenea, o construcție sudată din țevi, de forma unui dreptunghi și prevăzut cu două lagăre cu rulmenți, prin intermediul cărora se sprijină pe suportul de bază și care permite rotirea cadrului oglinzilor în jurul unei axe orizontale și orientate pe direcția Est-Vest. Prin rotirea cadrului oglinzilor în jurul acestei axe se urmărește poziția soarelui pe bolta cerească (variația înălțimii deasupra orizontului). Pe de altă parte poziția lagărelor este reglabilă față de cadrul



2. Concentratorul de energie solară



3. Vedere laterală a semimodu'ului oglindă

oglinzilor pentru a permite realizarea echilibrului indiferent al corpurilor solidare cu cadrul oglinzilor, astfel încît să fie necesară o putere cît mai mică pentru această rotire;

— *semimodul de oglindă de 2 m²*, vizibil în fig. 2 și 3, este o construcție sudată din tablă în formă de triunghi, la care una din laturi reprezintă semiprofilul parabolei. Acest element este partea cea mai im-

portantă a concentratorului de energie solară și care conduce la obținerea de performanțe corespunzătoare în privința fluxului de căldură, randamentului termic și temperaturii.

Suprafața reflectorizantă este constituită din tablă de aluminiu șlefuită mecanic.

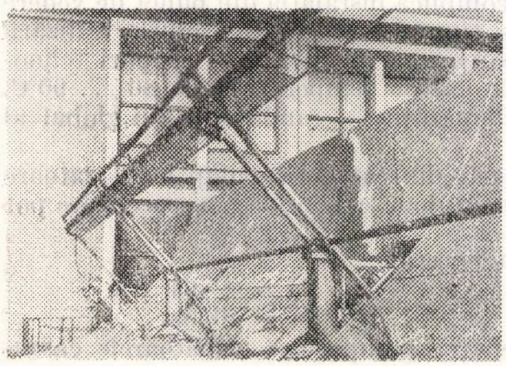
Fiecare semimodul se montează pe cadrul oglinzilor cu ajutorul a patru șuruburi, așa cum se vede în fig. 4, șuruburi care, în același timp, permit focalizarea acestor semimodule.

Pe fiecare cadru al oglinzilor se montează opt semimodule, astfel că un modul al concentratorului de energie solară are o suprafață de 16 m^2. Avînd în vedere că întreg concentratorul de energie se compune din șase module și ținînd seama de suprafețele dintre module, care se văd în fig. 4 și care au fost prevăzute cu tablă reflectorizantă, rezultă aria concentratorului de energie solară de 100 m^2.

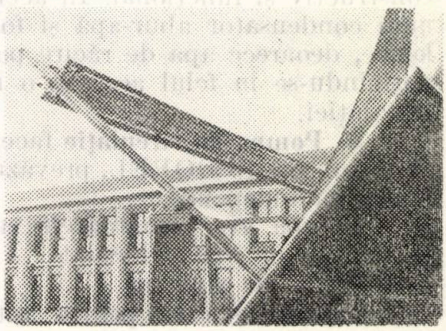
2. **Receptoarele de radiație**, cîte unul pentru fiecare modul al concentratorului și care se văd în fig. 4, 5 și 6, sînt realizate dintr-o serpentină din țeavă de cupru, desfășurată în plan, de unde și denumirea de „receptoare de radiație concentrată de tip plan".

Serpentina se introduce într-o carcasă, construită pe partea umbrită din tablă neagră și izolată în interior cu vată de sticlă, iar pe partea iluminată serpentina se acoperă cu un geam în formă de „V" pentru realizarea efectului de seră.

Pentru a obține secțiuni de treceri diferite ale agentului termic, serpentinele se pot construi din două sau trei conducte montate în paralel. În fig. 6 este prezentată schematic o serpentină cu dublu flux. În cazul instalației descrise serpentinele receptoarelor extreme sînt cu un singur



4. Receptoarele de radiație



5. Serpentinele receptoarelor de radiație

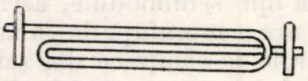
flux, urmează apoi cîte un receptor cu două fluxuri, iar receptoarele de la mijloc sînt cu trei fluxuri.

Fiecare receptor se montează pe un cadru suport (fig. 3) solidar cu cadrul oglinzilor, avînd posibilitatea de a regla poziția receptorului pentru al aduce în banda focală a oglinzilor cilindro-parabolice.

Concentratorul de energie solară împreună cu receptoarele de radiație concentrată de tip plan formează un ansamblu denumit *cazan solar*.

3. **Separatorul de apă-abur** este un recipient de formă cilindrică cu un volum de 100 dm³ și prevăzut cu sticlă de nivel. Separatorul a fost introdus în circuit deoarece s-a urmărit ca turbina să fie alimentată cu abur uscat și în același timp, pentru a se realiza un rezervor de stocaj, care să facă posibilă funcționarea instalației în perioadele de înnourare de scurtă durată (10 ... 15 minute).

4. **Turbina cu abur și generatorul electric** formează împreună un grup turbogenerator cu caracteristici speciale, deoarece turbina trebuie să funcționeze cu un debit de abur mic și parametrii aburului având valori scăzute.



6. Serpentina cu dublu flux

Turbogeneratorul utilizat are următoarele caracteristici principale :

La intrarea în turbină :
— presiunea aburului . . . . . 8—26 bar
— temperatura aburului. . . . . max 240°C (abur saturat)

La ieșire din turbină :
— presiunea aburului . . . . . 1 bar (suprapresiune)
— debitul maxim de abur. . . . . 60 kg/h
— turația de regim . . . . . n = 3750 rot/min

Generatorul electric :
— puterea utilă . . . . . N = 0,5 kW
— tensiunea la borne . . . . . U = 25 V
— greutatea totală . . . . . 80 kg

5. **Condensatorul,** utilizat în instalați prezentată, este un schimbător de căldură abur-aer, constituit dintr-o serpentină din țeavă cu aripioare și care realizează condensarea la presiunea de cca. 1 bar. S-a evitat destinderea în vid la turbină spre a nu se complica instalația din punct de vedere constructiv și funcțional. În același timp s-a preconizat soluția utilizării unui condensator abur-apă și folosirea apei de răcire în scopuri tehnologice, deoarece apa de răcire poate ieși cu temperatura de 80 ... 90°C, obținîndu-se în felul aceasta o îmbunătățire a randamentului global al instalației.

6. **Pompa de circulație** face parte din categoria pompelor dozatoare cu piston de tip DOREL, prevăzute cu două capete de pompare, care pot funcționa independent.

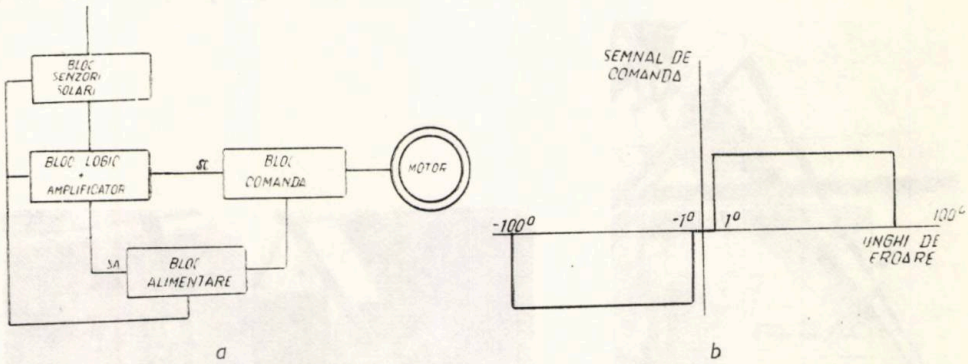
Pompa are următoarele caracteristici;
— debitul de apă vehiculat . . . . . Q = 0—64 l/h
— înălțime de ridicare . . . . . H = 40 bar

Motorul electric pentru antrenarea pompei are următoarele caracteristici :
— puterea . . . . . P = 1,5 kW
— tensiunea . . . . . U = 380 V
— turația . . . . . n = 1410 rot/min

b) Sistemul de acționare a instalației pentru urmărirea automată a soarelui.

Calculele teoretice și verificările experimentale au arătat că erori de cca. $\pm 1°$ în orientarea oglinzilor nu modifică performanțele instalației solare. Aceasta a permis adoptarea unui sistem de urmărire intermitentă

a soarelui, care pe de o parte este mai ușor de realizat decît unul cu mișcare continuă, iar pe de altă parte are un consum mai scăzut de energie electrică. Schema bloc a sistemului este prezentată în fig. 7, a.



7. Bloc de comandă pentru sistemul de urmărire automată a soarelui : a) schema blocului de comandă ; b) semnal de comandă.

1. **Blocul senzorilor solari** este construit din trei fototranzistoare ROL 32 produse de ICCE—București : două fototranzistoare de orientare și un fototranzistor monitor. Acest bloc furnizează informații utile cu privire la poziția soarelui (fototranzistoarele de orientare), precum și la nivelul radiației solare (fototranzistorul monitor). Dacă nivelul radiației solare este sub o anumită valoare, fototranzistorul monitor nu permite alimentarea motorului de acționae. Fototranzistoarele sînt montate într-o cutie metalică semicilindrică, iar aceasta este dispusă astfel încît axa fototranzistorului monitor să se afle în planul optic al uneia dintre oglinzile instalației (fig. 8).

2. **Blocul logic + amplificator** are rolul de a amplifica curenții obținuți de la fototranzistoare și de a converti acești curenți în semnale utile comenzii motorului și blocului de alimentare. Acest bloc este realizat cu circuite integrate (amplificatoare operaționale) și componente discrete. El furnizează la ieșire următoarele semnale :

SA — semnal care permite alimentarea cu energie electrică a schemei de forță a sistemului de acționare ;

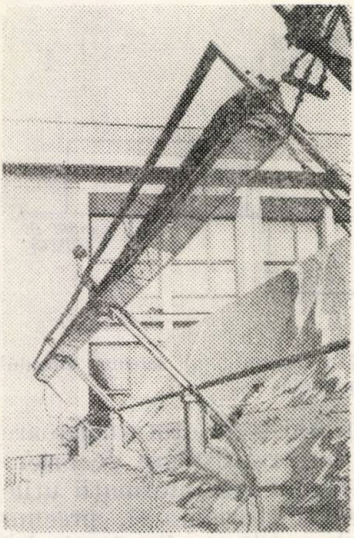
SC — semnal de comandă a rotirii motorului într-un sens sau altul(fig. 7, b).

3. **Blocul de comandă** asigură comanda sensului de rotație a motorului în funcție de semnalul primit de la blocul logic, precum și protecția motorului la scurtcircuite și suprasarcini de durată. El este realizat cu contactoare și relee.

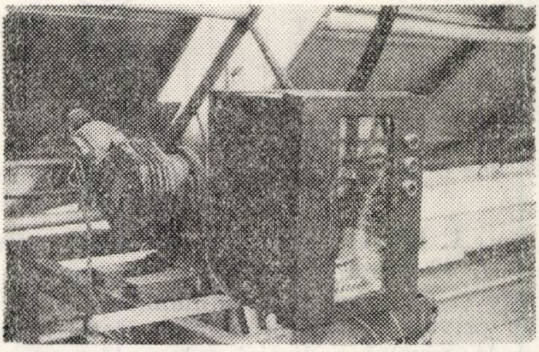
4. **Blocul de alimentare** permite alimentarea cu energie electrică a întregului sistem de acționare, precum și adaptarea tensiunilor necesare fiecărui bloc la tensiunea sursei primare. El cuprinde un transformator de 220 V/35 V/2 × 16 V/7 V, punți redresoare și un subbloc electronic de stabilizare și protecție.

5. **Motorul electric** asigură rotirea simultană a celor șase oglinzi (cuplate rigid) ale instalației. S-a ales un motor asincron trifazat cu rotorul în scurtcircuit de 0,37 kW, 380 V, 1370 rot/min fabricat de Între-

prinderea de Motoare Electrice Pitești. S-a avut în vedere că un astfel de motor este robust, cu o fiabilitate ridicată și un preț de cost scăzut în comparație cu alte tipuri de motoare. Motorul este dispus în dreptul uneia dintre oglinzile centrale, pe care o acționează prin intermediul



8. Blocul senzorilor solari



9. Sistemul de acționare pentru urmărirea automată a soarelui

a două reductoare și a unui lanț Gall, care asigură un raport total de transmisie de 1 : 14381. O vedere a acestui ansamblu, incluzînd și dulapul care conține blocurile logic + amplificator, de comandă și de alimentare ale sistemului de acționare este prezentată în fig. 9.

Din calcule și încercări experimentale a rezultat că, ținînd seama de intermitența funcționării sistemului de acționare, consumul zilnic de energie al acestuia reprezintă sub 1 % din energia furnizată de instalația solară în aceeași perioadă de timp. De asemenea, motorul are o rezervă de putere care permite mărirea pînă la cca. de două ori a numărului de oglinzi antrenate simultan.

c) Încercări efectuate și rezultate obținute

Încercările instalației solare cu ciclu termodinamic au fost efectuate în cursul anului 1980, în mai multe etape.

În perioada lunilor iunie și iulie au fost efectuate încercări ale cazanului solar, iar în luna septembrie a fost pusă în funcțiune instalația cu ciclu termodinamic, producîndu-se energie electrică.

În urma încercărilor efectuate pe cazanul solar s-a obținut abur saturat umed cu titlu $x = 0{,}8 \ldots 0{,}95$ și presiunea maximă de 16 bar, corespunzînd o temperatură de saturație de pînă la 202°C.

În aceeași perioadă cu ajutorul cazanului solar s-a obținut și apă caldă cu temperatura de pînă la 90°C.

Tabelul 1

Ora	Debit apă (l/h)	Temperatura intrare apă (°C)	Temperatura ieșire abur (°C)	Presiune (bar)	Randament captare %
12,00	325	18	90*	1	30,2
12,15	395	18	120*	2	25,6
12,30	27,8	18	180	10	15
12,45	32,2	18,2	165	7	18,6
13,00	35,1	18,5	158	6	20

*) apă caldă

Randamentul de captare și de conversie foto-termică a rezultat între 0,15 cu producere de abur la un debit de 28 kg/h avînd temperatura de 180°C și 0,3 cu producere de apă caldă la un debit de 325 kg/h avînd temperatura de 90°C.

În tabelul 1 sînt prezentate rezultatele încercărilor efectuate în ziua de 24 iunie 1980 în condițiile unei radiații solare directe de cca. 880 W/m².

În tabelul 2 sînt prezentate rezultatele încrecărilor efectuate în aceeași zi dar obținîndu-se apă caldă.

Tabelul 2

Ora	Debit apă (l/h)	Temperatura intrare apă (°C)	Temperatura ieșire apă (°C)	Flux de căldură captat (kW)	Flux unitar de căldură captat (kW)
13,15	384	18	90	32,20	0,336
13,20	630	18	70	38,00	0,395
13,30	822	18	60	39,12	0,408

În ce privește punerea în funcțiune a instalației cu ciclu termodinamic primele încercări au fost efectuate în zilele de 3—4 septembrie 1980 cînd cu o radiație solară directă relativ redusă de 650 W/m² s-a obținut abur cu presiuna de 10 bar și temperatura de 180°C.

10. Jet de abur obținut cu ajutorul energiei solare

În fig. 10 se poate vedea jetul de abur obținut cu ajutorul energiei solare.

În ziua de 6 septembrie 1980 s-a produs pentru prima dată energie electrică cu ajutorul instalației prezentate. Experiențele au fost repetate apoi între 6 și 15 septembrie 1980.

În decursul acestor încercări au fost obţinute la generator puteri electrice de 120 W şi 240 W în condiţiile unei radiaţii solare totale de 650 ... 700 W/m². Ţinînd seama că randamnetul generatorului electric este de 0,4 ...0,5 a rezultat o putere mecanică la arborele turbinei între 300 ... 500 W.

Aceste încercări au evidenţiat posibilitatea obţinerii unei puteri pînă la 750 W la arborele turbinei, în condiţiile unei intensităţi a radiaţiei solare de 0,85 ... 0,9 kW/m².

BIBLIOGRAFIE

1. *St. Petrescu, Al. Dănescu, N. Băran, S. Dimitriu,* "Experimental research concerning the use of solar energy in the generation of electric energy". Proceedings of the 2nd International Forum in Conjunction with the 17th Annual Meeting of COMPLES, Hamburg, 12—14 iulie, 1978.
2. *St. Petrescu, Al. Dănescu, S. Dimitriu, N. Băran,* "A computation method and experimental study of efficiency of solar collectors with cylindrical-parabolic concentrators of 36 m²". Proceedings of IPES-Summer Conference 1979, Zürich.
3. *St. Petrescu, Al. Dănescu, S. Bucurenciu,* "1—19 kW solar power plant with cylindrical-parabolic concentrators". Proceedings of „Izmir International Symposium — II on Solar Energy Fundamentals and Applications", Izmir, 6—8 august, 1979.
4. *Al. Dănescu, S. Bucurenciu, St. Petrescu,* „Utilizarea energiei solare". Ed. Tehnică, Bucureşti, 1980, 335 p.
5. *M. Grigoriu, S. Trifan, Al. Dănescu, St. Petrescu,* E.E.A., Electrotehnica, Bucureşti, 26, Nr. 8, Nov. 1978.
6. *Al. Dănescu, St. Petrescu, S. Dimitriu, T. Brusalis,* Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Seria Mecanică, Tomul XL, nr. 3, 1978.
7. *E. Tănăsescu, Al. Dănescu, St. Petrescu,* Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Seria Mecanică, Tomul XL, nr. 4, 1978.
8. *S. Petrescu, Al. Dănescu, D. Ştefănescu, T. Duicu, S. Dimitriu,* Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti, Seria Mecanică, Tomul XLI, nr. 1, 1979.
9. *St. Petrescu, Al. Dănescu, S. Bucurenciu,* "1 kW, solar power plant with cylindrical parabolic concentrator of 100 m²", Proceedings of International Solar Week, Istambul, Turcia, 4—8 Mai 1981.
10. *St. Petrescu, Al. Dănescu, N. Băran,* "Combined solar power plants for irrigation and for heating greenhouses using modular cylindrical parabolic concentrators". În volumul : "Energy Conservation and use of Renewable Energies in Bio-Industries", editatde F. Vogt, Pergamon Press Oxford and New York 1981, pp. 417—421.

Solar Power Plant with Thermodynamic Cycle, Using a Cylindro-Parabolic Concentrator of 100 m²

It is presented the solar power plant designed, built and tested in the Laboratory of Technical Thermodynamics Departament of the Polytechnical Institute of Bucharest, which works based on a thermodynamical cycle with steam (10 bar and 180°C). The solar collector is a cylindro-parabolic concentrator of 100 m², with 4 m span, and 25 m length, oriented automatically to the sun (on axis E—W).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

AERONAVE

C.Z.: 629.76

SOLUȚIE ANALITICĂ ITERATIVĂ PENTRU ASCENSIUNEA PASIVĂ A RACHETELOR

DAN RUGESCU*

În lucrare se prezintă o metodă analitică de integrare a traiectoriilor verticale pasive ascensionale ale rachetelor. Se prezintă, de asemenea, o formulă generală a vitezei în funcție de altitudine și o procedură numerică iterativă de calcul. Metoda este aplicată în citeva exemple dezvoltate, fiind verificată și evaluată convergența pentru aceste exemple.

În studiul mișcării verticale a rachetelor de sondaj atmosferic este de dorit să se cunoască analitic legătura între parametrii mișcării la terminarea funcționării motorului și urcarea ulterioară pînă la plafon pe traiectoria pasivă. O astfel de lege analitică de ascensiune pasivă în atmosferă nu poate fi dezvoltată pentru cazul general de mișcare.

Considerînd racheta punct material ce se deplasează pe traiectoria rectilinie verticală, ecuația de mișcare

$$M_f \frac{dv}{dt} + Q(s, v) + M_f g(s) = 0, \tag{1}$$

unde s-au notat: s înălțimea de zbor, v viteza momentană, M_f masa finală a rachetei, $g(s)$ accelerația gravitațională la înălțimea curentă, $Q(s, v)$ rezistența aerodinamică frontală, nu poate fi integrată analitic. Expresia complicată a rezistenței frontale a rachetei

$$Q(s, v) = \frac{1}{2} \rho(s) S v^2 C_x(s, v) \tag{2}$$

produce această dificultate, deoarece densitatea ρ variază cu înălțimea, iar coeficientul de rezistență frontală C_x depinde atît de înălțime cît și de viteză într-un mod relativ complicat.

Manuscris primit la data de 12 iunie 1981
* Șef lucrări ing., Catedra Aeronave

În cazul particular cel mai simplu în care se pot considera densitatea atmosferică, coeficietul de rezistență și accelerația gravitațională constante, lucru adevărat pentru traiectorii verticale cu plafon redus și viteze numai în subsonicul incompresibil, ecuația de mișcare se integrează de două ori [1- pag. 213], obținîndu-se analitic legea de mișcare pe care o redăm pentru comparație

$$\frac{dv}{dt} + bv^2 + g = 0,$$

$$v = v_1 \frac{v_a - v_1 \operatorname{tg} \frac{gt}{v_1}}{v_1 + v_a \operatorname{tg} \frac{gt}{v_1}}, \quad s = \frac{v_1^2}{g} \ln\left(\cos\frac{gt}{v_1} + \frac{v_a}{v_1}\sin\frac{gt}{v_1}\right), \quad v_1^2 = \frac{g}{b},$$

$$H = \frac{v_1^2}{g} \ln\left(1 + \frac{v_a^2}{v_1^2}\right).$$

Spre deosebire de acest caz particular foarte simplu, ecuația de mișcare (1) nu mai admite alte soluții analitice închise. Cu toate acestea, slăbind într-o oarecare măsură restricțiile anterioare, se poate dezvolta un procedeu de integrare analitică iterativă care dă rezultate oricît de apropiate de soluția exactă.

Cazul densității atmosferice exponențiale

Pentru a realiza o apropiere de condițiile reale de mișcare se va lua în considerare variația densității atmosferice cu înălțimea. În acest sens o acceptabilă redare a atmosferei standard o constituie aproximarea exponențială pentru funcția densitate, și anume

$$\rho(s) = \rho_0 \exp(-s/H_\rho),$$

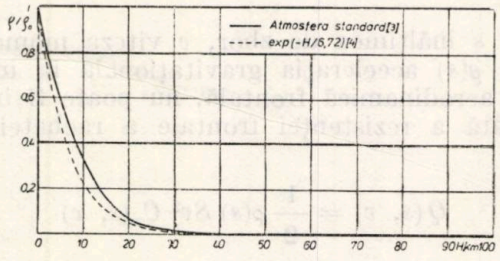


Fig. 1. Atmosfera exponențială.

care diferă foarte puțin [2] față de atmosfera standard A.R.C.D. [3] cu condiția alegerii convenabile a constantelor ρ_0^* și H_ρ.

*) Aici ρ_0 are o valoare apropiată dar nu identică cu densitatea atmosferică la nivelul mării.

Rămîn în continuare ca aproximări ale condițiilor reale de mișcare aprecierea că $g = \text{const.}$ ceea ce nu introduce erori sesizabile la traiectoriile uzuale (200—300 km) și admiterea unui cofeicient $c_x = \text{const.}$ deci nedepinzător de viteză și înălțime, această ultimă condițiune fiind mai dură decît precedentele, cu toate că nu duce la mari diferențe în rezultate.

În acest fel, dacă se notează prin Q_0 factorul presupus constant, rezistența aerodinamică frontală a rachetei capătă forma

$$Q(s,\ v) = \frac{\rho_0}{2} SC_x e^{-\frac{s}{H_\rho}} v^2 = Q_0 v^2 \exp(-s/H_\rho)$$

Împărțind ecuația de mișcare prin masa finală M_f și notînd pentru comoditate $D_0 = Q_0/M_f$, $\alpha = 1/H_\rho$, aceasta se scrie

$$\dot{v} + D_0 v^2 \exp(-\alpha s) + g = 0, \tag{4}$$

și prin trecere la variabila independentă s capătă forma

$$\frac{dv^2}{ds} + 2D_0 e^{-\alpha s} v^2 + 2g = 0. \tag{5}$$

Prin integrarea iterativă a acestei ecuații se cer dezvoltate expresii analitice ale legii de mișcare pe traiectoria verticală ascendentă pasivă, fie în raport cu condiții inițiale date

$$v^2 = \psi(s_a,\ v_a\ ;\ s)$$

fie în raport cu plafonul dat

$$v^2 = \varphi(s\ ;\ H,\ 0)$$

Integrarea analitică iterativă

Pentru integrare ecuația de mișcare (5) se scrie în forma

$$\int_1^2 dv^2 = -\int_1^2 (2D_0 e^{-\alpha s} v^2 + 2g) ds$$

Aceasta permite ca, pornind de la o expresie convenabilă a funcției $v^2(s)$, să se obțină în membrul stîng o expresie mai exactă a funcției $v^2(s)$, care reintrodusă în membrul drept să permită o nouă îmbunătățire, ceea ce constituie o integrare analitică iterativă. Procedeul este convergent.

Cele două funcții amintite anterior $\psi_i(s_a,\ v_v\ ;\ s)$ și $\varphi_i(s\ ;\ H,\ 0)$ rezultă dintr-o expresie unică dacă se schimbă ordinea de integrare pentru al doilea caz.

Notînd consecutiv constantele date $X = s_a$ și $V = v_a^2$, respectiv $X = H$ și $V = 0$, forma unică devine

$$v_i^2(s) = V_* - 2D_0 \int_x^s e^{-\alpha s} v_{i-1}^2(s)\, \mathrm{d}s - 2gs, \tag{6}$$

în care s-a folosit notația $V_* = V + 2gX$.

Expresii analitice iterative

O primă aproximare a mișcării cu rezistență la înaintare este în mod natural mișcarea în vid, de care mișcarea reală se apropie în măsura în care rezistența are o contribuție mică.

Ca primă aproximație, viteza în vid se poate obține chiar din (6) considerînd $D_0 = 0$, adică

$$v_1^2(s) = V_* - 2gs \tag{7}$$

Dezvoltînd pe această bază expresia vitezei în a doua și celelalte aproximații, se observă că apar două tipuri de termeni și anume

$$aE_j(X,\ s) = a\int_x^s e^{-j\alpha s}\, \mathrm{d}s = -\frac{a}{j\alpha}(e^{-j\alpha s} - e^{-j\alpha x}),$$

respectiv

$$bF_j(X,\ s) = b\int_x^s se^{-j\alpha s}\mathrm{d}s = -\frac{b}{j\alpha}[se^{-j\alpha s} - Xe^{-j\alpha x} - E_j(X,\ s)],$$

unde prin a și b s-au desemnat factorii constanți corespunzători. Aceasta înseamnă că expresia vitezei patratice într-o iterație oarecare $v_{i-1}^2(s)$ se poate scrie în forma

$$v_{i-1}^2(s) = \sum_{k=0}^{i-2} (a_{k,i-1} + b_k s)\mathrm{e}^{-k\alpha s},\quad i \geqslant 2 \tag{8}$$

din care rezultă și modul de calcul al coeficienților $a_{k,i-1}$ și b_k.

Introducerea expresiei (8) în formula de calcul (6) face să apară integrala

$$I(X,\ s) = \int_\alpha^s \left[\sum_{k=0}^{i-2} a_{k,i-1}\, e^{-(k+1)\alpha s} + \sum_{k=0}^{i-2} b_k s e^{-(k+1)\alpha s}\right] \mathrm{d}s,$$

care conduce la următorii termeni

$$I_1(X,\ s) = \sum_{k=0}^{i-2} a_{k,i-1}\, E_{k+1}(X,\ s)$$

și

$$I_2(X, s) = -\frac{1}{\alpha}\sum_{k=0}^{i-2}\frac{l_k}{k+1}\left[se^{-(k+1)\alpha s} - Xe^{-(k+1)\alpha X} - E_{k+1}(X, s)\right].$$

Grupînd convenabil termenii rezultă

$$v_i^2(s) = V_* - 2gs -$$

$$-2\frac{D_0}{\alpha}\sum_{k-0}^{i-2}\frac{1}{k+1}\left\{\left[a_{k,i-1} + \frac{b_k}{(k+1)\alpha} + Xb_k\right]e^{-(k+1)\alpha X} -\right.$$

$$\left. -\left[a_{k,i-1} + \frac{b_k}{(k+1)\alpha} + sb_k\right]e^{-(k+1)\alpha s}\right\} \qquad (9)$$

Cum în același timp expresia vitezei patratice în noua iterație se scrie și în forma (8), prin identificarea coeficienților se obțin formulele de recurență pentru calculul acestor coeficienți

$$a_{0,1} = V_*,$$

$$a_{0,i} = V_* - 2\frac{D_0}{\alpha}\sum_{k=0}^{i-2}\left[a_{k,i-1} + b_k\left(\frac{1}{\alpha(k+1)} + X\right)\right]\frac{1}{k+1}e^{-(k+1)\alpha X},$$

$$a_{k,i} = 2\frac{D_0}{\alpha}\frac{1}{k}\left(a_{k-1,i-1} + \frac{1}{k\alpha}b_{k-1}\right), \qquad (10)$$

$$b_0 = -2g,$$

$$b_k = 2\frac{D_0}{\alpha}\frac{1}{k}b_{k-1},\ k = 1, \ldots i-1 \text{ și } i \geqslant 2.$$

De reținut că în notația folosită $\alpha = 1/H_\rho$.
Formula de calcul (8) și relațiile iterative (10) au fost transpuse într-un program pentru calculatorul programabil „TI-59", cu ajutorul căruia s-a simulat ascensiunea verticală pasivă a rachetelor și s-a putut confirma convergența integrării analitice iterative pentru diferite condiții limită și date.

Verificarea convergenței pe calculatorul „TI-59"

O examinare atentă a succesiunii calculelor care duc la obținerea coeficienților (10) după un număr dorit de iterații permite să se stabilească următoarea schemă dinamică.

Pentru utilizarea raţională a capacităţii minicalculatorului în calcule se păstrează numai coeficienţii $a_{k,i}$ din ultima iteraţie ceea ce permite calcule cu pînă la 32 iteraţii.

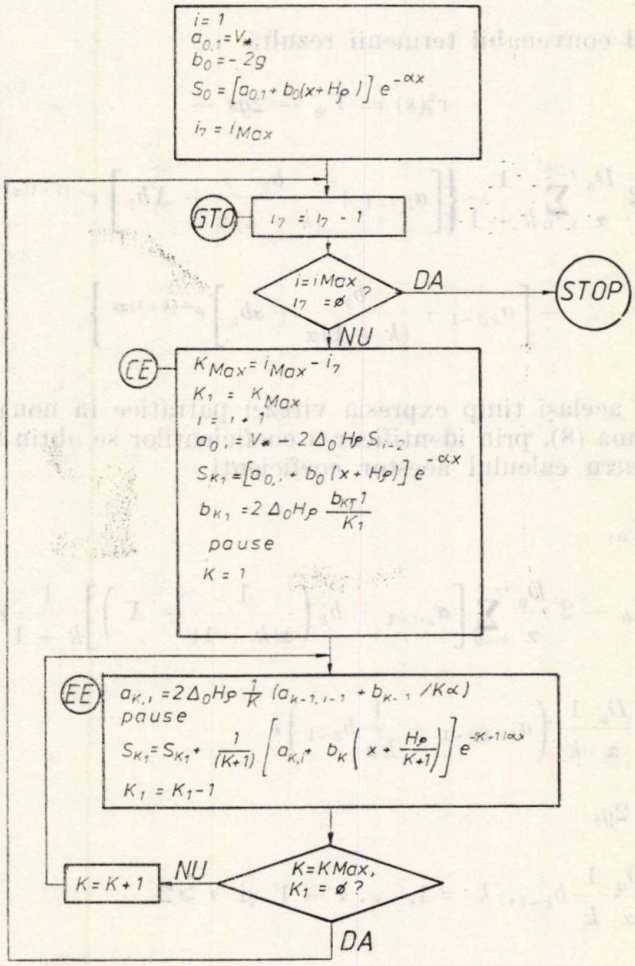


Fig. 2. Schema programului de calcul al coeficienţilor.

Utilizarea registrelor pentru introducerea datelor iniţiale este următoarea:

R_4 : constanta H_ρ dată;
R_6 : numărul maxim de iteraţii cerut i_{Max};
R_{11} : constanta dată $2D_0 \cdot H_\rho$;
R_{13} : constanta X dată;
R_{14} : primul element al vectorului b_k, constanta $b_0 = -2g$
R_{46}, R_{47} : primul coeficient $a_{0,1} = V_*$ dată.

Partiționarea memoriei calculatorului este 319/79. Programul pentru minicalculator este redat mai jos.

lbl	=	INV	RCL Ind	=	Op
C	STO	ln x	2	SUM	22
1	12	=	Op	12	*
4	lbl	STO	22	x←t	RCL
S TO	GTO	12	)	Exc Ind	3
2	RCL	1	=	0	=
RCL	7	STO	*	Op	*
6	Dsz	5	RCL	20	(
STO	7	RCL	11	Dsz	RCL
7	CE	11	:	1	9
RCL	INV SBR	:	RCL	EE	*
4	lbl	RCL	5	GTO	RCL
+/−	CE	1	=	GTO	3
1/x	RCL	*	+	lbl	*
STO	6	RCL Ind	x→t	D	RCL
9	−	2	(	R/S	5
RCL	RCL	Op	Op	STO	Op
46	7	22	25	03	25
+	=	=	RCL	1	)
(	STO	STO Ind	4	4	INV
RCL	1	2	:	STO	ln x
13	RCL	pause	RCL	2	=
+	12	pause	5	RCL	SUM
RCL	*	1	+	6	12
4	RCL	4	RCL	STO	RCL
)	11	STO	13	01	12
STO	+/−	02	)	4	xx
8	+	4	*	7	pause
*	RCL	8	RCL Ind	STO	pause
RCL	46	STO	2	00	Dsz
14	=	0	=	0	1
=	pause	x→t	:	STO	RST
*	pause	Exc	RCL	5	R/S
(	+	47	5	STO	
RCL	x→t	lbl	*	12	
9	RCL	EE	(	lbl	
*	8	+	RCL	RST	
RCL	*	(	10	RCL Ind	
13	RCL	RCL	*	0	
)	14	4	RCL	Op	
STO	=	:	5	20	
10	*	RCL	)	+	
INV	RCL	5	INV	RCL Ind	
ln x	10	*	ln x	2	

Evaluări numerice

Pentru a pune în evidență precizia integrării analitice iterative s-a utilizat, în paralel cu metoda expusă, și integrarea numerică Runge-Kutta IV cu diferiți pași, admițindu-se ca exemplu de calcul ascensiunea pasivă a două rachete cu penetrabilități foarte diferite de la sol pînă la plafoanele de 10 km și 149 km, ceea ce acoperă situațiile limită uzuale.

Penetrabilitate mare

Admițînd $H_p = 6720$ m și o valoare neobișnuit de redusă pentru inversul penetrabilității $D_0 = Q_0/M_f = 0{,}0000305$ cu intenția de a analiza unele date din [4] și luînd $g = 9{,}81$ m/s^2 iar plafonul $H = 10$ km s-a rulat pe minicalculator programul descris anterior. Din tabelul 1 cuprinzînd rezultatele se poate observa influența numărului de iterații asupra vitezei inițiale calculată la sol pentru plafonul impus. In a doua parte a tabelului s-a trecut abaterea plafonului pornind de la respectivele viteze inițiale. Erorile sînt raportate la calculul prin 9 iterații, caz în care plafonul dedus este mai mic cu numai $\Delta H = -2{,}65$ E $-$ 9 m decît cel dat.

Cu aceleași date inițiale, deci penetrabilitate foarte mare, dar pentru plafonul foarte diferit $H = 149$ km, influența numărului de iterații este redată în tabelul nr. 2.

Din analiza cazurilor prezentate în tabelele 1 și 2 se remarcă în primul rînd convergența rapidă a metodei analitice iterative de integrare a mișcării ascensionale pasive cu atmosferă exponențială, în cazul pene-

Tabel 1

Influența numărului de iterații în cazul D° = 3,056E−5 și H.=.=10.000 m.

i	V_0(m/s)	ε_V (%)	ε_H (%)
9	489,6862621746	9	−2,645 E-11
8	489,6862620728	−2,0789 E-8	− 2,816 E-8
7	489,6862592477	−5,9771 E-7	− 1,055 E-6
6	489,6861898788	−1,4764 E-5	− 2,628 E-5
5	489,6847085157	−3,1728 E-4	− 5,646 E-4
4	489,6578284096	−5,8065 E-3	− 1,033 E-2
3	489,2565448123	−8,7754 E-2	− 1,561 E-1
2	484,5447851795	−1,0500 E-0	− 1,86116670100
1	442,9446918070	−9,5452076111	−16,3755624435

trabilității mari a rachetei. În aceste cazuri sînt suficiente 5—6 iterații, la care deja eroarea de regăsire a plafonului sau a vitezei inițiale față de calculul cu 9 iterații este de ordinul lui 1 la 1.000.000.

Dacă ascensiunea rachetei s-ar face în vid ($i = 1$) plafonul de 10 km ar fi atins printr-o viteză cu numai 9,5 % mai mică decît cea reală, iar plafonul de 149 km cu o viteză mai mică cu 18 % față de cea reală, ceea ce denotă pierderi aerodinamice foarte reduse care trebuie puse pe seama

Tabelul 2

Influența numărului de termeni în cazul $D_0 = 3{,}05E-5$ și H = 149.000 m.

i	Durata rulării	v_0(m/s)	ε_V(%)	ε_H(%)
9	3 55	2081,071034	0	— 2,34626 E-11
8	3 05	2081,071022	— 5,76626 E-7	— 1,05634 E-6
7	2 25	2081,070782	— 1,20888 E-5	— 2,37349 E-5
6	1 45	2081,066665	— 2,09919 E-4	— 4,12768 E-4
5	1 15	2081,005895	— 3,13007 E-3	— 6,15509 E-3
4	48	2080,257049	— 3,91138 E-2	— 7,69018 E-2
3	26	2072,844330	— 3,95311 E-1	— 7,75840 E-1
2	14	2016,850380	— 3,08594245	— 5,97485099
1	3	1709,789461	—17,8408890	—31,95434592

penetrabilității ridicate luate în calcul. Pierderile relative ale plafonului sînt, așa cum era de așteptat, ceva mai mari decît cele de viteză : 16 % pentru 10 km și 32 % pentru 149 km.

Din tabelul nr. 3 se poate observa că traiectoria calculată prin integrare analitică iterativă cu 10 termeni este identică cu cea calculată numeric prin metoda R—K IV cu pasul de 10 metri. Această traiectorie cît și mișcarea în vid v_1 sînt reprezentate grafic în figura. 3.

Tabelul 3

Comparație cu mișcarea în vid și soluționarea numerică Runge-Kutta IV la penetrabilitate mare

s(m)	v_{10}(m/s)	v_{RK}(m/s) pasul 10 m	v_1 (m/s)	— ε_V(%)
0	489,6862622	489,6862622	442,94	9,55
1000	455,51271100	455,5127110	420,21	8,61
2000	422,4227023	422,4227023	396,18	6,21
3000	389,6968389	389,6968389	370,59	4,90
4000	356,6191875	356,6191875	343,10	3,79
5000	322,3970300	322,3970300	313,21	2,85
6000	286,0300832	286,0300832	280,14	2,06
7000	246,0419251	246,0419251	242,61	1,39
8000	199,7698995	199,7698996	198,09	0,84
9000	140,6060355	140,6060356	140,07	0,38
Plafon	10km—2,4E-9	10000,12323	10000,000m	1E-5

Penetrabilitate mică

Încercarea metodei de calcul pentru plafonul de 149 km păstrînd datele atmosferei și gravitației aceleași, dar reducînd penetrabilitatea rachetei, pune în evidență creșterea pierderilor aerodinamice. Cazul tratat mai jos cu $D_0 = 0{,}000305$ corespunde unei penetrabilități de 10 ori mai reduse decît cazul precedent, dar care poate fi întîlnită la rachete cu combustibil lichid și poate fi considerată o limită inferioară a penetrabilității rachetelor. Tabelul 4 cuprinde rezultatele rulării pe minicalculator a programului de integrare analitică cu pînă la 32 iterații. Calculul coefi-

Tabelul 4

Convergenta integrării pentru H = 149 km în cazul D_0 = 3,05E−4 și H_0 = 6720 m.

i	v_0(m∝s)	ε (%)	ε (%)	H(km)
20	12.665,963665	0	0	149,000
19	12.665,96332	— 2,72 E−6	— 2,20 E−5	149,000
18	12.665,96169	— 1,56 E−5	— 7,68 E−5	149,000
17	12.665,95455	— 7,20 E−5	— 1,34 E−4	149,000
16	12.665,92484	— 3,07 E−4	— 1,17 E−3	148,998
15	12.665,80848	— 1,23 E−3	— 2,21 E−3	148,982
14	12.665,38118	— 4,60 E−3	— 1,57 E−2	148,932
13	12.663,91618	— 1,62 E−2	— 2,95 E−2	148,899
12	12.659,25024	— 5,30 E−2	— 9,66 E−2	148,856
11	12.645,52148	— 0,161	— 0,294	148,563
10	12.608,43168	— 0,454	— 0,825	147,771
9	12.517,01576	— 1,176	— 2,128	145,829
8	12.312,75079	— 2,789	— 5,006	141,541
7	11.901,34476	— 6,037	—10,66	133,121
6	11.158,25151	—11,90	—20,38	118,634
5	9.960,597097	—21,36	—34,73	97,252
4	8.249,36499	—34,87	—52,41	70,909
3	6.104,60898	—51,80	—69,90	44,850
2	3.790,30797	—70,07	—83,31	24,862
1	1.709,78946	—86,50	—92,05	11,841

cienţilor pentru 20 de iteraţii durează 19 minute, iar pentru 32 de iteraţii 41 de minute. Iteraţia tip Seidel diminuează convergenţa şi s-a dovedit neeficientă.

Se observă că pierderile aerodinamice totale de viteză şi plafon sînt mult mai ridicate în cazul penetrabilităţii reduse : 86 % la viteză şi 92 % la plafon.

Tabelul 5

Traiectoria ascensională pasivă în cazul penetrabilităţii mici

s(km)	v_{32}(m/s)	v_{RK} (m/s) pasul 20 m	v_1(m/s)	$-\varepsilon_V$(%)
0	12.665,963665	12.665,963665	1709,789	86,50
10	2.575,391234	2.575,391234	1651,418	35,88
20	1.756,997838	1.756,997839	1590,905	9,45
30	1.562,421702	1.562,421703	1527,999	2.20
40	1.469,719435	1.469,719436	1462,388	0,40
50	1.395,256829	1.395,256830	1393,693	1,121 E−1
60	1.321,762959	1.321,762962	1321,431	2,511 E−2
70	1.245,051789	1.245,051791	1244.982	5,611 E−3
80	1.163,535050	1.163,535052	1163,521	1,249 E−3
90	1.075,911882	1.075,911884	1075,909	2,755 E−4
100	980,500451	980,500453	980,499	5,895 E−5
110	874,745771	874,7457737	874,746	1,071 E−5
120	754,307625	754,307628	754,308	−5,902 E−7
130	610,557095	610,557099	610,557	−4,592 E−6
140	420,214186	420,214192	420,214	−1,078 E−5
Plafon	148999,998047	148999,982500	149000,00	—

Totodată convergența integrării analitice iterative se păstrează deși este ceva mai lentă atunci cînd frînarea aerodinamică este mare, în cazul tratat fiind necesare 20 de iterații cînd se introduce ca dată plafonul și 32 de iterații cînd se pornește de la viteza la sol; în ultima variantă se reținnumai 20 din cei 32 coeficienți, și anume cei pozitivi. În ce privește compararea cu metoda Runge-Kutta, tabelul 5 arată că diferențele se mențin neglijabile ca și în cazul penetrabilității mari.

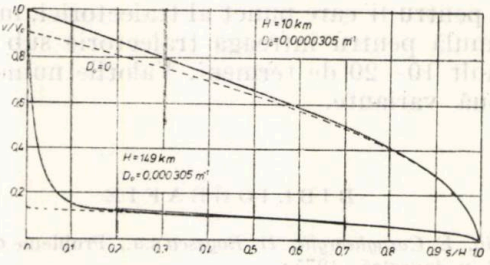


Fig. 3. Traiectoriile ascensionale pasive.

O imagine a traiectoriilor ascensionale pasive calculate în exemplele anterioare este redată în fig. 3. din care se pot urmări pierderile aerodinamice în cazurile limită.

Concluzii

Integrarea analitică iterativă a traiectoriilor verticale pasive este o metodă convergentă și rapidă de calcul al vitezei de zbor ca funcție de înălțime, atnuci cînd se admite c_x = constant și atmosfera exponențială. Rezultatul integrării se obține sub forma unei formule analitice de calcul. Dacă se lucrează cu un număr suficient de termeni valorile date de această formulă nu diferă de cele obținute numeric, în schimb timpul de calcul este de zeci de ori mai redus.

Metoda se pretează la utilizarea pe calculatoare electronice și în același timp oferă formula generală analitică a traiectoriilor verticale pasive ale rachetelor

$$v^2(s) = \sum_{k=0}^{n} (a_k + b_k s) e^{-k\alpha s}$$

Deși timpul nu apare explicit, traiectoria astfel obținută poate fi direct utilizată în problemele de optimizare a zborului rachetelor de sondaj atmosferic.

Convergența metodei rezultă atît din compararea cu valorile obținute prin metoda Runge-Kutta, cît și din faptul că cele două funcții φ și ψ devin practic identice după un număr suficient de iterații, pe o aceeași traiectorie.

Față de soluția analitică

$$v^2(s) = CFs) - 2gF(s)\int_0^s \frac{ds}{F(s)}$$

unde $C = v_0^2 \exp(-2D_0H_\rho)$ și $F(s) = \exp(2D_0H_\rho e^{-\alpha s})$
în care integrala din membrul drept trebuie efectuată numeric cu pași foarte mici datorită ecartului mare al funcției $F(s)$ și domeniului larg $(0, s)$, și acest lucru pentru fi care punct al traiectoriei, metoda prezentată oferă o singură formulă pentru întreaga traiectorie sub forma seriei exponențiale cu cel mult 10—20 de termeni. Valorile numerice sînt practic identice în cele două variante.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Sarian, D. Boiangiu, E. Caragheorghe, D. Rugescu* ș.a., Probleme de mecanică, Editura didactică și pedagogică, 1975;
2. *Al. Codoban*, Teză de doctorat, Institutul Politehnic din București, 1979;
3. *Ed. Wolff*, Spacecraft Technology, Spartan Books, 1962, Washington;
4. *G. A. Leitmann*, Optimum Thrust Programming for High-Altitude Rockets, Aeronautical Engineering Review, vol. 16, No. 6, 1957.
5. *M. M. Niță, D. St. Andreescu*, Zborul rachetei, Editura Militară, București, 1964.

Iterating Analytical Solution on Passive Ascension of Rockets

An analytical method of integrating vertical passive ascent trajectories of rockets is presented in the paper. A general fromula of the speed versus altitude and a step by step numerical procedure of calculation is also presented. The method is applied in some extended examples, the convergence being verified and evaluated for those examples.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

C.Z.: 621.91

CONTRIBUȚII PRIVIND INFLUENȚA MICROGEOMETRIEI SCULELOR AȘCHIETOARE DIN OȚEL RAPID ASUPRA CAPACITĂȚII LOR DE AȘCHIERE. (PARTEA I)

EUGEN STRĂJESCU*

În lucrare se definesc parametrii microgeometriei fețelor active ale sculelor aşchietoare precum şi relațiile de interdependență dintre aceștia, determinate pe cale experimentală.

Se prezintă, de asemenea, modelul matematic al procesului de uzură a sculelor aşchietoare din oțel rapid. Rezultatele obținute pe cale teoretică au fost confirmate experimental pentru cuțite de strung şi pentru burghie elicoidale.

Pe baza modelului matematic propus s-a stabilit analitic şi experimental influența parametrilor microgeometriei fețelor active ale sculelor aşchietoare asupra capacității lor de aşchiere, obținînd rezultate teoretice şi practice importante.

Capacitatea de aşchiere a unei scule aşchietoare este determinată de mai mulți factori, dintre care sînt considerați principali durabilitatea, (rezistența la uzură), energia specifică cnosumată la aşchiere, precizia dimensională obținută, rugozitatea suprafeței prelucrate, fiabilitatea sculei. În funcție de cerințele concrete şi destinația sculei utilizate, factorii amintiți contribuie cu ponderi diferite la aprecierea capacității de aşchiere.

Capacitatea de aşchiere a unei scule aşchietoare este influențată de microgeometria părții active a acesteia.

Considerăm că parametrii microgeometriei părții active a unei scule sînt: rugozitatea pe fața de aşezare $R_{a\alpha}$; rugozitatea pe fața de degajare $R_{a\gamma}$; rugozitatea muchiei tăişului R_{at}; raza de ascuțire a tăişului ρ.

Între acești parametri există o strînsă interdependență. Astfel, R_{at} şi ρ depind de condițiile de ascuțire de pe cele două suprafețe active, ceea ce permite calcularea lui R_{at} şi ρ dacă $R_{a\alpha}$ şi $R_{a\gamma}$ se cunosc. În cazul sculelor aşchietoare din oțel rapid de producție românească Rp3, aceste relații determinate pe cale experimentală şi verificate practic sînt:

$$\rho = 17{,}21\ K\beta^{-1{,}54}\ R_{a\alpha}^{0{,}52}\ R_{a\gamma}^{0{,}23} \tag{1}$$

$$R_{at} = 3{,}31\ K\beta^{0{,}87}\ R_{a\alpha}^{0{,}27}\ R_{a\gamma}^{0{,}28} \tag{2}$$

Manuscris primit la data de 11 septembrie 1981
* Şef lucrări ing., Catedra Mașini unelte şi scule

unde β este unghiul de ascuțire în radiani și K este un coeficient cuprins între 0,8 și 1 și care ține seama de direcția urmelor de prelucrare pe cele două suprafețe.

Conform lucrării /1/, procesele de uzură ale sculelor din oțel rapid sînt procese semialeatoare liniare (sau liniarizabile cu mici erori).

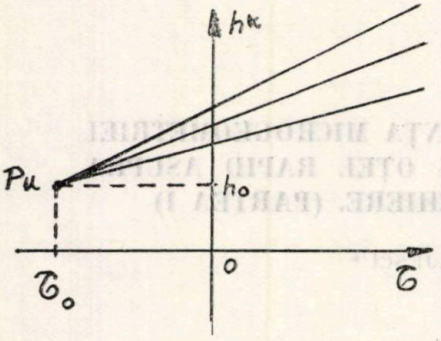


Fig. 1. Funcția aleatoare liniară în evantai (polară).

În cazul liniarizării procesului de uzare, funcția aleatoare nestaționară $H(\tau)$ se aproximează printr-o funcție aleatoare liniară de forma:

$$H(\tau) = A + B\tau \qquad (3)$$

unde A este valoarea inițială și B este viteza de variație a parametrului determinat.

Pentru sculele din oțel rapid funcția aleatoare liniară în evantai (polară) reflectă cel mai bine procesele de uzare. Această funcție (fig. 1) are pentru toate realizările un punct aleator comun denumit pol de uzură de coordonate (τ_0, h_0). În acest model, poziția fiecărei realizări depinde de o singură mărime aleatoare, și anume de viteza I_h, de variație a parametrului h.

Prin urmare, funcția aleatoare în evantai poate fi scrisă ca ecuația unui fascicul de drepte care trec toate prin polul de uzură.

$$h(\tau) = h_{\alpha 0} + (\tau - \tau_0) I_h \qquad (4)$$

Modelul matematic propus a fost confirmat experimental pentru cuțitele de strung din oțel rapid, precum și în cazul altor scule. Mai jos se prezintă confirmarea experimentală a modelului în cazul burghielor elicoidale STAS 573-76 din oțel rapid marca Rp3 în cazul prelucrării unui material OLC 45 (considerat ca material de referință în cazul încercărilor de așchiere). Diametrul burghielor testate a fost $D = 14{,}5$ mm. S-a măsurat uzura maximă pe fața de așezare $h_{\alpha\,max}$ și s-a stabilit ca criteriu de uzură $h_{\alpha\,max\,admisibil} = 0{,}8$ mm. Rezultatele testelor de durabilitate sînt trecute în tabelul 1, iar caracteristicile de uzură sînt date în figura 2.

Tabelul 1

Regim	D [mm]	v_{as} [m/min]	s [mm/rot]	h [mm]	T_{med} [min]
ε_1	14,5	13,31	0,18	0,8	30
ε_2	14,5	13,31	0,25	0,8	17
ε_3	14,5	22	0,25	0,8	9
ε_4	14,45	13,31	0,11	0,8	42

Figura 2 confirmă polul de uzură, de coordonate (—22, 0,16) Dacă uzarea sculei ar porni din polul de uzură şi ar avea o viteză constantă, atunci durabilitatea burghiului ar fi mai mare cu valoarea τ_0. În realitate, din cauza rugozităţii feţei de aşezare a tăişului, viteza de uzură la reducerea uzurii adezive (respectiv pînă la epuizarea primei zone a caracte-

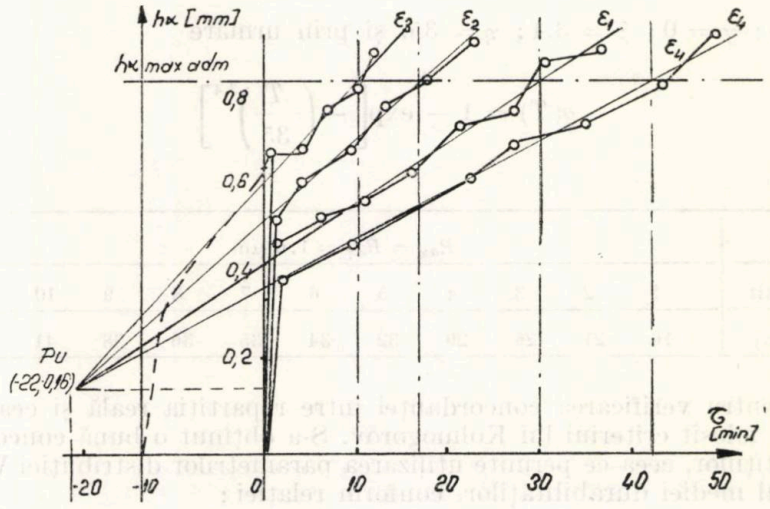


Fig. 2. Confirmarea experimentală a polului de uzură în cazul burghielor elicoidale din oţel rapid.

risticii de uzură) este mai ridicată. Cu cît rugozitatea feţei de aşezare este mai scăzută, cu atît mai repede se termină perioada de uzură iniţială, rămînînd ca fenomen de uzură predominant acela de abraziune. Fenomenele descrise explică în mod direct influenţa microgeometriei feţelor active ale sculelor aşchietoare asupra durabilităţii lor.

În ceea ce priveşte încercările de durabilitate efectuate asupra unui lot de scule aşchietoare, acestea dau rezultate ce variază în unele cazuri foarte mult de la sculă la sculă, caracterul aleator al acestei mărimi fiind evident. Din această cauză apare clar faptul că problema centrală a determinării durabilităţii este o problemă de estimare a unei durate medii de funcţionare. Nu întotdeauna durata medie de funcţionare este media simplă a datelor observate, şi aceasta datorită faptului că majoritatea încercărilor de durabilitate se efectuează în moduri speciale, ceea ce din punct de vedere statistic înseamnă o inferenţă asupra unor eşantioane incomplete. Ca urmare se impune ca estimarea duratei medii să se facă pe baza unui model statistic adecvat.

În cazul cuţitelor de strung din oţel rapid literatura de specialitate [2] indică o distribuţie normală a timpului de funcţionare fără defecţiuni (a durabilităţii). Cercetările experimentale efectuate nu au confirmat distribuţia normală, şi din această cauză s-a propus o distribuţie Weibull a timpului de funcţionare fără defectări. Folosind datele cuprinse în ta-

belul 2 și diagrama Allan-Plait se obțin pentru parametrii distribuției Weibull a cărei e presie generală este:

$$q(T) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{T-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right] \tag{5}$$

valorile: $\gamma = 0$; $\beta = 3{,}4$; $\eta = 35$, și prin urmare

$$q(T) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{T}{35}\right)^{3,4}\right] \tag{6}$$

Tabelul 2

Cuțitul	$R_{a\alpha} = R_{a\gamma} = 1{,}6$ μm										
Nr. cuțit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T_i [min]	16	21	26	29	32	34	35	36	38	41	46

Pentru verificarea concordanței între repartiția reală și cea teoretică s-a folosit criteriul lui Kolmogorov. S-a obținut o bună concordanță a repartițiilor, ceea ce permite utilizarea parametrilor distribuției Weibull la calcul mediei durabilităților, conform relației:

$$T_{med} = \eta \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) + \gamma \tag{7}$$

în care Γ este funcția Γ (de obicei se folosesc valorile tabelate după mărimea lui β).

În cazul burghielor elicoidale literatura de specialitate [3] indică o lege de distribuție a timpului mediu de bună funcționare de tip alfa. Repartiția alfa reprezintă repartiția inversă a variabilei normale trunchiate în punctul 9, prezentînd o asimetrie de dreapta a curbei de repartiție a timpului de funcționare. De obicei, pentru $\alpha > 2$ se obține:

$$q(T) = 1 - \Phi\left[\frac{\beta}{T} - \alpha\right] \tag{8}$$

În această relație $q(T)$ este funcția de repartiție, α și β sînt parametrii distribuției alfa, iar $\Phi(z)$ este funcția normală Gauss Laplace

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \tag{9}$$

care se găsește tabelată după valorile lui z.

Folosind datele cuprinse în tabelul 3 se determină parametrii fistribuției alfa pentru un caz practic.

Tabelul 3

Burghiul	$D = 14,5$ mm		$R_{a\alpha} = 1,6$ μm		$R_{a\gamma} = 3,2$ μm		
T_i [min]	13	19	25	31	37	43	49
n_i	2	7	11	9	5	3	1

Funcția de repartiție devine:

$$q(T) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{85}{T} - 3} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \qquad (10)$$

Valoarea medie în cazul distribuției alfa se calculează cu relația:

$$T_{\text{med}} = \frac{\beta}{\alpha}\left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right) \qquad (11)$$

obținîndu-se rezultate diferite de folosirea mediei aritmetice simple.

Durabilitatea efectivă a tăișului unei scule aşchietoare este o funcție de toți parametrii procesului de aşchiere, fiind în general exprimată prin relația:

$$T = C_T t^{x_T} s^{y_T} v^{z_T} \alpha^{a_T} \cdot \gamma^{b_T} \cdot \varkappa^{c_T} \cdot (HB)^{d_T} \ldots \qquad (12)$$

În această relație (valabilă și pentru cuțite, și pentru burghie dacă $t = D/2$), t, s, v, sînt parametrii regimului de aşchiere, α, γ $\varkappa$, sînt parametrii constructivi și geometrici ai sculei, HB este duritatea Brinell.

În această relație cunoscută, nu intervin sub nici-o formă parametrii microgeometriei sculei. Completarea relației cu factori care să evidențieze această influență va permite întrebuințarea ei în condiții mai apropiate de realitate, scoțînd în evidență posibilități de mărire a productivității prelucrării cu o sculă dată în condițiile asigurării unei durabilități optime după un criteriu sau altul.

Influența parametrilor microgeometriei fețelor active ale sculelor aşchietoare asupra durabilității poate fi pusă în evidență de o relație de forma:

$$T = f(R_{a\alpha}, R_{a\gamma}, R_{at}, \rho) \qquad (13)$$

Utilizarea unei asemenea relații nu este însă eficientă, căci problema durabilității nu se poate pune în afara considerării celorlalți factori ai aşchierii.

Ca urmare se propune o relație generală pentru calculul durabilității unei scule de forma:

$$T_{ef} = C_T \cdot t^{x_T} \cdot s^{y_T} \cdot v^{z_T} \cdot \alpha^{a_T} \cdot \gamma^{b_T} \cdot \varkappa^{c_T} \cdot K_1 \cdot R_{a\alpha}^{w_T} \cdot R_{a\gamma}^{q_T} \qquad (14)$$

În această relație, C_T, x_T, y_T, z_T, n_T și K_T sînt coeficienți ce se găsesc în normativele de aşchiere pentru diferitele scule și materiale de prelucrat, K_1, w_T și q_T sînt coeficienți ce permit aprecierea influenței rugozității

feţelor active ale sculelor aşchietoare asupra durabilităţii, iar $R_{a\alpha}$ şi $R_{a\gamma}$ sînt rugozităţile pe faţa de aşezare şi de degajare.

Pentru determinarea coeficientului K_1 şi a exponenţilor w_T şi q_T s-au făcut determinări experimentale cu cuţite din oţel rapid marca Rp3 la prelucrarea materialului OLC45. Cuţitele au avut secţiunea $b \times h = 12 \times 12$ mm^2 şi geometria: $\alpha = 10°$; $\gamma = 14°$; $\lambda = 1°$ $\varkappa = 70°$; $\varkappa_1 = 15°$; $r = 0{,}5$ mm. Regimul de aşchiere ales a fost $t = 1$ mm, $s = 0{,}106$ mm/rot, $v = 47$ m/min. Rezultatele obţinute au fost prelucrate prin metoda celor mai mici pătrate utilizînd calculatorul numeric Felix CE256, obţinîndu-se în final relaţia:

$$T_{ef} = C_T \cdot t^{x_T} \cdot s^{y_T} \cdot v^{z_T} \cdot \left(\frac{HB}{200}\right)^{n_T} \cdot K_T \cdot 46{,}76 \cdot R_{a\alpha}^{-0,1} \cdot R_{a\gamma}^{-0,09} \qquad (15)$$

Cu ajutorul relaţiilor (1) şi (2) această expresie se poate scrie ca funcţie de R_{at} sau ρ.

Folosind procedee similare s-a realizat exprimarea durabilităţii unui burghiu elicoidal în funcţie de rugozităţile suprafeţelor active. Burghiul elicoidal încercat a fost un burghiu elicoidal din oţel rapid marca Rp3 avînd $D = 14{,}5$ mm, ascuţit după metoda conică. Materialul prelucrat a fost OLC45, iar regimul de aşchiere a avut parametrii $t = D/2 = 7{,}25$ mm, $s = 0{,}18$ mm/rot şi $v = 13{,}31$ m/min. Relaţia de calcul a durabiltăţii devine:

$$T_{ef} = C_T \cdot D^{x_T} \cdot s^{y_T} \cdot v^{z_T} \cdot K_T \cdot 1{,}20 \cdot R_{a\alpha}^{-0,11} \cdot R_{a\gamma}^{-0,05} \qquad (16)$$

Se precizează că criteriul de uzură ales a fost cel recomandat de normative, şi anume, în ambele cazuri, $h_{\alpha\,\max\,\text{admisibil}} = 0{,}8$ mm.

De asemenea, se precizează că aceste relaţii au fost verificate şi pentru alte regimuri de aşchiere, atît în cazul cuţitelor cît şi în cazul burghielor, obţinînd o gamă largă a domeniului de valabilitate.

Pentru a pune cu mai multă claritate în evidenţă influenţa importantă a rugozităţii feţelor active ale sculelor aşchietoare asupra durabilităţii lor, au fost trasate diagramele T—v pentru cîte două rugozităţi diferite, obţinute la scule ascuţite diferit (fig. 3). Analizînd diagramele T—v din această figură se poate trage concluzia că influenţa netezirii este cu atît mai accentuată cu cît vitezele de aşchiere sînt mai reduse. Pentru valorile parametrilor regimului de aşchiere t, s, v normalizate, durabilitatea creşte cu 42 de minute faţă de cea normalizată (87 minute faţă de 45 minute recomandată de normativ) în cazul cuţitului de strung superfinisat faţă de cel ascuţit obişnuit prin procedee abrazive, şi cu 29 de minute (59 minute în loc de 39 minute) în cazul burghiului elicoidal.

Aceste rezultate obţinute evidenţiază în mod pregnant o nouă cale de creştere a capacităţii de aşchiere a unei scule aşchietoare, şi anume superfinisarea feţelor active ale acesteia.

În afara creşterii durabilităţii sculelor aşchietoare, superfinisarea feţelor active ale acestora le influenţează pozitiv indicii de fiabilitate,

micşorează forţele de aşchiere şi energia specifică consumată, precum şi rugozitatea suprafeţelor prelucrate, aşa cum va reieşi din partea a doua a prezentei lucrări.

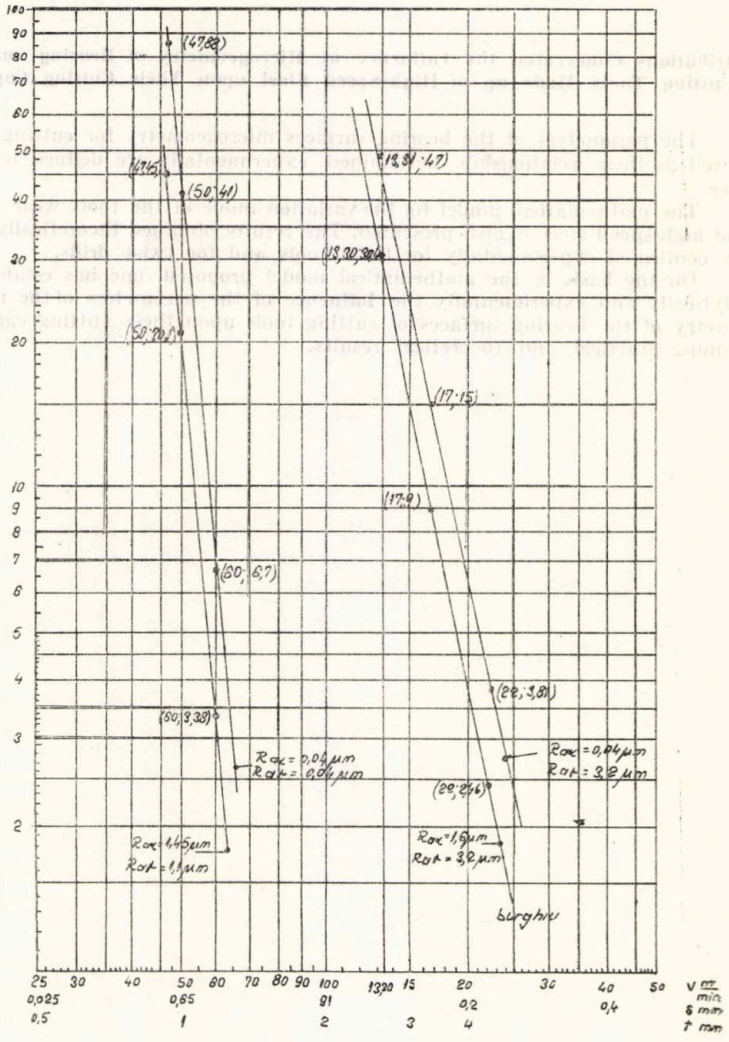


Fig. 3. Influenţa rugozităţii sculelor asupra durabilităţii lor în cazul cuţitelor de strung din Rp3 (stînga) şi în cazul burghielor elicoidale din oţel rapid Rp3 (dreapta)

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Enache, E. Străjescu, Al. Dorin,* Contributions concernant l'établissement des conditions de coupe, Annales du CIRP, iulie 1976.
2. *V. Vodă, D. Iliescu,* Statistică şi toleranţe, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1976.
3. *Al. Dorin.* Buletinul I.P.B., nr. 3, 1976.

4. *N. N. Zorev*, International Research in Production Engineering, Conf. ASME Pitsburg 1963.
5. *S. Enache, E. Străjescu*, Contributions concernant l'établissement expérimental des forces de coupe au tournage, Annales du CIRP, iulie 1974.

Contributions Concerning the Influence of Microgeometry of Bearing Surfaces of Cutting Tools Made up of High-Speed Steel upon Their Cutting Capacity

The parameters of the bearing surfaces microgeometry for cutting tools as well as their relationship determined experimentally are defined in the paper.

The mathematical model for the variation mode of the tools wear made up of high-speed steel is also presented. The results obtained theoretically have been confirmed experimentally for lathe tools and for twist drills.

On the basis of the mathematical model proposed, one has established analytically and experimentally the influence of the parameters of the microgeometry of the bearing surfaces of cutting tools upon their cutting capacity obtaining practical and theoretical results.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

TEHNOLOGIA MATERIALELOR ȘI SUDURII

C.Z.: 621.03
621.7 : 629.73

CONTRIBUTIONS À LA RÉALISATION DES NIDS D'ABEILLES MÉTALLIQUES POUR LES CONSTRUCTIONS AÉRONAUTIQUES

D. DRIMER, D. DIMITRESCU *

L'article présente l'algorithme de la technologie de réalisation des nids d'abeille métalliques par collage avec des adhésifs. Ayant comme point de départ cet algorithme, on présente aussi le système des équations qui résulte de l'analyse par opérations du processus technologique.

La réalisation de nids d'abeilles métalliques pour les constructions aéronautiques exige des technologies spéciales (1) qui assurent la qualité et la fiabilité imposées à cet important domaine de l'industrie.

Après l'analyse des diverses variantes technologiques possibles (2), il a résulté que, dans l'emploi des alliages d'aluminium comme matériel de base, la technologie d'exécution consiste à coller des feuilles de clinquant laminé. Ces feuilles sont encollées, empillées, puis collées entre elles. On obtient ainsi un bloc qui ensuite est coupé en tranches, aux dimensions demandées. Une planche de nid d'abeilles est obtenue d'une tranche, par expansion, dans des conditions bien définies.

Notre schéma présente l'algorithme du processus technologique. Pour faciliter l'interprétation du schéma, on a marqué d'un pointillé les diverses étapes d'usinage. Les opérations de contrôle ont été numérotées dans l'ordre de leur réalisation ; chacune se rapporte à l'opération antérieure.

Ayant cet algorithme comme point de départ, on a analysé les paramètres technologiques du processus de fabrication. On a surveillé la correlation des paramètres technologiques par opérations, afin qu'on obtienne un produit dont les qualités correspondent à celles imposées par normes en vigueur.

A la suite des essais, on a pu établir, entre les paramètres du régime technologique, les relations suivantes :

1) La qualité de la surface de la feuille d'aluminium dépend de deux paramètres : la température (T) et le temps (t).

Ouvrage reçu le 9 Juin 1981
* Prof. dr. ing. ; Chef de travaux ing., Chaire de Technologie des Matériaux et Soudure

Les valeurs de ces paramètres pour chaque opération sont les suivantes :

— degraissage à l'aide de la trichloétilène :

$$T = +\,86{,}7°C\,; \quad t = 5\ldots15 \text{ min}$$

— décapage acide : $T = +\,20°\ldots+25°C\,;\ t = 1{,}476.C^{0{,}483}$ où $C =$ = la concentration H_2SO_4 en solution.

La concentration de CrO_3 en solution este inversement proportionnelle avec celle de H_2SO_4, selon une relation comme la suivante :

$$C_{CrO_2} = -\,11{,}111 \cdot C_{H_2SO_4} + 166{,}667$$

— le levage et le séchage :

$$T \leqslant +65°C\,; \quad t \geqslant 15 \text{ sec.}$$

2) Le planage de la feuille est executé par le tirage à froid, simultanément avec une ondulation double ; on assure ainsi une meilleure déformation plastique de la feuille.

La force de tirage au planage est calculée par la relation :

$$F = \sigma_y^2 \cdot \frac{RT_0}{E} \cdot \left(\frac{\Delta e}{\varepsilon_y} - 1 \right); \quad \frac{\Delta e}{\varepsilon_y} \geqslant \frac{1}{2}$$

où : R = le rayon des galets de courbure au planage
T_0 = la largeur de la feuille
Δe = l'allongement de la feuille au planage
ε_y = l'allongement spécifique de la feuille à la limite d'élasticité (σ_y)

3) L'étalage de l'adhesif est réalisé par des méthodes typographiques (sérigraphie, haute matrice).

La quantité d'adhésif nécessaire pour la formation d'un bloc nid d'abeilles est déterminée par la relation :

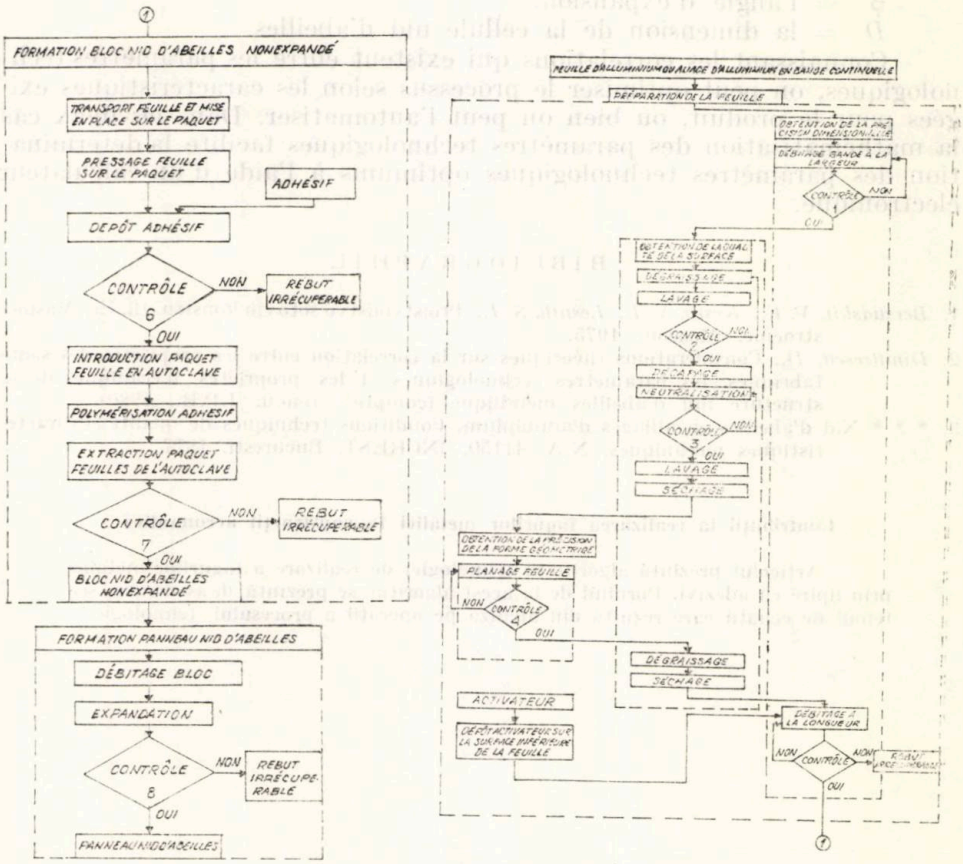
$$Q = m(n-1) \cdot \delta \cdot a \cdot T_0 \cdot q$$

où $T_0 \leqslant 500$ mm, $m \leqslant 190$; $n \leqslant 625$; $1{,}3 \leqslant a \leqslant 3{,}2$ sont les paramètres dimensionnels du produit.

δ = l'épaisseur de la couche d'adhésif.

La vitesse de sédimentation de l'adhésif, en bandes transversales, résulte de la relation :

$$v = \frac{m(n-1)T_0}{i \cdot t}$$ où i = le nombre de bandes d'adhésif déposées simultanément ; t = le temps d'emploi de l'adhésif.



4) Si l'on emploie des adhésifs structuraux à cycle chaud, on doit tenir compte de certaines limites de température et de pression, de même que d'une certaine durée du cycle. Par exemple, pour un adhésif la température doit être maintenue dans les limites :

$$T_{max} = 187e^{-0,0086\,t}\,; \quad T_{min} = 153e^{-0,0087\,t}$$

où t = le temps de chauffage (min)
La pression indiquée dans ce cas doit être $p = 0,07 \ldots 0,7$ N/cm^2.

5) L'expansion est la deuxième étape du processus technologique. La force nécessaire pour l'expansion est calculée par la relation :

$$F = \frac{4}{3}\, t \cdot l \cdot \sigma_{ex}. \qquad t,\ l = \text{les paramètres dimensionaux du nid d'abeilles}$$

et $\sigma_{ex} = \sigma_y \cdot \dfrac{s^2}{D^2}\ \sin\varphi \cdot (\varphi + \sin\varphi)\,;\ 0 \leqslant \varphi \leqslant \dfrac{\pi}{3}$

où : σ_y = la limite d'élasticité de la feuille
s = l'épaisseur de la feuille

φ = l'angle d'expansion.
D = la dimension de la cellule nid d'abeilles.

Connaissant les correlations qui existent entre les paramètres technologiques, on peut optimiser le processus selon les caractéristiques exigées pour le produit, ou bien on peut l'automatiser. Dans les deux cas la mathématisation des paramètres technologiques facilite la détermination des paramètres technologiques optimums à l'aide d'un calculateur électronique.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Bersudskii, V. E., Krsin, V. I., Lesnih, S. I.*, Proistvodstvo sotovih konstrukţii, Ed. Maşinostroenie, Moscou, 1975.
2. *Dimitrescu, D.*, Considérations théoriques sur la correlation entre les propriétés des semifabriqués, les paramètres technologiques et les propriétés mécaniques de la structure nid d'abeilles métallique (compte — rendu, I.P.B., 1980)
3. * * * Nid d'abeilles en alliages d'aluminium. Conditions techniques de qualité et caractéristiques mécaniques. N.A. 41150, INCREST, Bucureşti, 1977.

Contribuţii la realizarea fagurilor metalici în construcţii aeronautice

Articolul prezintă algoritmul tehnologiei de realizare a fagurilor metalici prin lipire cu adezivi. Pornind de la acest algoritm se prezintă, de asemenea, sistemul de ecuaţii care rezultă din analiza pe operaţii a procesului tehnologic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

C.Z.: 621.9: 534.321.9

ÎMBUNĂTĂȚIREA CALITĂȚII ȘI A DURABILITĂȚII CUȚITELOR-ROATA DE MORTEZAT DANTURA, FOLOSIND ASCUȚIREA ÎN CÎMP ULTRASONOR

GH. AMZA, GH. CALEA*

În lucrare se prezintă cîteva scheme posibile de ascuțire în cîmp ultrasonor. Se urmărește în special influența ultrasunetelor asupra calității suprafețelor obținute. În urma experiențelor efectuate la ascuțirea cuțitelor roată de mortezat dantura se constată o îmbunătățire a rugozității de 1,5 ... 2 ori și o mărire a productivității de pînă la 300%.

Pentru îmbunătățirea calității suprafeței de degajare (fig. 1) și implicit a durabilității sculei precum și pentru mărirea productivității s-a încercat utilizarea vibrațiilor ultrasonore, urmărindu-se influența lor asupra parametrilor amintiți mai sus [2], [4], [5].

O deosebită importanță în cazul oscilațiilor ultrasonore o are direcția de aplicare a acestora, deoarece ea modifică cursa și viteza granulei abrazive. Cercetările de pînă acum s-au făcut suprapunînd oscilațiile ultrasonore peste viteza de rotație a sculei, făcînd ca scula să vibreze fie în direcția longitudinală (fig. 2, a). fie în direcție transversală (fig. 2, b). Aceste două metode aplicate în S.U.A., U.R.S.S., Anglia prezintă dificultăți datorită greutății introducerii ultrasunetelor în sculă, care se rotește cu o anumită turație n necesitînd un bloc ultrasonic rotitor cu turația 2000 —5000 rot/min.

O metodă mai simplă constă în a introduce oscilațiile ultrasonore în piesă, în acest scop distingîndu-se direcția normală a vibrațiilor piesei față de suprafața pietrei de rectificat.

La rectificarea pe direcția avansului (fig. 3, a.) cunoscînd că viteza unei granule de abraziv e dată de relația (1) se poate determina viteza medie relativă de rectificare dată de relația (4):

$$v_s = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{1000 \cdot 60} \quad [\text{m/sec}] \tag{1}$$

Manuscris primit la data de 30 iulie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Conf. dr.ing., Catedra Tehnologia materialelor

$$y = \frac{A}{2} \sin(2\pi f t + \varphi) \quad [\text{m}] \tag{2}$$

$$V_{pu} = \pi \cdot A \cdot f \cdot \cos\beta \qquad [\text{m/sec.}] \tag{3}$$

$$V_r = 2\sqrt{(D \cdot n)^2 + (A \cdot f)^2} \cdot \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \sin^2\theta \cdot \sin^2\beta} \cdot d\beta \tag{4}$$

unde : θ = unghiul maxim de înclinare la rectificarea încrucișată dat de relația :

$$\theta = \text{arctg} \frac{A \cdot f}{D \cdot n}; \tag{5}$$

În care : A este amplituidnea vibrației particulei ; f — frecvența oscilațiilor ultrasonore ; D — diametrul sculei ; n — turația pietrei de rectificat.

S-a constatat că o mare influență asupra cantității de metal așchiat o are raportul dintre viteza de vibrare și viteza de rectificare, amplitudinea oscilațiilor ultrasonore, precum și unghiul de înclinare θ (fig. 4.).

Se constată așadar că productivitatea ar admite un maxim pentru raportul vitezelor cuprins între 1,5 și 2 și pentru amplitudine mare. Cum însă mărimea amplitudinii are deosebită importanță asupra calității su-

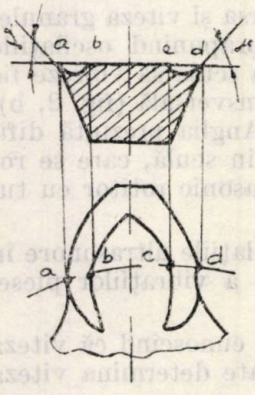


Fig. 1 — Geometria cuțitului-roată

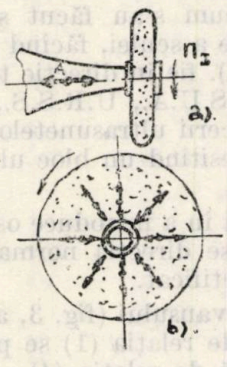


Fig. 2 — Direcția de propagare a oscilațiilor

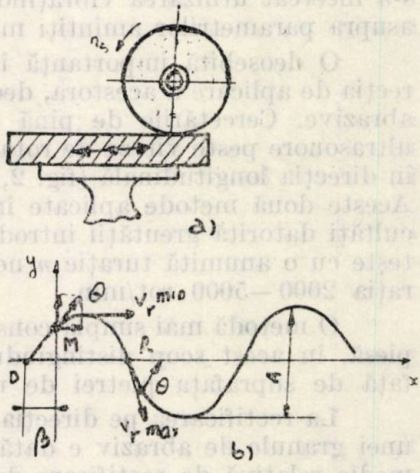


Fig. 3 — Rectificarea pe direcția avansului

prafeței trebuie ralizat un compromis între alegerea amplitudinii de vibrare și impunerea condițiilor de productivitate și de calitate a suprafeței [6]. Influența amplitidinii și a raportului vitezelor asupra rugozității este prezentată în figura 5.

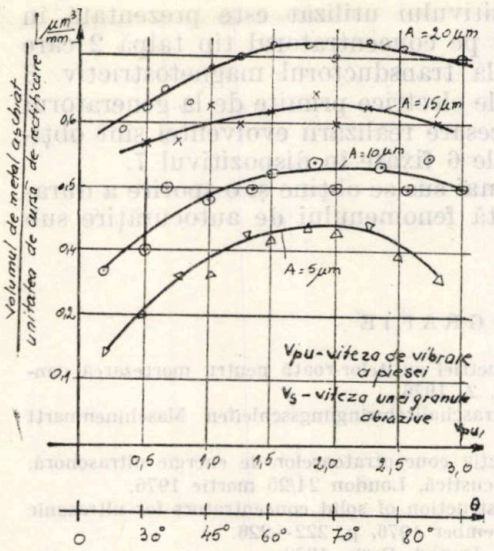


Fig. 4 — Factorii care influențează calitatea suprafeței

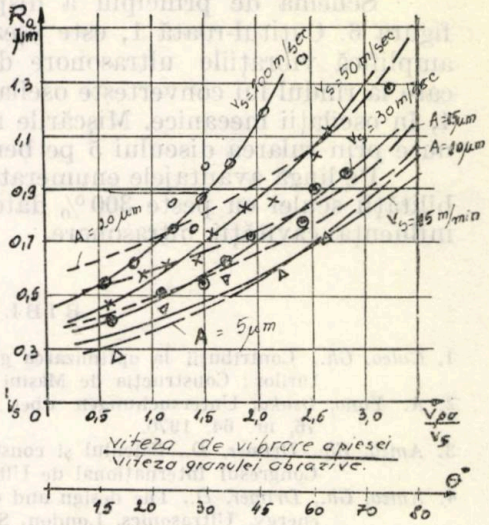


Fig. 5 — Influența amplitudinii și a raportului vitezei asupra rugozității

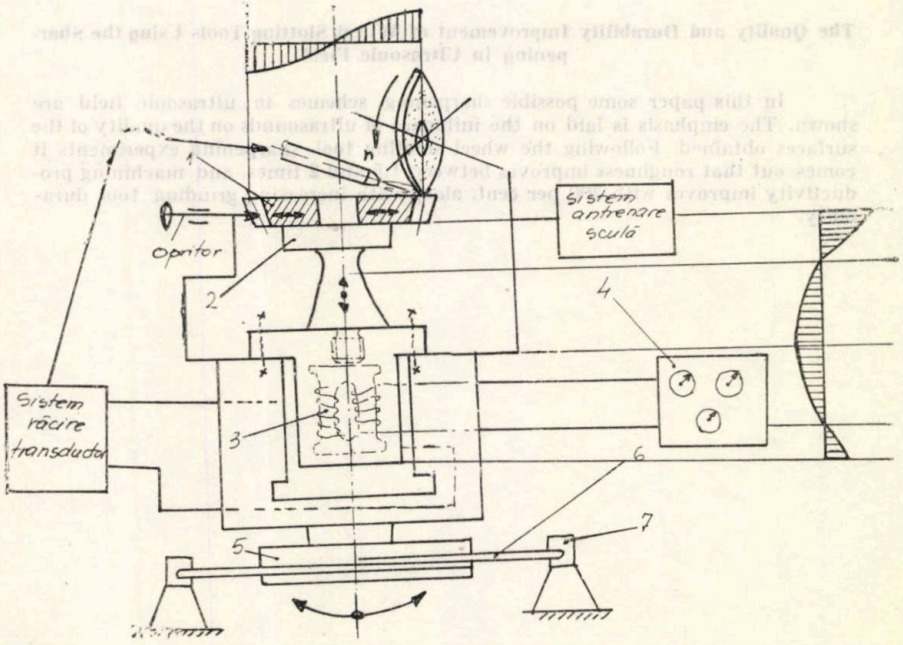


Fig. 6. — Schema de principiu a dispozitivului

Schema de principiu a dispozitivului utilizat este prezentată în figura 6. Cuțitul-roată 1, este așezat pe concentratorul tip talpă 2 care amplifică vibrațiile ultrasonore de la transductorul magnetostrictiv 3 care la rîndul lui convertește oscilațiile electrice primite de la generatorul 4, în oscilații mecanice. Mișcările necesare realizarii evolventei sînt obținute prin rularea discului 5 pe benzile 6 fixate în dispozitivul 7.

Pe lîngă avantajele enumerate mai sus se obține și o sporire a durabilității sculei cu peste 300% datorită fenomenului de autocurățire sub influența cavității ultrasonore.

BIBLIOGRAFIE

1. *Calea, Gh.*, Contribuții la optimizarea geometriei cuțitelor-roată pentru mortezarea danturilor; Construcția de Mașini nr. 2, 1976.
2. *A. Yano, Osaka*, Untersuchungen uber ultraschallschwingungsschleifen Maschinenmartt 76, nr. 64, 1970.
3. *Amza, Gh., Drimer, D.*, Calculul și construcția concentratoarelor de energie ultrasonoră, Congresul Internațional de Ultraacustică, London 24/25 martie 1976.
4. *Amza, Gh., Drimer, D.*, The design and construction of solid concentrators for ultrasonic energy, Ultrasonics, London, September 1976, p. 222—226.
5. *Enache, St.*, La qualité des surfaces usineés. Dunod, Paris, 1972.
6. *Amza, Gh.*, Asupra sistemelor oscilatorii cu vibrații radiale folosite la îmbinarea prin sudare, Sesiunea științifică „Tehnologii Moderne în Industria Constructoare de Mașini", Noiembrie 1975, I. P. București.
7. *Amza, Gh.*, Contribuții la studiul fenomenelor de deformare plastică în cîmpul ultrasonor, Teză de doctorat, București, 1978.
8. *Severdenko, V., P. i drughie*, Obrabotka metallov davleniem s ultrazvukom, Izdatelistvo „Nauka i Tehnika", Minsk, 1973.

The Quality and Durability Improvement of Wheel Slotting Tools Using the Sharpening in Ultrasonic Field

In this paper some possible sharpening schemes in ultrasonic field are shown. The emphasis is laid on the influence of ultrasounds on the quality of the surfaces obtained. Following the wheel slooting tool sharpening experiments it comes out that roughness improves between 1.5 and 2 times, and machining productivity improves with 300 per cent, along with increasing grinding tool durability.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIV — 1982, Numărul 1

HIDRAULICĂ

C.Z.: 621.2
532.5

CERCETĂRI ASUPRA STABILITĂȚII HIDRODINAMICE

JULIETA FLOREA, V. PANAITESCU*

Se dezvoltă trei metode de rezolvare a stabilității hidrodinamice și anume : o metodă de obținere a unei soluții exacte a ecuației Orr-Sommerfeld prin reducerea la rezolvarea unei ecuații integrale Volterra, o metodă de căutare a problemei valorilor proprii a ecuației Orr-Sommerfeld cu ajutorul unui calculator analogic și o metodă de rezolvare a problemei stabilității hidrodinamice cu ajutorul calculatorului pe baza utilizării unor rezultate din teoria sistemelor dinamice.

1. Prezentarea problemei

Teoria stabilității hidrodinamice constituie o încercare de elucidare a fenomenului de tranziție de la mișcarea laminară la mișcarea turbulentă. Teoria stabilității hidrodinamice constă în răspunsul la întrebarea dacă o curgere laminară dată rămîne stabilă în raport cu perturbațiile relativ mici, deci scopul teoriei stabilității este studierea evoluției perturbațiilor în funcție de timp. Metoda micilor oscilații conduce la examinarea problemei Cauchy cu valorile inițiale ale componentelor vitezei și a presiunii care se deosebesc foarte puțin (prin mici perturbații) de valorile corespunzătoare soluției staționare a sistemului format din ecuațiile Navier-Stokes și ecuația continuității. Dacă soluția găsită tinde către soluția staționară cînd timpul tinde spre infinit, atunci mișcarea este stabilă ; în cazul contrar, mișcarea este instabilă.

Teoria stabilității hidrodinamice este aplicată la studiul tranziției, de la mișcarea laminară la mișcarea turbulentă. Apariția turbulenței, legată nemijlocit de stabilitatea sau instabilitatea curgerii laminare, constituie o problemă fundamentală a mecanicii fluidelor (problemă nerezolvată definitiv pînă în prezent).

2. Formularea matematică a problemei și dezvoltări teoretice implicate de rezolvarea ei

Studiul stabilității hidrodinamice constă în rezolvarea unor probleme generale fizico-matematice și anume studiul mecanismului de amplificare selectivă a perturbațiilor și de pierdere a stabilității laminare, valabili-

Manuscris primit la data de 9 iulie 1981
* Prof. dr. ing., Conf. dr. ing., Catedra de Hidraulică și mașini hidraulice

tatea ecuațiilor Navier-Stokes și Orr-Sommerfeld pentru descrierea diferitelor stadii ale tranziției, obținerea soluțiilor acestor ecuații ținînd seama de condițiile la limită, unicitatea acestor soluții la diferite numere Reynolds.

Ecuația fundamentală a studiului stabilității liniare a mișcărilor plane paralele la perturbații ondulatorii Tollmien-Schlichting este ecuația Orr-Sommerfeld (ecuație diferențială ordinară, liniară, de ordinul patru, cu coeficienți variabili):

$$(U-c)(\varphi''-\alpha^2\varphi)-U''\varphi=-\frac{1}{\alpha Re}(\varphi^{IV}-2\alpha^2\varphi''+\alpha^4\varphi) \tag{1}$$

($\varphi=\varphi_r+i\varphi_i$ este amplitudinea complexă a mișcării perturbatoare, U este viteza curgerii laminare, Re este numărul lui Reynolds, α este numărul de undă și $c=c_r+i\,c_i$ este o mărime complexă cu c_r = viteza de deplasare a undei și c_i = viteza de amplificare). Condițiile la limită bilocale omogene conduc la o problemă de valori proprii. Pentru o valoare α considerată curgerea dată (U, Re) este stabilă dacă $c_i<0$ și este instabilă dacă $c_i>0$.

Se propun trei metode de rezolvare a problemei stabilității hidrodinamice. Prima metodă constă în construirea unei soluții exacte a ecuației Orr-Sommerfeld prin reducerea rezolvării acestei ecuații diferențiale de ordinul patru cu coeficienți variabili la rezolvarea unei ecuații integrale Volterra de speța a doua [2], [3], [5]. Se obține

$$\varphi=\frac{1}{2\alpha^2}\int_0^y\left[(y-p)\mathrm{ch}\alpha(y-p)-\frac{1}{\alpha}\,\mathrm{sh}\alpha(y-p)\right]\Phi(p)\mathrm{d}p+ \\ +\frac{A}{2\alpha}y\,\mathrm{sh}\alpha y+\frac{B}{2\alpha}\left(y\,\mathrm{ch}\alpha y-\frac{1}{\alpha}\,\mathrm{sh}\alpha y\right), \tag{2}$$

în care Φ este soluția ecuației Volterra, iar constantele A și B se determină folosind condițiile la limită, [8], [9]. A doua metodă rezolvă problema stabilității hidrodinamice pe baza problemei valorilor proprii a ecuației Orr-Sommerfeld cu ajutorul unui calculator analogic. Prin separarea părții reale de partea imaginară și prin schimbarea de variabila $y=(\alpha Re)^{-0,25}x$ se obțin două ecuații de forma

$$\frac{\mathrm{d}^4\varphi_r}{\mathrm{d}x^4}-\left(\sqrt{\alpha\,Re}\,c_i+\frac{2\alpha^2}{\sqrt{\alpha Re}}\right)\frac{\mathrm{d}^2\varphi_r}{\mathrm{d}x^2}+\sqrt{\alpha Re}(U-c_r)\frac{\mathrm{d}^2\varphi_i}{\mathrm{d}x^2}+ \\ +\alpha^2\left(c_i+\frac{\alpha^2}{\alpha Re}\right)\varphi_r-\alpha^2\left(U+\frac{U''}{\alpha^2}-c_r\right)\varphi_i=0 \tag{3}$$

care pot fi scrise în variabile-mașină și sub forma normală, cerută de tehnica unui calculator analogic [1], [6], [7]. A treia metodă rezolvă problema stabilității hidrodinamice cu ajutorul unui calculator digital

pe baza utilizării unor rezultate din teoria sistemelor dinamice. Se ajunge la o ecuație matriceală de forma

$$\frac{dx}{dy} = A(y, \alpha, Re, c_r, c_i)x \tag{4}$$

pentru vectorul coloană x din spațiul euclidian cu opt dimensiuni. Forma matriceală este una din formele preferate de rezolvare cu ajutorul unui calculator a sistemelor lineare prin metoda combinată a matricei standard și a generării unor soluții liniar independente prin metoda Runge-Kutta, [4], [10].

Aplicarea acestor trei metode la rezolvarea problemei stabilității curgerii plane Poiseuille duce la rezultate în bună concordanță cu rezultatele teoretice și experimentale din literatură, [11], [12], [13].

3. Probleme de perspectivă

Stabilitatea hidrodinamică este cel mai important procedeu de studiu al mecanismului tranziției de la starea laminară la starea turbulentă. Importanța cunoașterii în detaliu a regimului de tranziție trebuie subliniată atît pentru clarificarea științifică a procesului și apariției turbulenței, cît și pentru dirijarea unor fenomene fizice și fizico-chimice. Obținerea în continuare a unor noi rezultate în studiul stabilității hidrodinamice poate duce la rezolvarea unor probleme teoretice speciale, de exemplu studiul tranziției sub influența parametrilor de frontieră, studiul stabilității stratului limită termic, determinarea mai exactă a profilului universal al vitezei medii a curgerii turbulente în apropierea unui perete rigid și a unor probleme practice de importanță economică, prin aplicarea în tehnică a curgerilor tranziționale.

4. Aspectele interdisciplinare puse pe problema stabilității hidrodinamice

Studiul stabilității hidrodinamice apelează la un aparat matematic modern, inclusiv tehnica electronică de calcul. Studiul stabilității hidrodinamice este util pentru rezolvarea unui număr mare de probleme teoretice și aplicative din fizică, chimie și tehnică, de exemplu în calculul transmisiei termice turbulente, calculul transferului de masă, calculul transferului de căldură prin convecție forțată în stratul limită turbulent, dirijarea unor reacții chimice, explicarea unor fenomene de meteorologie și oceanologie, rezolvarea unor probleme de fluidică etc.

5. Aplicațiile practice ale curgerilor tranziționale

Curgerile tranziționale au multiple aplicații practice, puse în evidență în special în ultimii 25 de ani. Cîteva din domeniile tehnicii în care tranziția intervine direct ca un parametru esențial sînt : proiectarea, laminarizarea și încercarea profilelor hidroaerodinamice ; proiectarea și reali-

zarea elementelor fluidice; proiectarea modernă a camerelor de combustie și a unor instalații de răcire; curgerile în pelicule foarte subțiri utilizate în tehnica emulsiilor etc.

BIBLIOGRAFIE

1. *Florea J., Panaitescu V.*, Studiul stabilității mișcării unui fluid incompresibil între două planuri paralele cu ajutorul unor calculatoare analogice, A XIII-a sesiune științifică a I.P.B., 1970.
2. *Panaitescu V.*, Metodă de soluționare exactă a ecuației Orr-Sommerfeld și considerațiuni asupra existenței și unicității soluției propuse. A XIV-a sesiune științifică a I.P.B., 1971.
3. *Panaitescu V.*, Asupra stabilității liniare a unei curgeri laminare plane., Studii și cercetări de mecanică aplicată, 3, tom. 30, 1971.
4. *Florea, J., Panaitescu V.*, Asupra posibilității utilizării teoriei sistemelor dinamice la studiul unor probleme de stabilitate hidrodinamică. A XV-a sesiune științifică a I.P.B., 1972.
5. *Panaitescu V.*, Rezolvarea numerică cu ajutorul unui calculator a unei metode de integrare exactă a ecuației Orr-Sommerfeld, A XV-a sesiune științifică a I.P.B., 1972.
6. *Florea, J., Panaitescu V.*, Sur l'étude de la stabilité du mouvement d'un fluide à l'aide des calculateurs analogiques., Buletinul Institutului Politehnic—București, Tomul XXXV, nr. 3, 1973.
7. *Panaitescu V.*, Contribuții la studiul mișcării fluidelor vîscoase în domeniul numerelor Reynolds mici și mijlocii cu referire la tranziția de la mișcarea laminară la mișcarea turbulentă. Teză de doctorat, 1974.
8. *Panaitescu V.*, O probleme reșenia uravnenia Orra-Sommerfelda, Comunicare la Catedra de Hidraulică a Institutului politehnic din Leningrad, decembrie, 1974.
9. *Panaitescu V.*, Metodă de rezolvare a problemei stabilității hidrodinamice prin obținerea unei soluții exacte a ecuației Orr-Sommerfeld., Buletinul Institutului Politehnic—București, Tomul XXXVII, nr. 3, 1975.
10. *Florea J., Panaitescu V.*, Algorythme de résolution sur ordinateur du problème bilocal associé à l'écuation Orr-Sommerfeld. Revue roumaine des sciences techniques, Série de mécanique appliquée, Tome 20, no. 3, 1975.
11. *Panaitescu V.*, Asupra stabilității curgerii plane Poisseuille., Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr. 2, Tomul 35, 1976.
12. *Florea J., Panaitescu V.*, Metode de rezolvare a problemei valorilor proprii asociate ecuației Orr-Sommerfeld, Academia Republicii Socialiste România, Mecanică aplicată, București, Sesiunea de comunicări științifice, 13—14 decembrie 1976.
13. *Florea J., Panaitescu V.*, Studiul comparativ a trei metode de cercetare a stabilității hidrodinamice prin rezolvarea problemei valorilor proprii asociate ecuației lui Orr-Sommerfeld. Colocviul de Mecanica fluidelor organizat de Societatea de științe matematice din R. S. România, Cluj-Napoca, 26—27 noiembrie 1977.

Recherches sur la stabilité hydrodynamique

On développe trois méthodes de résolution du problème de la stabilité hydrodynamique, à savoir une méthode d'obtention d'une solution exacte de l'équation d'Orr-Sommerfeld par la réduction de la résolution de cette équation différentielle à la résolution d'une équation intégrale Volterra, une méthode de recherche du problème des valeurs propres de l'équation d'Orr-Sommerfeld à l'aide d'un calculateur analogique et une méthode de résolution du problème de la stabilité hydrodynamique à l'aide des ordinateurs sur la base de l'utilisation de quelques résultats de la théorie des systèmes dynamiques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

ORGANE DE MAȘINI

C.Z.: 621.833: 621.89

ASUPRA DEPENDENȚEI CRITERIALE A COEFICIENTULUI DE FRECARE DE PARAMETRII CARACTERISTICI UZĂRII ADEZIVE A ROȚILOR DINȚATE

A. TUDOR*

Se determină dependența coeficientului de frecare de alunecare a roților dințate pentru regimul de ungere limită și mixt. Se analizează parametrii adimensionali sarcina, viteza, geometria și materialul angrenajului.

Odată cu creșterea parametrilor de exploatare (sarcină, viteză) a roților dințate, regimul termic devine preponderent în limitarea funcționării optime. Efectele regimului termic se manifestă, în special, asupra microcontactului flancurilor rezultînd adeziuni termice locale caracteristice începutului de gripaj. Dacă regimul termic nu se stabilizează, atunci adeziunile locale progresează și angrenajul este scos din funcțiune.

Parametrul cel mai obiectiv al începutului gripării termice este coeficientul de frecare sub aspectul mărimii și evoluției cu timpul. Lucrarea de față își propune să coreleze calitativ și cantitativ, parametrii ce însoțesc producerea și disiparea energiei termice din zona de contact a dinților cu evoluția coeficientului de frecare în prezența uleiurilor minerale neaditivate. Se utilizează metoda analizei dimensionale generale [1] aplicată cuplei ce modelează termic angrenajul real.

Generarea și disiparea energiei termice în zona de contact a flancurilor sînt determinate de următoarele ecuații [3]:

— ecuația conductibilității a lui Fourier:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) \tag{1}$$

în care: T — temperatura într-un punct de coordonate x, y, z; t — timpul; a — difuzivitatea termică;

Manuscris predat la data de 27 mai 1981

* Șef lucrări dr. ing., Catedra Organe de mașini

— ecuaţiile determinate de condiţiile limită;

— egalitatea temperaturilor celor 2 flancuri ce se găsesc în contact nemijlocit:

$$T_1 = T_2 \tag{2}$$

— echilibrul energiei termice:

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_1 + \lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_2 + \mu_{ak} P_n v_a = 0 \tag{3}$$

unde: $\lambda_{1,2}$ — conductivităţile termice ale celor două roţi în angrenare; n — normala la contactul direct; μ_{ak} — coeficientul de frecare de alunecare; v_a — viteza de alunecare; P_n — forţa normală;

— disiparea fluxului termic de la angrenaj la mediul exterior:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha (T - T_0) \tag{4}$$

α — fiind coeficientul de cedare termică T_0 — temperatura mediului înconjurător cuplei.

Pentru obţinerea ecuaţiilor criteriale se utilizează teoria modelării, ecuaţiile producerii şi disipării energiei termice din angrenajul real trebuind să aibă aceleaşi forme cu ecuaţiile cuplei model.

Notînd cu T', t', a, x', y', z' parametrii regimului termic, corespunzători modelului, prin similitudine se pot stabili legăturile:

$$T' = C_T T; \; t' = C_t t; \; a' = C_a a; \; x' = C_x x; \; Y' = C_y y; \; z' = C_z z \tag{5}$$

Dacă se pune condiţia ca fenomenele de termoconductibilitate din angrenaj şi model să fie simile, aunci se deduce:

$$\frac{C_x^2}{C_t C_a} = 1; \quad \frac{C_x}{C_y} = 1; \quad \frac{C_x}{C_z} = 1 \tag{6}$$

Considerînd egalitatea $C_x = C_y = C_z = C_l$ din (6) se obţin următoarele criterii de similitudine:

$(l')^2/t'a' = l^2/_{ta} = 1/_{Fo}$ = idem — criteriul Fourier, în care l este lungimea termică caracteristică şi reprezintă raportul dintre volumul şi suprafaţa dintelui ce contribuie la evacuarea căldurii;

$$x'/y' = x/y = \text{idem}; \quad x'/z' = x/z = \text{idem} \tag{7}$$

Adîncimea de pătrundere (z) a căldurii ca urmare a frecării pe banda hertziană de contact poate fi determinată cu relația lui Korovcinski [2]:

$$z = \frac{x}{\sqrt{P_e}} = \sqrt{\frac{x_a}{v_a}} \tag{8}$$

unde: P_e este numărul Péclet corespunzător lățimii benzii hertziene de contact (x).

Din ecuația echilibrului energiei termice (3) se deduce criteriul de similitudine Meyer [3]

$$\frac{C_l\, C_\lambda\, C_p\, C_{va}}{C_\alpha\, C_l} = 1; \quad \frac{\lambda'\, T'}{l'\mu'_{ak}\, P'_n\, v'_a} = \frac{\lambda T}{l\mu_{ak}\, P_n\, v_a} = Me = \text{idem} \tag{9}$$

Din analiza ecuației ce caracterizează transferul termic al angrenajului în exterior se deduce criteriul Biot:

$$\frac{C_\lambda}{C_\alpha\, C_l} = 1; \quad \frac{\alpha'\, l'}{\lambda'} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = B_i = \text{idem} \tag{10}$$

Comportarea termică a cuplei model este similară cu aceea a angrenajului dacă și numai dacă avem identice criteriile Fo, Pe, Bi, Me, $x'/y' = x/y$ și $x'/z' = x/z$.

Cupla de frecare cu configurația geometrică cea mai simplă, care poate satisface toate aceste condiții este cupla de tip Timken, cuplă cu același fel de contact, cu o geometrie corespunzătoare a elementului cilindric și care poate avea același material cu cel al angrenajului real.

Modificările termice din zona de contact, conduc la adeziuni locale și implicit la modificări ale coeficientului de frecare.

Pe cupla model se determină experimental, dependența coeficientului de frecare μ_{ak} de parametrii ce însoțesc griparea:

$$\mu_{ak} = \mu_{ak}\left(P_n,\ v_a,\ R_c, T_{1,2}, \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_{1,2}, \rho_{1,2}, E_{1,2}, H_{1,2}, l_{1,2}, R_{z\,1,2}, \tau_{1,2}, \lambda_{1,2}, c_{1,2}, \alpha_{1,2}\right) \tag{11}$$

Semnificația și unitățile de măsură de bază ale acesor parametri (lungimea l,m; masa M, Kg; timpul t, sec; temperatura T, °K) sînt prezentate în tabelul 1.

Pe baza teoremei π, fenomenul fizic al procesului de gripare estimat prin intermediul coeficientului de frecare poate fi caracterizat de 10 produse adimensionale ($i = m - r = 14 - 4 = 10$);

i — numărul maxim al produselor independente; m — numărul parametrilor de dependență ai coeficientului de frecare; r — numărul unităților de măsură de bază).

Tabelul 1

Nr. crt.	Mărimea	Simbolul		Unitatea de măsură	Parametrul	Unitatea totală de măsură
1.	Sarcina normală unitară	P_n	p_1	Mt^{-2}	P_n	$M\ t^{-2}$
2.	Viteza de alunecare	v_a	p_2	Mt^{-1}	v_a	$L\ t^{-1}$
3.	Raza de curbură redusă	R_c	p_3	L	R_c	L
4.	Temperatura flancului	T	p_4	T	T_1; T_2	T^2
5.	Viscozitatea dinamică a a uleiului	η	p_5	L^{-1} Mt^{-1}	η	$L^{-1}\ Mt^{-1}$
6.	Gradientul de temperatură	$\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)$	p_6	$T\ L^{-1}$	$\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_1 : \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_2$	$T^2\ L^{-2}$
7.	Densitatea materialului cuplei	ρ	p_7	$L^{-3}\ M$	ρ_1; ρ_2	$L^{-6}\ M$
8.	Modulul de elasticitate	E	p_8	L^{-1} Mt^{-2}	E_1; E_2	$L^{-2}\ M^2t^{-4}$
9.	Duritatea flancului	H	p_9	L^{-1} Mt^{-2}	H_1; H_2	$L^{-2}\ M^2t^{-4}$
10.	Lungimea termică caracteristică	l	p_{10}	L	l_1; l_2	L^2
11.	Rugozitatea medie a flancului	R_z	p_{11}	L	R_{z1}; R_{z2}	L^2
12.	Conductivitatea termică	λ	p_{12}	LMt^{-3} T^{-1}	λ_1; λ_2	$L^2M^2t^{-6}T^{-2}$
13.	Căldura specifică	c	p_{13}	L^2t^{-2} T^{-1}	c_1; c_2	$L^4\ t^{-4}\ T^{-2}$
14.	Coeficientul de convecție (cedare) termică	α	p_{14}	Mt^{-3} T^{-1}	α_1; α_2	$M^2t^{-6}\ T^{-2}$

Matricea dimensională a parametrilor de dependență ai coeficientului de frecare are forma :

	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8	p9	p10	p11	p12	p13	p14
L_m	0	1	1	0	−1	−2	−6	−2	−2	2	2	2	4	0
M_{kg}	1	0	0	0	1	0	2	2	2	0	0	2	0	2
t_s	−2	−1	0	0	−1	0	0	−4	−4	0	0	−6	−4	−6
T_oK	0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	−2	−2	−2

Considerînd $P_n(p_1)$, $v_a\,(p_2)$, $R_c\,(p_3)$ și $T(p_4)$ ca parametri de bază, din matricea dimensională se pot forma produse independente de tipul:

$$\pi_i = \frac{p_i}{p_1^{a_{1,i}} \cdot p_2^{a_{2,i}} \cdot p_3^{a_{3,i}} \cdot p_4^{a_{4,i}}} \tag{12}$$

Exponenții $a_{1,5} \cdot a_{2,5}$, $a_{4,14}$ se determină din sistemele de cîte 4 ecuații ce se pot scrie ca urmare a omogenității dimensionale. Spre exemplu determinarea exponenților $a_{1,5}$, $a_{2,5}$, $a_{3,5}$, $a_{4,5}$ se face prin rezolvarea sistemului:

$$\begin{cases} 0 \cdot a_{1,5} + 1 \cdot a_{2,5} + 1 \cdot a_{3,5} + 0 \cdot a_{4,5} = -1 \text{ (L)} \\ 1 \cdot a_{1,5} + 0 \cdot a_{2,5} + 0 \cdot a_{3,5} + 0 \cdot a_{4,5} = 1 \text{ (M)} \\ -2 \cdot a_{1,5} - 1 \cdot a_{2,5} + 0 \cdot a_{3,5} + 0 \cdot a_{4,5} = 1 \text{ (t)} \\ 0 \cdot a_{1,5} + 0 \cdot a_{2,5} + 0 \cdot a_{3,5} + 2 \cdot a_{4,5} = 0 \text{ (T)} \end{cases} \tag{13}$$

Rezultă $a_{1,5} = 1$; $a_{2,5} = -1$; $a_{3,5} = 0$; $a_{4,5} = 0$ și deci

$$\pi_5 = \pi_{\eta} = \frac{\eta \cdot v_a}{P_n} \tag{14}$$

În mod similar se determină și celelalte produse:

$$\pi_6 = \pi_{\frac{\partial T}{\rho n}} = \frac{R_c^2 \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_1 \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)}{T_1 \cdot T_2} \; ; \; \pi_7 = \pi_{\rho} = \frac{\rho \cdot R_c \cdot v_a^2}{P_n} \; ; \; \pi_8 = \pi_E = \frac{E_1 \cdot E_2 \cdot R_c^2}{P_n^2} ; \tag{14'}$$

$$\pi_9 = \pi_H = \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot R_c^2}{P_n^2} \; ; \; \pi_{10} = \pi_l = \frac{l_1 \cdot l_2}{R_c^2} \; ; \; \pi_{11} = \pi_{Rz} = \frac{R_{z1} \cdot R_{z2}}{R_c^2} ;$$

$$\pi_{12} = \pi_{\lambda} = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot T_1 \cdot T_2}{P_n^2 \cdot v_a^2}$$

$$\pi_{13} = \pi_c = \frac{c_1 \cdot c_2 \cdot T_1 \cdot T_2}{v_c^2} \; ; \; \pi_{14} = \pi_{\alpha} = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot T_1 \cdot T_2}{P_n^2 \cdot v_a^2 \cdot R_c^2}$$

Dacă se înlocuiesc aceste produse în ec. (11), atunci coeficientul de frecare are următoarea dependență:

$$\mu_{ac} = K \cdot \pi_5^{a_5} \cdot \pi_6^{a_6} \cdot \pi_7^{a_7} \cdot \ldots \pi_{14}^{a_{14}} \tag{15}$$

în care valorile exponenților a_5, a_6, $a_7 \ldots$, a_{14} și a coeficientului de proporționalitate K se vor determina experimental pe cupla model (cupla Timken) prin dependențe binare de forma $\mu_{ak} = \mu_{ak}\,(\pi_i)$ unde i poate fi respectiv:

$$\eta, \frac{\partial T}{\partial n}, \rho, E, H, l, R_z, \lambda, c, \alpha.$$

În fig. 1 se prezintă subansamblul cuplei model, locurile de montare a principalilor traductori (traductori de temperatură T_T, traductori de forță T_{rf}) [4].

Elementul cilindric mobil 1, al cuplei de frecare are raza de curbură egală cu raza de curbură redusă a unui punct caracteristic de pe flancul angrenajului tip A DIN 51354 și viteza tangențială egală cu viteza de alunecare a punctului respectiv de pe flanc [5].

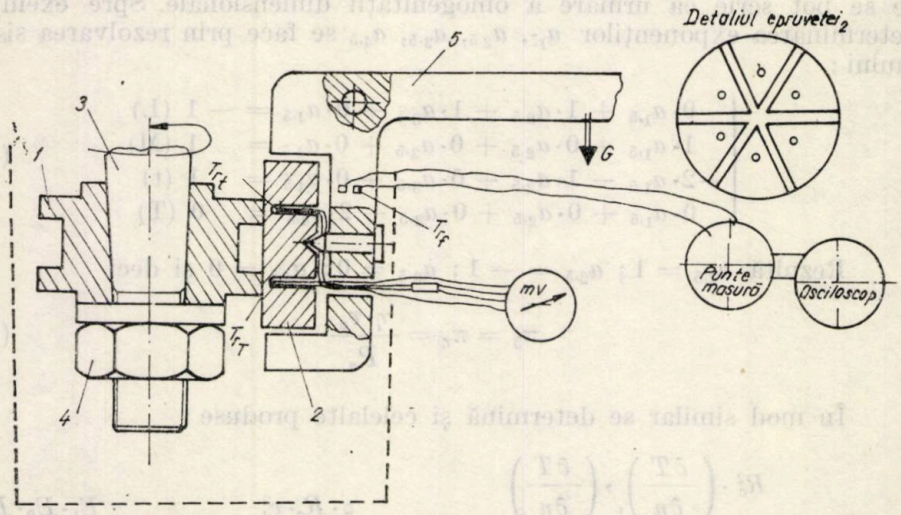


Fig. 1. Schema constructivă a instalației TIMKEN

Antrenarea elementului 1 al cuplei se face de către arborele 3, prin strîngerea realizată pe con de piuliță 4.

Elementul fix 2 al cuplei de frecare este de formă plană și este prevăzută cu 6 găuri în care sînt montate termocuple fier-constantan. Distanța cea mai mică de la suprafața de contact la termocuplu este de 0,15 mm și cea mai mare de 2,5 mm putîndu-se urmări gradientul temperaturii față de normala de contact.

Sistemul de încărcare este de tip cu pîrghie (5) pe care se montează greutăți diferite la brațe de pîrghie diferite.

Traductorii de forță (mărci tensometrice de tip Hottinger) sînt plasați într-o secțiune a pîrghiei cu modul de rezistență la încovoiere redus.

Ungerea cuplei de frecare se realizează prin barbotarea uleiului mineral cercetat într-o cuvă de volum constant și cu posibilități de menținere a temperaturii uleiului la o temperatură dorită, relativ constantă (precizia $\pm$ 3°C).

Starea de deteriorare a suprafeței de contact se apreciază prin evoluția coeficientului de frecare și a petei uzate. Creșterile și descreșterile acestui coeficient implică formarea și ruperea succesivă a microsudurilor care în perioada de gripare au rolul hotărîtor în echilibrul energetic local al cuplei de frecare și în stabilirea cîmpului de temperaturi.

În vederea deducerii dependenței multifuncționale a coeficientului de frecare de principalii parametri adimensionali indicați în relațiile (14) și (14') este necesară cunoașterea indirectă a temperaturii din zona

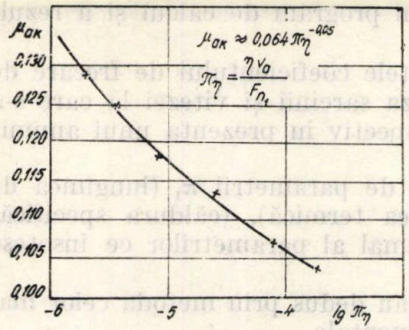


Fig. 2. Dependența coeficientului de frecare de parametrul viscozității

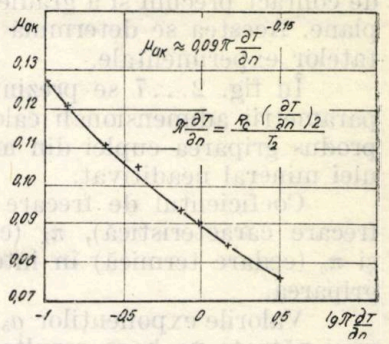


Fig. 3. Dependența coeficientului de frecare de gradientul termic

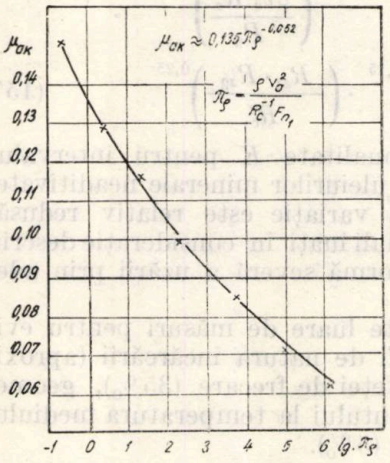


Fig. 4. Dependența coeficientului de frecare de parametrul densității

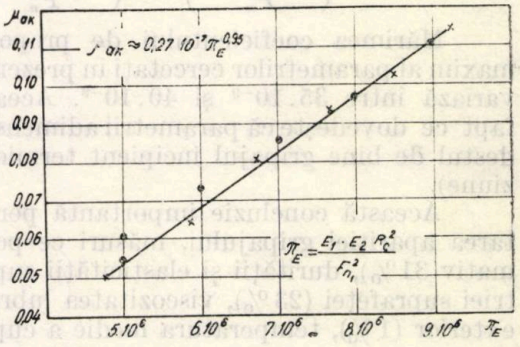


Fig. 5. Dependența coeficientului de frecare de parametrul elasticității.

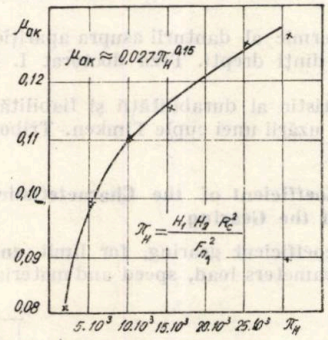


Fig. 6. Dependența coeficientului de frecare de parametrul durității

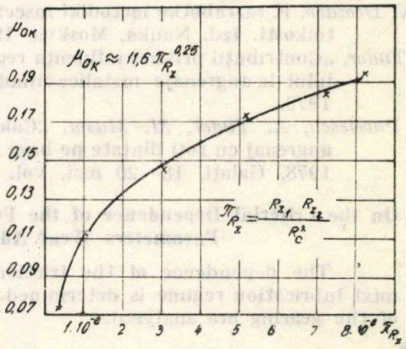


Fig. 7 Dependența coeficientului de frecare de parametrul rugozității

de contact precum şi a gradientului de temperatură cu normala suprafeţei plane. Acestea se determină pe baza unui program de calcul şi a rezultatelor experimentale.

În fig. 2...7 se prezintă dependenţele coeficientului de frecare de parametrii adimensionali calculaţi pe baza sarcinii şi vitezei la care s-a produs griparea cuplei din materialul respectiv în prezenţa unui anumit ulei mineral neaditivat.

Coeficientul de frecare nu depinde de parametrii π_1 (lungimea de frecare caracteristică), π_λ (conductivitatea termică), (căldura specifică) şi π_c (cedare termică) în intervalul maximal al parametrilor ce însoţesc griparea.

Valorile exponenţilor a_5, $a_2 \ldots, a_{14}$ s-au dedus prin metoda celor mai mici pătrate pe baza rezultatelor experimentale.

Înlocuind aceste valori, relaţia (15) devine:

$$\mu_{ak} = K \cdot \left(\frac{\eta_l v_a}{P_n}\right)^{-0,05} \cdot \left(\frac{R_c \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)^{-0,15}}{T}\right) \cdot \left(\frac{\rho v_a^2 R_c}{P_n}\right)^{-0,052} \cdot \left(\frac{E_1 E_2 R_c^2}{P_n^2}\right)^{0,95} \cdot \left(\frac{H_1 H_2 R_c^2}{P_n^2}\right)^{0,15} \cdot \left(\frac{R_{z1} \cdot R_{z2}}{R_c^2}\right)^{0,25} \qquad (15')$$

Mărimea coeficientului de proporţionalitate K pentru intervalul maxim al parametrilor cercetaţi în prezenţa uleiurilor minerale neaditivate, variază între 35.10^{-9} şi 40.10^{-9}. Această variaţie este relativ redusă, fapt ce dovedeşte că parametrii adimensionali luaţi în consideraţie descriu destul de bine gripajul incipient termic (formă severă a uzării prin adeziune).

Această concluzie importantă permite luare de măsuri pentru evitarea apariţiei gripajului, măsuri ce pot fi de natura încărcării (aproximativ 31%), durităţii şi elasticităţii suprafeţei de frecare (35%), geometriei suprafeţei (23%), vîscozitatea lubrifiantului la temperatura mediului exterior (1%), temperatura medie a cuplei (5%).

BIBLIOGRAFIE

1. *C. I. Staicu*, „Analiza dimensională generală" Ed. tehn., Bucureşti 1976.
2. *M. V. Korovcinskii*, „Osnori teorii trmicescova kontakta pri localinom trenii". Sb. Novoe v teorii trenia. M., Nauka, 1966.
3. I. *N. Drozdov*, K razrabotke metodiki rasceta na iznoşivanie i modelitovanie trenia. Iznosostoikosti. Izd. Nauka, Moskva, 1975.
4. *A. Tudor*, „Contribuţii privind influenţa regimului termic al danturii asupra apariţiei gripajului la angrenaje metalice cilindrice cu dinţi drepţi. Teză doctorat I. P. Buc. 1979.
5. *D. Pavelescu, A. Tudor, M. Musat*, „Calculul statistic al durabilităţii şi fiabilităţii unui angrenaj cu roţi dinţate pe baza evoluţiei uzării unei cuple Timken. Tribotehnica, 1978, Galaţi, 18—20 mai, vol. I.

On the Criterial Dependence of the Friction Coefficient of the Characteristics Parameters Wear Adhesion of the Gearing

The dependence of the friction slide coefficient gearing, for limit and mixt lubrication regime is determined. The parameters load, speed and material of the gearing are analysed.

I. P. Informaţia

40 480

MŰSZAKI INFORMÁCIÓS KÖZPONTI KÖNYVTÁR 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1983 OKT 20

Lei 35

F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA: MECANICĂ,
CONSTRUCȚII DE MAȘINI, TRANSPORTURI, AERONAVE

TOMUL XLIV NUMĂRUL 2 ANUL 1982
APRILIE–IUNIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL: Academician *Radu Voinea*

MEMBRII: Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Conf. dr. ing. *Cornel Berbente*; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific); Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu*; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Octavian Floarea*; Prof. dr. ing. *Julieta Florea*; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald*; Prof. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan*; Prof. ing. *Jean Moncea*; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu*; Prof. dr. docent ing. *Florea Oprea*; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean*; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu*; Prof. dr. ing. *Ion Popescu*; Conf. dr. ing. *Mircea Radeș*; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi*; Conf. dr. ing. *Sorin Roșca*; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu*; Prof. dr. *Octavian Stănășilă*; Prof. dr. ing. *Voicu Tache*; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu*; Prof. dr. docent ing. *Andrei Țugulea*; Prof. dr. ing. *Silvia Vacu*; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

O. Stănăşilă
Asupra interpolării multidimensionale 3

Lucia Drăguşin
Descrierea comportării mecanice a pămînturilor considerate ca medii triiazice 9

MECANICĂ

Şt. Staicu
Studiul ciocnirii solidului, în mişcarea sferică, cu ajutorul teoriei vectorilor duali 17

TERMOTEHNICĂ

O. Mălăncioiu
Soluţia ecuaţiei conducţiei căldurii la sistemul cu conductivitatea termică variabilă liniar cu temperatura 26

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C. Petcu, H. Pitaru, A. Belei
Contribuţii la creşterea preciziei calculului de rezistenţă al arborilor cotiţi (l. germană) 34

CAZANE

C. Neaga
Analiza posibilităţilor de aprindere a prafului de lignit din bazinul Olteniei în amestec cu gazele rezultate din arderea combustibilului gazos de aport 40

MAŞINI UNELTE ŞI SCULE

E. Străjescu
Contribuţii privind influenţa microgeometriei feţelor active ale sculelor aşchietoare din oţel rapid asupra capacităţii lor de aşchiere 51

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

A. Szuder
Prelucrabilitatea prin aşchiere a aliajelor de aluminiu extrudabile AlCu4Mg1 şi AlCu4Si1Mg 60

C. Neagu, M. Gheorghe
Influenţa erorilor de orientare asupra preciziei de prelucrare 64

TRANSPORTURI

Al. Popa
Regimurile tranzitorii electromecanice ale motoarelor asincrone utilizate în tracţiunea feroviară 72

HIDRAULICĂ

Julieta Florea, N. Vasiliu, I. Manea, C. Vişan, E. Popovici
Posibilităţi de automatizare a încercării de rezistenţă şi etanşeitate a unor piese cu geometrie complexă 79

Al. Diacon, V. Nistreanu, E. Isbăşoiu
Debitmetria de exploatare a centralelor hidroelectrice 86

Gh. Zidaru
Utilizarea profilelor Naca-65 pentru proiectarea rotoarelor de pompe axiale . 94

D. Robescu
Modelarea transferului de oxigen din aer în apă în procese de reaerare artificială cu echipamente mecanice de aerare 100

Summary

MATHEMATICS

O. Stănăşilă
On Multidimensional Interpolation 3

Lucia Drăguşin
Description of the Mechanical Behaviour of Soil Considered as Three-Phase Medium 9

MECHANICS

Şt. Staicu
The Study of the Solid Collision in Spheric Mouvement by Means of Dual Vectors 17

THERMOTECHNICS

O. Mălăncioiu
On the Integration of the Equation of Heat When Heat Conductivity Varies Linearly with the Temperature 26

INTERNAL COMBUSTION ENGINES

C. Petcu, H. Pitaru, A. Belei
Contributions to a Greater Accuracy in Computing Crankshaft Resistance . 34

BOILERS AND STEAM AND GAS TURBINES

C. Neaga
Analysis of the Possibilities of Lignite Powder Burning 40

MACHINE-TOOLS

E. Străjescu
Contributions Concerning the Influence of the Microgeometry of the Bearing Surface of the Cutting Tools Made-up of High-Speed Steel upon Their Cutting Capacity 51

MACHINE BUILDING

A. Szuder
The Machinability of Wrought Aluminium Alloys AlCu4Mg1 (2024) and AlCu4Si1Mg(2014) 60

C. Neagu, M. Gheorghe
The Influence of Orientation Errors on Machining Accuracy 64

TRANSPORT

Al. Popa
Transient Operation of Induction Motors Used in Railway Traction . . 72

HYDRAULICS

Julieta Florea, N. Vasiliu, I. Manea, C. Vişan, E. Popovici
Possibilities of Automatic Pressure Resistance and Tightness Test of Complex Geometry Pieces 79

Al. Diacon, V. Nistreanu, E. Isbăşoiu
A Method to Ascertain the Rate of Flow During Exploitation of Hydro-Electric Power Stations 86

Gh. Zidaru
Use of NACA—65 Profiles for the Design of Axial-Flow Pump Impellers . . 94

D. Robescu
Mass Transfer in the Artificial Reaeration Processes 100

C.Z.: 517.98: 517.51

ASUPRA INTERPOLĂRII MULTIDIMENSIONALE

O. STĂNĂȘILĂ *

În lucrare se prezintă pe scurt interpolarea Lagrange multidimensională, unde apar obstrucții în raport cu cazul 1-dimensional. Se propune o abordare mai generală prin considerarea unei partiții convenabile a unității pentru o acoperire cu deschiși conținînd nodurile. În final se formulează unele probleme care pot fi obiect de studiu ulterior.

Introducere

Fie $n \geqslant 1$, $r \geqslant 1$ întregi fixați și $K = \mathbb{R}$ sau $\mathbb{C}$ (sau mai general, un corp comutativ de caracteristică nulă). Vom nota prin $K_r[X_1, \ldots X_n]$ mulțimea polinoamelor cu coeficienți în K, în n nedeterminate și de grad cel mult r. Fie $A \subset K^n$ o submulțime finită oarecare, $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$.

Într-o serie de probleme de prelucrare a datelor, recunoaștere a formelor etc. trebuie determinat un polinom de interpolare $P \in K_r[X_1, \ldots \ldots, X_n]$ asociat unei tabele de date de forma

$$\begin{array}{|ccc} a_1 & a_2 \ldots & a_N \\ \hline b_1 & b_2 \ldots & b_N \end{array} \text{ cu } b_p \in K (1 \leqslant p \leqslant N). \tag{1}$$

Soluția poate să nu existe sau să nu fie unică, un rol deosebit revenind „geometriei" mulțimii de noduri A.

În dezvoltarea calculului diferențial multidimensional o idee fundamentală mult exploatată a fost cea a reducerii la cazul unidimensional prin restricție la drepte convenabile (de exemplu considerarea derivatelor parțiale). În cazul interpolării multidimensionale nu poate fi aplicată direct o astfel de idee.

§1. **Mulțimi Lagrange.** Este necesară introducerea următoarei

DEFINIȚIA 1. O mulțime finită $A \subset K^n$, $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$ se numește *mulțime Lagrange* dacă pentru orice tabelă de date (1) există

Manuscris primit la data de 12 februarie 1981

* Prof. dr., Catedra Matematică II

şi este unic un polinom $P \in K_r[X_1, \ldots, X_n]$ astfel încît

$$P(a_p) = b_p, \text{ pentru orice } 1 \leqslant p \leqslant N. \tag{2}$$

Fie $P(X_1, \ldots, X_n) = \sum_{\substack{q=(i_1,\ldots,i_n) \\ |q| \leqslant r}} c_q X_1^{i_1} \ldots X_n^{i_n}$, $c_q \in K$

($|q| = i_1 + \ldots + i_n$). Dacă $a_p = (a_p^1, \ldots, a_p^n)$, $1 \leqslant p \leqslant N$,

atunci sistemul (2) se scrie explicit sub forma

$$\sum_{\substack{q=(i_1,\ldots,i_n) \\ |q| \leqslant r}} c_q (a_p^1)^{i_1} \ldots (a_p^n)^{i_n} = b_p, \; 1 \leqslant p \leqslant N.$$

Coeficienţii c_i sînt în număr total de C_{n+r}^n. O condiţie necesară ca o mulţime $A \subset K^n$ cu N elemente să fie mulţime Lagrange este ca $N = C_{n+r}^n$, ceea ce vom presupune în continuare. Vom presupune, de asemenea, că mulţimea de N indici $q = (i_1, \ldots, i_n)$, $|q| \leqslant r$ este ordonată cu ordinea lexicografică.

PROPOZIŢIA 1. Fie $A \in K^n$ *o mulţime finită avînd* $N = C_{n+r}^n$ *elemente. A este mulţime Lagrange dacă şi numai dacă matricea pătratică de ordin* N

$$D = [d_{pq}], \; d_{pq} = (a_p^1)^{i_1} \ldots (a_p^n)^{i_n} \in K, \; q = (i_1, \ldots, i_n),$$

este nesingulară.

Demonstraţia rezultă direct din definiţii.

COROLAR. *Proprietatea unei mulţimi* $A \subset \mathbb{R}^n$ *de a fi mulţime Lagrange este generică.*

Demonstraţie. Condiţia ca matricea D să fie nesingulară revine la neanularea unui determinant şi satisfacerea ei are loc cu probabilitatea 1 (relativ la măsura Lebesgue).

Cazuri particulare. 1) Fie $n = 1$ şi $r \geqslant 1$ deci $N = r + 1$. Orice mulţime $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_{r+1}\}$ de elemente distincte din K este o mulţime Lagrange, pentru că în acest caz

$$D = \begin{bmatrix} 1 & a_1 & (a_1)^2 & \ldots & (a_1)^r \\ 1 & a_2 & (a_2)^2 & \ldots & (a_2)^r \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & a_{r+1} & (a_{r+1})^2 & \ldots & (a_{r+1})^r \end{bmatrix}$$

este o matrice Vandermonde deci este nesingulară. Am regăsit astfel un rezultat binecunoscut.

2) *Cazul interpolării bidimensionale* ($n = 2$). În acest caz mulţimile Lagrange trebuie să aibă $\dfrac{(r+2)(r+1)}{2}$ elemente. Astfel în cazul unei plăci triunghiulare ($K = \mathbb{R}$, $n = 2$, $N = 3$) avem $r = 1$ şi $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ sînt vîrfurile respective de coordonate $a_1 = (x_1, y_1)$, $a_2 = (x_2, y_2)$, $a_3 =$

$= (x_3, y_3)$, atunci matricea D corespunzătoare este

$$D = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}$$

Această matrice este nesingulară dacă și numai dacă triunghiul respectiv este nedegenerat (adică punctele a_1, a_2, a_3 sînt necoliniare). În cazul unei plăci hexagonale ($K = \mathbb{R}$, $n = 2$, $N = 6$) avem $r = 2$ și fie $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$, $a_p = (x_p, y_p)$, $1 \leqslant p \leqslant 6$. În acest caz

$$D = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2 y & y_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_6 & y_6 & x_6^2 & x_6 y_6 & y_6^2 \end{bmatrix}$$

și este nesingulară dacă și numai dacă vîrfurile plăcii nu se află pe o aceeași conică.

Presupunem că $A \subset K^n$, $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$, $N = C_{n+r}^n$, este o mulțime Lagrange și fie $L_1, \ldots, L_N$ polinoamele (unice) de grad $\leqslant r$ avînd proprietatea că $L_i(a_j) = \delta_{ij}$, $1 \leqslant i, j \leqslant N$ numite *polinoamele de bază* asociate lui A. Atunci pentru orice tabelă de date (1) soluția problemei de interpolare (2) este

$$P = \sum_{i=1}^{N} b_i L_i. \tag{3}$$

Într-adevăr, $P(a_p) = \sum_{i=1}^{N} b_i L_i(a_p) = \sum_{i=1}^{N} b_i \delta_{ip} = b_p$, pentru orice $1 \leqslant p \leqslant N$

Este binecunoscut că interpolarea Lagrange nu se extinde la derivate parțiale (în sensul că dacă $f : K^n \to K$ este o funcție și dacă se cunosc $b_p = f(a_p)$, $1 \leqslant p \leqslant N$, atunci formula aproximativă $f \simeq \sum_{i=1}^{N} b_i L_i$ sugerată de (3) nu poate fi în general derivată parțial). O altă dificultate principială a interpolării Lagrange este aceea că dacă A este o mulțime Lagrange în sensul definiției 1 și dacă se adaugă la A o mulțime finită $B \subset K^n$ astfel încît $A \cup B$ să fie mulțime Lagrange, este foarte dificil de stabilit o legătură între polinoamele de bază asociate lui $A \cup B$ și cele asociate lui A. În cazul $n = 1$ acesta este un motiv principal pentru introducerea diferențelor divizate.

Pentru orice mulțime Lagrange $A \subset \mathbb{R}^n$, $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$ și pentru orice $\varepsilon > 0$ notăm cu $L_\varepsilon(A)$ colecția mulțimilor Lagrange $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_N\} \subset \mathbb{R}^n$ astfel încît $||a_p - c_p|| < \varepsilon$, pentru orice $1 \leqslant p \leqslant n$. Conform corolarului propoziției 1 există $\varepsilon > 0$ astfel încît $L_\varepsilon(A)$ să fie nevidă.

PROPOZIŢIA 2. *Fie* F *un spaţiu vectorial real de funcţii* $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ *de clasă cel puţin* 2 *şi aplicaţia* $\mathbb{R}$ *— liniară*

$$\lambda_A : \mathscr{F} \to \mathbb{R}_r[X_1, \ldots, X_n], \; f \to \sum_{i=1}^{N} f(a_i) L_i,$$

unde $L_1, \ldots, L_n$ *sînt polinoamele de bază asociate mulţimii Lagrange* $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$. *Dacă* $C \in L_\varepsilon(A)$ *şi* $f \in \mathscr{F}$, *atunci există* $M > 0$ *astfel încît*

$$\| \lambda_A f - \lambda_C f \| \leqslant M \cdot \|f\|. \tag{4}$$

Demonstraţie. Pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}^n$ avem $f(x) = f(\alpha) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(\alpha) \cdot (x_i - \alpha_i) + R_1(x)$. Aplicînd λ_A rezultă

$$\lambda_A f(x) = f(\alpha) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(\alpha) \cdot (x_i - \alpha_i) + \lambda_A R_1(x),$$

deci $f(x) - \lambda_A f(x) = R_1(x) - \lambda_A R_1(x)$, $(\forall) x \in \mathbb{R}^n$. În mod similar, $f(x) - \lambda_C f(x) = R_1(x) - \lambda_C R_1(x)$ şi ca atare, $\lambda_A f(x) - \lambda_C f(x) = \lambda_A R_1(x) - \lambda_C R_1(x)$. Folosind restul Taylor-Lagrange sub forma integrală deducem (4).

Propoziţia 2 poate fi folosită în stabilirea unor rezultate de convergenţă.

§2. **Probleme deschise. a)** În cazul $n = 1$, orice mulţime $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_{N-1}, a_N\}$ pe dreapta reală este o mulţime Lagrange. Notînd $G = \{a_1, a_2, \ldots, a_{N-1}\}$, $H = \{a_1, a_2, \ldots, a_{N-2}, a_N\}$ se verifică imediat că

$$\lambda_A f = \frac{x - a_{N-1}}{a_N - a_{N-1}} \lambda_G f + \frac{a_N - x}{a_N - a_{N-1}} \lambda_H f, \tag{5}$$

ceea ce permite conducerea unor raţionamente de inducţie după numărul de noduri. Rămînînd în cazul unidimensional derivata $(\lambda_A f)^{(N-1)}$ se notează $\Delta(f; A)$ şi se numeşte *diferenţa divizată* a lui f relativ la A. Se verifică fără dificultate că

$$\Delta(f; A) = \frac{\Delta(f; G) - \Delta(f; H)}{a_N - a_{N-1}}. \tag{6}$$

O problemă care nu are încă o soluţie satisfăcătoare ar fi cea a *extinderii n-dimensionale* a unor formule de tipul (5) şi (6).

b) Fie $D \subset \mathbb{R}^n$ un deschis şi $f : D \to \mathbb{R}$ o funcţie ale cărei valori sînt cunoscute în punctele unei mulţimi $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$. Pentru

orice $\varepsilon > 0$ notăm cu $\mathcal{F}_{f,\varepsilon}(A)$ mulțimea tuturor funcțiilor $\varphi : D \to \mathbb{R}$ de clasă C^k, $k \geqslant 2$ astfel încît $|f(a_j) - \varphi(a_j)| < \varepsilon$, pentru orice $1 \leqslant j \leqslant N$. Iată o metodă de determinare a unor funcții $\varphi \in \mathcal{F}_{f,\varepsilon}(A)$: se alege o acoperire a lui D cu cuburi n-dimensionale K_j de centre a_j, $1 \leqslant j \leqslant N$ și o partiție corespunzătoare a unității $\varphi_j \in C^k(D)$, nule în afara lui K_i, $0 \leqslant \varphi_j \leqslant 1$, $\sum_j \varphi_j = 1$. Se alege apoi pentru fiecare j o funcție $f_j \in C^k(D)$ astfel încît $|f(a_j) - f_j(a_j(| < \varepsilon$. Luînd $\varphi = \sum_j f_j \varphi_j$ și ținînd cont că $f = \sum_j f\varphi_j$, rezultă

$$|f(a_j) - \varphi(a_j)| = |\sum_j [f(a_j) - f_j(a_j)]. \varphi_j(a_j)| \leqslant \sum_j |f(a_j) - f_j(a_j)| \varphi_j(a_j) \leqslant$$

$$\leqslant \varepsilon \sum_j \varphi_j(a_j) = \varepsilon.$$

Ar fi util *studiul determinării unei funcții* $\varphi \in \mathcal{F}_{f,\varepsilon}(A)$ *satisfăcînd condiții suplimentare impuse derivatelor.* În ipoteza că matricea $[\varphi_j(a_i)]_{1 \leqslant i,j \leqslant N}$ este nesingulară, un mod direct de construcție a unei funcții $\varphi \in \mathcal{F}_{f,\varepsilon}(A)$, pentru $\varepsilon > 0$ oricît de mic, constă în a considera numerele reale unice $q_1, \ldots, q_N$ astfel încît $\sum_{j=1}^{N} \varphi_j(a_i) \cdot q_j = f(a_i)$ și a lua $\varphi = \sum_{j=1}^{N} q_i \varphi_j$.

Înlocuind polinoamele de bază Lagrange prin funcțiile asociate unei partiții a unității, se poate considera, în analogie cu propoziția 2, operatorul

$$\mu_A : C^k(D) \to C^k(D), f \to \sum_{i=1}^{N} f(a_i) \varphi_i.$$

PROPOZIȚIA 3. *Dacă* A *și* C *sînt două mulțimi de noduri situate în* D, *atunci*

$$||\mu_A f - \mu_C f|| \leqslant 4M \ ||f||,$$

unde $$||f|| = \sup_{x \in D} |f(x)| \text{ și } M = \max_{1 \leqslant i \leqslant N} ||\varphi_i||.$$

Într-adevăr, este suficient să notăm că pentru orice $1 \leqslant j \leqslant N$,

$$x \in D \quad \text{avem} \quad |f(x) - \mu_A f(x)| = |f(x) - \sum_{i=1}^{N} f(a_i) \varphi_i(x)| =$$

$$= \left| \sum_{i=1}^{N} [f(x) - (a_i)] \ \varphi_i(x) \right| \leqslant 2M \ ||f||.$$

c) Fie $T > 0$ fixat și $z_n = nT$, $n \in \mathbb{Z}$. Are atunci loc teorema de eșantionare care permite determinarea valorilor unei funcții întregi, cunoscînd valorile ei în nodurile $z_n = nT$. Anume, dacă $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ este o funcție

întreagă, atunci în anumite condiţii de creştere [4], teorema III.7, avem

$$f(z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} f(z_n) \frac{\sin \frac{\pi}{T}(z - z_n)}{\frac{\pi}{T}(z - z_n)},$$

seria din membrul drept fiind uniform convergentă pe orice compact din $\mathbb{C}$. Pentru $z \in \mathbb{R}$ această formulă defineşte o reprezentare remarcabilă a semnalelor în timp real, strîns legată de interpolarea Lagrange în domeniul complex. Un interes nemijlocit îl constituie *extinderea la cazul funcţiilor întregi* $f: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$, *cu aplicaţii la reprezentarea semnalelor multidimensionale*, prin utilizarea interpolării Lagrange multidimensională.

Asupra acestor probleme vom reveni ulterior.

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Glaeser*, Etudes de quelques algèbres tayloriennes — Journal d'Analyse Mathématique, 6 (1958), 1—124.
2. *F. Lazzeri, O. Stănăşilă, A. Tognoli*, Some remarks on q-flat C∞-functions, Boll. U.M. Ital., (4)9, 1974, 402—415.
3. *G. Marchuk*, Méthodes de calcul numérique, Ed. Mir, Moscova, 1980.
4. *D. Stanomir, O. Stănăşilă*, Metode matematice în teoria semnalelor, Ed. tehnică, Bucureşti, 1980.

On Multidimensional Interpolation

In this paper one shortly presents the multidimensional Lagrange interpolation, which is more rigid than the 1-dimensional case. A more general approach is proposed by consideration of a convenient partition of unity for an open covering of the nodes. In the last part some problems which could be object of further study are formulated.

C.Z.: 517.92:539.211
624.131

DESCRIEREA COMPORTĂRII MECANICE A PĂMÎNTURILOR CONSIDERATE CA MEDII TRIFAZICE

LUCIA DRĂGUȘIN*

Este propusă tratarea pămînturilor ca medii continue trifazice cu o anumită coeziune. Sînt scrise ecuațiile de continuitate, de mișcare și ecuațiile constitutive în cazul pămînturilor stabile în condiții de drenaj și nedrenaj și în cazul pămînturilor instabile în prezența apei.

1. Introducere

În componența pămîntului din jurul infrastructurii lucrărilor de construcții intră: granulele minerale, apa de constituție, apa adsorbită, apa interstițială și aer.

Granulele minerale sînt de formă oarecum sferică dacă diametrul lor este cuprins între 0,02—0,2 mm (cazul nisipului) și subformă de disc (de fapt îngrămădiri de foițe) dacă au un diametru mai mic de 0,02 mm (cazul argilelor). Foițele care intră în alcătuirea granulelor argiloase sînt de două tipuri: primul, de simbol este format dintr-un strat de atomi de siliciu cuprins între un strat de atomi de oxigen și unul de hidroxili; al doilea, de simbol este format dintr-un strat de atomi de aluminiu fier sau magneziu cuprins între două straturi de hidroxili (vezi 1).

Argila cea mai stabilă în prezența apei este caolinitul. Granula lui este o suprapunere de foițe de tipul .

Argila cea mai instabilă este montmorillonitul. Granula lui este formată dintr-o suprapunere de foițe de tipul . Între două grupări de cîte trei foițe poate pătrunde apa. De aceea, în prezența apei, el se umflă și forțele de atracție dintre foițe scad.

Apa de constituție este formată din hidroxili aflați în constituția granulei solide.

Manuscris primit la data de 14 aprilie 1981.

* Lector dr., Catedra Matematici II

Apa adsorbită îmbracă granulele solide cu un film de lichid de anumită rigiditate şi structură pseudocristalină. Ea se infiltrează printre foiţele argilelor instabile. Forţele de atracţie care sînt exercitate asupra granulelor minerale depind de orientarea moleculei de apă. Acest moment polar al apei explică refacerea (totală sau nu) a structurii argilelor în urma unei tulburări brutale (aşa numitul fenomen de tixotropie).

Apa interstiţială este fluidul care poate circula liber prin golurile rămase între granulele solide.

Vom înţelege, de acum înainte, prin particulă solidă ansamblul granulă minerală, apă de constituţie şi apă adsorbită. Faza solidă este formată din particule solide, iar faza fluidă din apa interstiţială.

2. Forţe de coeziune în pămînturi

După cum ştim din fizică, forţa intermoleculară de atracţie care păstrează o moleculă în sfera de acţiune a altei molecule poartă numele de forţă de coeziune.

În cazul pămînturilor, asupra particulelor solide acţionează forţele de atracţie coulombiene şi forţele de tensiune superficială din filmul subţire de apă adsorbită.

Vom înţelege prin forţe de coeziune în mecanica pămînturilor rezultanta tuturor forţelor care permit păstrarea formei scheletului solid.

Din cauza formei particulelor solide, coeziunea nisipurilor este foarte mică, avînd o valoare mult mai ridicată pentru argile.

Dacă în „triaxial" tensiunea radială $(T_1)_{ext}$ se menţine constantă şi se măreşte tensiunea axială $(T_3)_{ext}$, atunci notînd

$$p = \frac{2T_1 + T_3}{3}, \qquad q = T_3 - T_1,$$

condiţia de rupere Mohr-Rankine devine:

$$6p_{ext}\sin\varphi - q_{ext}(3 - \sin\varphi) + 6k\cos\varphi = 9.$$

Indicele „ext" arată că tensiunile respective apar în urma unei încărcări exterioare.

Observăm că: pentru

$$q_{ext} = 0, \quad \text{avem} \quad p_r = -k\,\mathrm{ctg}\varphi, \tag{1}$$

iar pentru

$$p_{ext} = 0, \quad \text{avem} \quad q_r = \frac{6k\cos\varphi}{3 - \sin\varphi} \tag{2}$$

Cu alte cuvinte, cînd $q_{ext} = 0$, forţa de coeziune se opune unei presiuni negative $((T_1)_{ext} = (T_2)_{ext} = (T_3)_{ext} < 0)$ pînă cînd această presiune devine egală în valoare absolută cu presiunea de rupere, notată p_r. Cînd $p_{ext} = 0$ $\left((T_1)_{ext} = (T_2)_{ext} = -\frac{(T_3)_{ext}}{2} < 0\right)$ forţa de coeziune se opune ruperii pînă cînd q devine egal cu o valoare de rupere, notată q_r.

Cu ajutorul celor două încărcări, în teoria clasică a mecanicii pămînturilor se definesc două constante constitutive și anume : coeziunea k,

$$k = \frac{3p_r q_r}{\sqrt{(6p_r + q_r)^2 - 9q_r^2}},$$

și unghiul de frecare internă $\varphi = \arcsin \frac{3q_r}{6p_r + q_r}$.

Ele au fost calculate din relațiile (1), (2) (vezi 2).

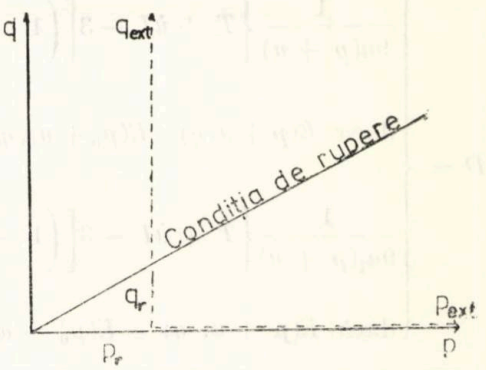


Fig. 2

S-a observat că mărimea forței de coeziune depinde de :

— mărimea particulelor solide, coeziunea fiind cu atît mai mare cu cît dimensiunea particulelor este mai mică ;

— istoria formării pămîntului respectiv, coeziunea fiind mai mare în cazul pămînturilor de sedimentare, care au particulele solide orientate preferențial, cu distanțe mici între ele ;

— de compoziția chimică ;

— de umiditatea mediului, deoarece, prin captarea de către meniscurile de mare curbură, care se formează între particulele solide, a unor molecule de apă, coeziunea scade.

În continuare vom nota cu T tensorul tensiune Cauchy, definit cu ajutorul normalei interioare (componente pozitive la compresiune). El va fi suma dintre tensorul tensiunii datorat forțelor de coeziune și cel datorat încărcării exterioare.

3. Descrierea matematică a comportării pămînturilor stabile.

Vom spune că un pămînt este stabil dacă masa fazei solide nu este influențată de prezența apei.

Fie m_s, m_f, m_g masa fazei solide, fluide, gazoase.

Comportarea în condiții de nedrenaj. Pămîntul va fi considerat un corp continuu de densitate

$$\rho = \lim_{v \to 0} \frac{m_s + m_f + m_g}{v}, \quad \text{cu} \quad \dot{m}_s + \dot{m}_f + \dot{m}_g = 0.$$

Ecuațiile de continuitate, de mișcare și ecuațiile constitutive sînt de forma (vezi 4) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho \dot{x}) = 0,$$

$$\rho \ddot{x} - \operatorname{div}(T + u) = \rho b,$$

$$D = \begin{cases} \dfrac{1}{9a(p+u)}\left\{\mathring{T} + \dot{u}I - 3\left[\left(1 - \dfrac{c}{b}\right)(\dot{p}+\dot{u})I - \dfrac{c}{b}(\dot{T}+\dot{u}I)\right]\dot{E}\right\}, \\ \text{dacă } E(p+u,q) < E(p_0+u_0,q_0) \text{ sau } \begin{cases} E(p+u,q) \geqslant E(p_0+u_0,q_0) \\ \dot{E} < 0 \end{cases} \\ \dfrac{1}{9a_1(p+u)}\left\{\mathring{T} + \dot{u}I - 3\left[\left(1 - \dfrac{c}{b}\right)(\dot{p}+\dot{u})I - \dfrac{c}{b}(\dot{T}+\dot{u}I)\right]\dot{E}\right\} \\ \text{dacă } E(p+u,\ q) \geqslant E(p_0+u_0,\ q_0) \text{ şi } \dot{E} \geqslant 0, \end{cases}$$

unde: I este tensorul unitate, u o presiune hidrostatică, $p = \dfrac{1}{3}\operatorname{tr} T$ este tensiunea medie, $\mathring{T} = \dot{T} + WT - TW$ derivata Jaumann a tensorului tensiune, $D = \dfrac{1}{2}(L + L^T)$ tensorul vitezelor de deformare ($L = -\operatorname{grad} \dot{x}$), b forţe masice; a, b, c constante constitutive strict pozitive ($b - c > 0$), $\dot{E}(p,\ q) = \dfrac{\left(9\dfrac{a}{b}p - 2q^2\right)\dot{p} + 2pq\dot{q}}{6\left(1 - \dfrac{c}{b}\right)p\left(9\dfrac{a}{b}p - q^2\right)}$, T_0 tensorul tensiunilor iniţiale.

Comportarea în condiţii de drenaj. Pământul va fi considerat un corp continuu de densitate

$$\rho_s = \lim_{v \to 0} \frac{m_s}{v}, \qquad \dot{m}_s = 0$$

(v fiind volumul total).

Sistemul de ecuaţii devine:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho_s \dot{x}) = 0,$$

$$\rho_s \ddot{x} - \operatorname{div} T_s = \rho_s b_s,$$

$$D = \begin{cases} \dfrac{1}{9ap}\left\{\mathring{T}_s + 3\left(\dfrac{a}{b}I - T_s\right)\dot{E}_v - 3\left[\left(1 - \dfrac{c}{b}\right)pI - \dfrac{c}{b}T_s\right]\dot{E}\right\} \\ \text{dacă } E(p,\ q) < E(p_0,\ q_0) \text{ sau } \begin{cases} E(p,q) \geqslant E(p_0,q_0) \\ \dot{E} < 0, \end{cases} \\ \dfrac{1}{9a_1p}\left\{\mathring{T}_s + 3\left(\dfrac{a}{b}I - T_s\right)\dot{E}_v - 3\left[\left(1 - \dfrac{c}{b}\right)pI - \dfrac{c}{b}T_s\right]\dot{E}\right\} \\ \text{dacă } E(p,\ q) \geqslant E(p_0,\ q_0) \text{ şi } \dot{E} \geqslant 0,\ \dot{E}_v \geqslant 0 \\ \dfrac{1}{9a_2p}\left\{\mathring{T}_s + 3\left(\dfrac{a}{b}I - T_s\right)\dot{E}_v - 3\left[\left(1 - \dfrac{c}{b}\right)pI - \dfrac{c}{b}T_s\right]\dot{E}\right\} \\ \text{dacă } E(p,\ q) \geqslant E(p_0,\ q_0) \text{ şi } \dot{E} \geqslant 0,\ \dot{E}_v < 0, \end{cases}$$

unde $\dot{E}_v = \dfrac{\left(9\dfrac{a}{b}p - 2\dfrac{c}{b}q^2\right)\dot{p} - 2\left(1 - 2\dfrac{c}{b}\right)pq\dot{q}}{6\left(1 - \dfrac{c}{b}\right)p\left(9\dfrac{a}{b}p - q^2\right)}$, T_s este tensorul tensiune ce acționează doar asupra fazei solide, iar $p = \dfrac{1}{3}\operatorname{tr} T_s$.

4. Descrierea comportării mecanice a pământurilor instabile

Vom spune că un pământ este instabil dacă masa fazei solide este influențată de prezența apei.

Vom descrie comportarea pământurilor instabile considerînd un corp continuu format dintr-o suprapunere de alte trei corpuri continue: unul solid de densitate $\rho_s = \lim\limits_{v\to 0}\dfrac{m_s}{v}$, unul fluid de densitate $\rho_f = \lim\limits_{v\to 0}\dfrac{m_f}{v}$ și unul gazos de densitate $\rho_g = \lim\limits_{v\to 0}\dfrac{m_g}{v}$ (v fiind volumul total al corpului (vezi [3]).

În condiții de nedrenaj, principiul de conservare al masei totale devine:

$$\dot{m}_s = -\dot{m}_f, \quad \dot{m}_g = 0.$$

Deoarece vitezele celor trei faze sînt egale, avem:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \rho_s}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho_s \dot{x}) = \rho\alpha_s \\ &\frac{\partial \rho_f}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho_f \dot{x}) = -\rho\alpha_s \qquad (1) \\ &\frac{\partial \rho_g}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho_g \dot{x}) = 0, \end{aligned}$$

unde

$$\rho = \rho_s + \rho_f + \rho_g.$$

Funcția

$$\alpha\rho_s(t) = \lim_{t_1\to t}\frac{m_s(t_1) - m_s(t)}{t_1 - t}$$

poartă numele de indice de umflare la momentul t.

În condiții de nedrenaj, adunînd ecuațiile (1), obținem ecuația de continuitate:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho\dot{x}) = 0.$$

Ecuaţiile de echilibru devin:

$$\frac{\partial(\rho_s\dot{x})}{\partial t} - \dot{x}\operatorname{div}(\rho_s\dot{x}) - (\rho_s\dot{x})\operatorname{div}\dot{x} - \operatorname{div} T_s = \rho_s b_s + \rho F_s$$

$$\frac{\partial(\rho_f\dot{x})}{\partial t} - \dot{x}\operatorname{div}(\rho_f\dot{x}) - (\rho_f\dot{x})\operatorname{div}\dot{x} - \operatorname{div} T_f = \rho_f b_f + \rho F_f$$

$$\frac{\partial(\rho_g\dot{x})}{\partial t} - \dot{x}\operatorname{div}(\rho_g\dot{x}) - (\rho_g\dot{x})\operatorname{div}\dot{x} - \operatorname{div} T_g = \rho_g b_g,$$

unde b_s, b_f, b_g sînt forţele masice care acţionează asupra fazei solide, fluide, gazoase. Forţa F_s poate fi privită ca forţă volumică de filtraţie $\left(F_s = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}l}\right.$, p fiind presiunea, iar l lungimea liniei de curent$\left.\right)$. În condiţii de nedrenaj, nu apare o antrenare hidrodinamică a particulelor solide, deci $F_f = -F_s$.

Folosind ecuaţiile de continuitate, obţinem o nouă formă pentru ecuaţiile de mişcare:

$$\rho_s\left(\frac{\partial\dot{x}}{\partial t} - \dot{x}\operatorname{div}\dot{x}\right) - \operatorname{div} T_s = \rho_s b_s - \rho\alpha_s\dot{x} + \rho F_s$$

$$\rho_f\left(\frac{\partial\dot{x}}{\partial t} - \dot{x}\operatorname{div}\dot{x}\right) - \operatorname{div} T_f = \rho_f b_f + \rho\alpha_s\dot{x} - \rho F_s$$

$$\rho_g\left(\frac{\partial\dot{x}}{\partial t} - \dot{x}\operatorname{div}\dot{x}\right) - \operatorname{div} T_g = \rho_g b_g.$$

Pentru întregul corp, ecuaţiile de mişcare devin:

$$\rho\ddot{x} - \operatorname{div} T = \rho b,$$

unde

$$\rho b = \rho_s b_s + \rho_f b_f + \rho_g b_g.$$

Ecuaţiile constitutive iau forma:

$$D = \begin{cases} \dfrac{1}{9a(p+u)}\left\{\mathring{T} + \dot{u}I - 3\left[\left(1-\dfrac{c}{b}\right)(p+uI) - \dfrac{c}{b}(T+uI)\right]\dot{E}\right\} \\ \quad \text{dacă } E(p+u,q) < E(p_0+u_0,q), \text{ sau } \begin{cases} E(p+u,q) \geqslant E(p_0+u_0,q_0) \\ \dot{E} < 0, \end{cases} \\ \dfrac{1}{9a_1(p+u)}\left\{\mathring{T} + \dot{u}I - 3\left[\left(1-\dfrac{c}{b}\right)(p+uI) - \dfrac{c}{b}(T+uI)\right]\dot{E}\right\} \\ \quad \text{dacă } E(p+u,\ q) \geqslant E(p_0+u_0,\ q_0) \quad \text{şi} \quad \dot{E} \geqslant 0. \end{cases}$$

În condiții de drenaj, principiul de conservare al masei totale $\dot{m}_s = -\dot{m}_f$, $\dot{m}_g = 0$, conform cu teoria mixturilor (vezi 5) conduce la ecuațiile de continuitate:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho_s \dot{x}_s) = \rho \alpha_s$$

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho_f \dot{x}_f) = -\rho \alpha_s$$

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho_g \dot{x}_g) = 0.$$

Dacă nu apare o antrenare hidrodinamică a particulelor solide, ecuațiile de echilibru devin:

$$\rho_s\left(\frac{\partial \dot{x}_s}{\partial t} - \dot{x}_s \operatorname{div} \dot{x}_s\right) - \operatorname{div} T_s = \rho_s b_s - \rho \alpha_s \dot{x}_s + \rho F_s$$

$$\rho_f\left(\frac{\partial \dot{x}_f}{\partial t} - \dot{x}_f \operatorname{div} \dot{x}_f\right) - \operatorname{div} T_f = \rho_f b_f + \rho \alpha_s \dot{x}_f - \rho F_s$$

$$\rho_g\left(\frac{\partial \dot{x}_g}{\partial t} - \dot{x}_g \operatorname{div} \dot{x}_g\right) - \operatorname{div} T_g = \rho_g b_g.$$

Dacă se presupune că tensorul tensiune T_s, privit ca o sumă între tensorul tensiune datorat forțelor de coeziune (variabil în cazul pămînturilor instabile) și cel datorat încărcării exterioare, nu depinde de indicele de umflare sau de forțele de filtrație, atunci, pentru faza solidă avem sistemul de ecuații:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho_s \dot{x}_s) = \rho \alpha_s$$

$$\rho_s\left(\frac{\partial \dot{x}_s}{\partial t} - \dot{x}_s \operatorname{div} \dot{x}_s\right) - \operatorname{div} T_s = \rho_s b_s - \rho \alpha_s \dot{x}_s + \rho F_s$$

$$D_s = \begin{cases} \dfrac{1}{9ap}\left\{\mathring{T}_s + 3\left(\dfrac{a}{b}I - T_s\right)\dot{E}_v - 3\left[\left(1-\dfrac{c}{b}\right)pI - \dfrac{c}{b}T_s\right]\dot{E}\right\} \\ \qquad \text{dacă } E(p,\ q) < E(p_0,\ q_0), \text{ sau } \begin{cases} E(p,\ q) \geqslant E(p_0,\ q_0) \\ \dot{E} < 0 \end{cases} \\ \dfrac{1}{9a_1p}\left\{\mathring{T}_s + 3\left(\dfrac{a}{b}I - T_s\right)\dot{E}_v - 3\left[\left(1-\dfrac{c}{b}\right)pI - \dfrac{c}{b}T_s\right]\dot{E}\right\} \\ \qquad \text{dacă } E(p,\ q) \geqslant E(p_0,\ q_0) \quad \text{şi} \quad \dot{E} \geqslant 0,\ \dot{E}_v \geqslant 0 \\ \dfrac{1}{9a_2p}\left\{\mathring{T}_s + 3\left(\dfrac{a}{b}I - T_s\right)\dot{E}_v - 3\left[\left(1-\dfrac{c}{b}\right)pI - \dfrac{c}{b}T_s\right]\dot{E}\right\} \\ \qquad \text{dacă } E(p,\ q) \geqslant E(p_0,\ q_0) \quad \text{şi} \quad \dot{E} \geqslant 0,\ \dot{E}_v < 0. \end{cases}$$

S-a presupus că, folosind anumite experienţe în „triaxial", indicele de umflare şi forţele de filtraţie sînt cunoscute.

Concluzii

Formele granulelor minerale, compoziţia lor chimică, condiţiile de drenaj sau nedrenaj, conduc la diverse comportări mecanice ale pămînturilor care impun existenţa unor modele matematice corespunzătoare.

Pentru modelarea comportării pămînturilor instabile în prezenţa apei, este necesar un model bazat pe teoria mixturilor, care permite evaluarea deformării scheletului solid în condiţii de drenaj.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Coquot, J. Kerisel,* Tratat de mecanica pămînturilor, Cap. I, Paris, 1968.
2. *A. N. Schofield, C. P. Wroth,* Critical state soil mechanics, London, 1968.
3. *L. Drăguşin,* A. hypoelastic model for soils, Part III, Int. J. Engng. Sci. vol. 19, 533–541, 1981.
4. *L. Drăguşin,* A hypoelastic model for soils, Part, IV, Int. J. Engng. Sci. vol. 19, 543–552, 1981.
5. *C. Truesdel, W. Noll,* The non-linear field theories of mechanics., Handbuch der physik, vol. III/3, 537–542, 1965.

Description of the Mechanical Behaviour of Soil Considered as a Three-Phase Medium

It is proposed the treatment of the soils as a three-phase continuous media with cohesion. There are write the equation of continuity, the equations of motion, the constitutive equations for the stable soils in drainage and undrainage conditions and for the unstable soils in water presence.

C.Z. : 531.1/4 :514.742

STUDIUL CIOCNIRII SOLIDULUI, ÎN MIȘCAREA SFERICĂ, CU AJUTORUL TEORIEI VECTORILOR DUALI

ȘT. STAICU *

Lucrarea studiază ciocnirea solidului cu un punct fix, supus la legături suplimentare, utilizînd teoria vectorilor duali.

Pornind de la ecuațiile generale ale ciocnirii, scrise sub o formă duală se obțin unele cazuri particulare interesante privind distribuțiile de viteze de la sfîrșitul ciocnirii.

1. Introducere

Dacă trei puncte ale unui solid rămîn în permanență pe suprafețele unor sfere concentrice cu o sferă fixă atunci solidul respectiv execută o *mișcare sferică*.

Suprafața sferică de referință se numește *sferă directoare*.

În timpul mișcării rigidului un punct al său își păstrează o poziție fixă care coincide cu centrul sferei directoare; de aceea corpul material mai este denumit și solid cu un punct fix. Traiectoriile punctelor rigidului vor fi niște curbe strîmbe situate pe suprafețe sferice concentrice; o axă a rigidului care trece prin punctul fix generează o suprafață conică.

Să mai remarcăm că rigidul poate avea trei grade de libertate și că poziția sa poate fi definită cu ajutorul a trei parametri scalari independenți.

Fie, deci, un solid de masă m rezemat în punctele necoliniare B_1, B_2, B_3 pe trei suprafețe sferice avînd același centru O. Se presupune, de asemenea, că alte două puncte D_1, D_2 ale rigidului se deplasează pe două suprafețe conice fixe (Σ_1), (Σ_2), (fig. 1).

Presupunînd cunoscută viteza unghiulară $\vec{\omega}'$ a rigidului la începutul ciocnirii, se cere să se determine viteza unghiulară a acestuia la sfîrșitul ciocnirii, $\vec{\omega}''$, percuțiile normale din legături $\vec{\mathfrak{P}}_1$, $\vec{\mathfrak{P}}_2$, $\vec{\mathfrak{P}}_3$, $\vec{\mathfrak{P}}_{n1}$, $\vec{\mathfrak{P}}_{n2}$ și percuțiile tangențiale de legătură $\vec{\mathfrak{P}}_{t1}$, $\vec{\mathfrak{P}}_{t2}$ ca urmare a aplicării unei percuții $\vec{\mathfrak{P}}$ în punctul A.

Manuscris primit la data de 20 aprilie 1981

* Șef lucrări dr. ing., Catedra Mecanică

Să raportăm solidul rigid la un triedru mobil $Oxyz$, solidar cu rigidul, cu originea în punctul fix O şi avînd axele orientate după direcţiile principale de inerţie în raport cu O; acestea coincid în momentul ciocnirii cu axele triedrului fix $O\xi\eta\zeta$.

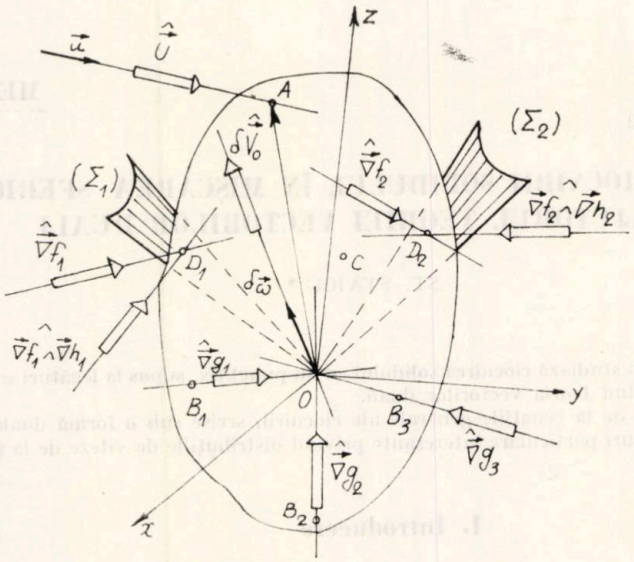


Fig. 1

Studiul ciocnirii se face aplicînd teoria vectorilor duali. Astfel vectorii $(\vec{\omega}', \vec{v}_c')$ definesc viteza dual㠹 a solidului la începutul ciocnirii $\hat{\vec{V}}'$ iar $(\vec{\omega}'', \vec{v}_c'')$ pot determina vectorul viteză dual㠹 $\hat{\vec{V}}''$ la sfîrşitul ciocnirii.

Folosind coordonatele plückeriene viteza dual㠹 pierdut㠹 a solidului) are expresia

$$\delta\hat{\vec{V}} = (\delta\omega_x, \delta\omega_y, \delta\omega_z, z_c\delta\omega_y - y_c\delta\omega_z, x_c\,\delta\omega_z - z_c\delta\omega_x, y_c\delta\omega_x - x_c\delta\omega_y) \quad (1.1$$

care corespunde unui şurub cu pasul nul a cărui axă trece prin punctul O

Variaţia stării cinetice a solidului pe perioada ciocnirii va fi definită cu ajutorul vectorului dual:

$$\delta\hat{\vec{H}} = [M](\hat{\vec{V}}'' - \hat{\vec{V}}') = [M](\delta\hat{\vec{V}}), \quad (1.2)$$

reprezentînd saltul cantităţii duale de mişcare pe perioada ciocnirii. În această relaţie $[M]$ reprezintă matricea de inerţie

$$[M] = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m \\ J_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_z & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (1.3)$$

iar $(\delta\hat{\vec{V}})$ este matricea-coloană a vitezei duale pierdute.
Fie

$$f_i(\xi, \eta, \zeta) = 0, \ (i = 1, 2) \tag{1.4}$$

ecuațiile suprafețelor conice pe care se vor deplasa punctele D_1 și D_2. Aceste puncte descriu traiectorii situate pe suprafețele sferice:

$$h_i(\xi, \eta, \zeta) = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - OD_i^2 = 0, \ (i = 1, 2). \tag{1.5}$$

Cele trei sfere pe care se deplasează punctele B_1, B_2, B_3 vor fi definite de ecuațiile

$$g_j(\xi, \eta, \zeta) = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - OB_j^2 = 0, \ (j = 1, 2, 3). \tag{1.6}$$

Pornind de la expresiile duale ale vectorilor de mai sus, teoremele generale ale ciocnirilor se pot scrie concentrat sub forma unei singure relații vectoriale duale:

$$\delta\hat{\vec{H}} = \mathfrak{Q}\hat{\vec{U}} + \sum_{i=1}^{2}(\hat{\vec{\mathfrak{Q}}}_{ni} + \hat{\vec{\mathfrak{Q}}}_{ti}) + \sum_{j=1}^{3}\hat{\vec{\mathfrak{Q}}}_j, \tag{1.7}$$

în care vom înlocui

$$\hat{\vec{\mathfrak{Q}}}_{ni} = \lambda_i\hat{\vec{\nabla}}f_i, \ \hat{\vec{\mathfrak{Q}}}_{ti} = \nu_i(\vec{\nabla}f_i \hat{\wedge} \vec{\nabla}h_i), \ \hat{\vec{\mathfrak{Q}}}_j = \chi_j\hat{\vec{\nabla}}g_j. \tag{1.8}$$

În aceste relații s-a introdus:

$\hat{\vec{U}}$ — vectorul dual unitar al versorului $\vec{u}$ și al vectorului $\overrightarrow{OA} \wedge \vec{u}$, având suport axa pe care acționează percuția exterioară $\vec{\mathfrak{Q}}$;

$\hat{\vec{\nabla}}f_i$ — vectorul dual gradient al vectorilor $\vec{\nabla}f_i$, $\overrightarrow{OD_i} \wedge \vec{\nabla}f_i$, al cărui suport este normala în D_i la suprafața Σ_i;

$\vec{\nabla}f_i \hat{\wedge} \vec{\nabla}h_i$ — vectorul dual al vectorilor $\vec{\nabla}f_i \wedge \vec{\nabla}h_i$, $\overrightarrow{OD_i} \wedge (\vec{\nabla}f_i \wedge \vec{\nabla}h_i)$, având ca axă tocmai tangenta comună dusă în D_i la suprafața Σ_i și la sfera de rază OD_i;

$\hat{\vec{\nabla}}g_j$ — vectorul dual gradient al vectorilor $\vec{\nabla}g_j$, $\overrightarrow{OB_j} \wedge \vec{\nabla}g_j$, având ca suport axa normală dusă prin B_j la sfera directoare.

Acești vectori duali precizează pozițiile suporturilor și corespund unor șuruburi cu pasul nul.

Cu aceste notații relația (1.7) devine

$$\delta\hat{\vec{V}} = \mathfrak{Q}[M]^{-1}(\hat{\vec{U}}) + \sum_{i=1}^{2}\{\lambda_i[M]^{-1}(\hat{\vec{\nabla}}f_i) + \nu_i[M]^{-1}(\vec{\nabla}f_i \hat{\wedge} \vec{\nabla}h_i)\} +$$

$$+ \sum_{j=1}^{3}\chi_j[M]^{-1}(\hat{\vec{\nabla}}g_j), \tag{1.9}$$

unde $[M]^{-1}$ este inversa matricei de inerţie

$$[M]^{-1} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & J_x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_z^{-1} \\ m^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \tag{1.10}$$

Deoarece legăturile rigidului sînt presupuse persistente, salturile vitezelor punctelor D_1, D_2 pe perioada ciocnirii vor fi situate în planele tangente la (Σ_1) respectiv (Σ_2); se pot scrie relaţiile de compatibilitate

$$\delta\hat{\vec{V}}_0 * \hat{\vec{\nabla}} f_i = 0, \qquad (i = 1, 2) \tag{1.11}$$

utilizînd produsul reciproc dintre vectorii duali $\hat{\vec{\nabla}} f_i$ şi $\delta\hat{\vec{V}}_0 = (\delta\omega_x, \delta\omega_y, \delta\omega_z, 0, 0, 0)$.

Presupunînd că punctele de contact D_1, D_2 ale solidului alunecă cu frecarea pe suprafeţele (Σ_1), (Σ_2), vom adăuga condiţiile referitoare la coeficienţii de frecare μ_i:

$$\mu_i \lambda_i = 2\nu_i \, OD_i, \qquad (i = 1, 2) \tag{1.12}$$

Această relaţie împreună cu (1.9) pot determina saltul de viteză a solidului $\delta\hat{\vec{V}}$ care se introduce în condiţiile (1.11) pentru a obţine parametrii λ_i, χ_j.

2. Legături ideale

În cazul în care la începutul şi la sfîrşitul ciocnirii rigidul alunecă fără frecare pe suprafeţele (Σ_1), (Σ_2) atunci percuţiile $\mathfrak{R}_{t1}$, $\mathfrak{R}_{t2}$ devin nule. Aceasta revine la a face: $\nu_i = 0$.

Să efectuăm mai departe produsul reciproc al relaţiei (1.7) prin viteza dual㠹 pierdută minimă a solidului $\delta\hat{\vec{V}}_0$:

$$\delta\hat{\vec{H}} * \delta\hat{\vec{V}}_0 = \mathfrak{R}\hat{\vec{U}} * \delta\hat{\vec{V}}_0 + \sum_{i=1}^{2} \lambda_i \hat{\vec{\nabla}} f_i * \delta\hat{\vec{V}}_0 + \sum_{j=1}^{3} \chi_j \hat{\vec{\nabla}} g_j * \delta\hat{\vec{V}}_0. \tag{2.1}$$

Remarcînd reciprocitatea vectorilor duali $\delta\hat{\vec{V}}_0$ şi $\hat{\vec{\nabla}} g_j$ şi ţinînd seama de (1.11), relaţia precedentă devine

$$\delta\hat{\vec{H}} * \delta\hat{\vec{V}}_0 = \mathfrak{R}\hat{\vec{U}} * \delta\hat{\vec{V}}_0, \tag{2.2}$$

reprezentînd tocmai teorema lui Kelvin [4] cu privire la energia cinetică a vitezelor pierdute pe perioada ciocnirii.

Exprimînd vectorul dual unitar $\hat{\vec{U}}$ în coordonate plückeriene

$$\hat{\vec{U}} = (\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \beta_1,\ \beta_2,\ \beta_3), \tag{2.3}$$

unde

$$\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3 = 0,\ \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1, \tag{2.4}$$

din relaţiile (1.11), (2.2) rezultă ecuaţiile

$$\left(y_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \zeta_{Di}} - z_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \eta_{Di}}\right)\delta\omega_x + \left(z_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \xi_{Di}} - x_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \zeta_{Di}}\right)\delta\omega_y +$$

$$+\left(x_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \eta_{Di}} - y_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \xi_{Di}}\right)\delta\omega_z = 0,\ (i = 1,\ 2), \tag{2.5}$$

$$J_x(\delta\omega_x)^2 + J_y(\delta\omega_y)^2 + J_z(\delta\omega_z)^2 = \mathfrak{A}(\beta_1\delta\omega_x + \beta_2\delta\omega_y + \beta_3\,\delta\omega_z),$$

care furnizează salturile vitezei unghiulare $\delta\omega_x$, $\delta\omega_y$, $\delta\omega_z$.

Relaţia dual ă (1.9) va da mai întîi ecuaţiile

$$\mathfrak{A}\ \beta_1 + \sum_{i=1}^{2}\lambda_i\left(y_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \zeta_{Di}} - z_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \eta_{Di}}\right) = J_x\,\delta\omega_x$$

$$\mathfrak{A}\ \beta_2 + \sum_{i=1}^{2}\lambda_i\left(z_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \xi_{Di}} - x_{Di}\frac{\partial f_i}{\partial \zeta_{Di}}\right) = J_y\,\delta\omega_y, \tag{2.6}$$

din care vor rezulta parametrii λ_1, λ_2 iar apoi relaţiile

$$m(z_c\,\delta\omega_y - y_c\,\delta\omega_z) = \mathfrak{A}\alpha_1 + \sum_{i=1}^{2}\lambda_i\frac{\partial f_i}{\partial \xi_{Di}} + 2\sum_{j=1}^{3}\chi_j\,x_{Bj}$$

$$m(x_c\delta\omega_z - z_c\delta\omega_x) = \mathfrak{A}\alpha_2 + \sum_{i=1}^{2}\lambda_i\frac{\partial f_i}{\partial \eta_{Di}} + 2\sum_{j=1}^{3}\chi_j\,y_{Bj} \tag{2.7}$$

$$m(y_c\delta\omega_x - x_c\,\delta\omega_y) = \mathfrak{A}\alpha_3 + \sum_{i=1}^{2}\lambda_i\frac{\partial f_i}{\partial \zeta_{Di}} + 2\sum_{j=1}^{3}\chi_j z_{Bj},$$

de unde se determină uşor parametrii χ_1, χ_2 şi χ_3.

Observaţii

1°. Dacă se înlătură legătura (Σ_2), mişcarea va avea două grade de libertate; vom înlocui în rezultatele precedente $\lambda_2 = 0$, $\hat{\vec{\nabla}} f_2 = \hat{\vec{0}}$.

În aceste condiţiuni, relaţia

$$\frac{\delta\omega_x - \mathfrak{R} J_x^{-1}\beta_1}{\delta\omega_y - \mathfrak{R} J_y^{-1}\beta_2} = \frac{y_{D1}\dfrac{\partial f_1}{\partial \zeta_{D1}} - z_{D1}\dfrac{\partial f_1}{\partial \eta_{D1}}}{z_{D1}\dfrac{\partial f_1}{\partial \xi_{D1}} - x_{D1}\dfrac{\partial f_1}{\partial \zeta_{D1}}} \tag{2.8}$$

împreună cu teorema lui Kelvin (2.2) şi cu condiţia (2.5) scrisă în cazul $i = 1$, conduc la componentele vitezei unghiulare pierdute $\delta\omega_x$, $\delta\omega_y$, $\delta\omega_z$.

2°. Cazul particular al rigidului în mişcarea sferică, avînd trei grade de libertate, se deduce dacă se eliberează rigidul de suprafeţele conice (Σ_1), (Σ_2) rămînînd rezemat în B_1, B_2 şi B_3 pe cele trei suprafeţe sferice concentrice. Ecuaţiile ciocnirii se obţin introducînd în relaţiile generale:

$$\lambda_i = 0, \quad \hat{\vec{\nabla}} f_i = \hat{\vec{0}}, \quad (i = 1, 2). \tag{2.9}$$

a). Pentru ca mişcarea rigidului la sfîrşitul ciocnirii să caracterizeze o rotaţie instantanee în jurul unei axe care să treacă printr-un punct dat I (a, b, c) al rigidului este necesară condiţia

$$\vec{\omega}'' \wedge \overrightarrow{OI} = \vec{0}, \tag{2.10}$$

din care rezultă sistemul

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{b\alpha_2}{J_z} + \frac{c\alpha_3}{J_y}\right) x - \frac{b\alpha_1}{J_z}\, y - \frac{c\alpha_1}{J_y}\, z = \mathfrak{R}^{-1}(c\omega_y' - b\omega_z') \\
&-\frac{a\alpha_2}{J_z}\, x + \left(\frac{c\alpha_3}{J_x} + \frac{a\alpha_1}{J_z}\right) y - \frac{c\alpha_2}{J_x}\, z = \mathfrak{R}^{-1}(a\omega_z' - c\omega_x') \\
&-\frac{a\alpha_3}{J_y}\, x - \frac{b\alpha_3}{J_x}\, y + \left(\frac{a\alpha_1}{J_y} + \frac{b\alpha_2}{J_x}\right) z = \mathfrak{R}^{-1}(b\omega_x' - a\omega_y').
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Întrucît determinantul principal ca şi determinanţii caracteristici ai sistemului sînt nuli, rezultă că percuţia exterioară $\mathfrak{R}$ va fi aplicată pe dreapta de ecuaţii (2.11).

b). Pentru ca rigidul cu un punct fix să se oprească brusc datorită ciocnirii trebuie să fie îndeplinită condiţia

$$\hat{\vec{V}}_0'' = \hat{\vec{0}}, \tag{2.12}$$

din care rezultă sistemul

$$\begin{aligned} \alpha_2 z - \alpha_3 y &= \mathfrak{P}^{-1} J_x \omega_x' \\ \alpha_3 x - \alpha_1 z &= \mathfrak{P}^{-1} J_y \omega_y' \\ \alpha_1 y - \alpha_2 x &= \mathfrak{P}^{-1} J_z \omega_z'. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Determinantul principal fiind nul, sistemul (2.13) devine compatibil[1] și simplu nedeterminat deoarece determinantul caracteristic este egal cu zero, adică

$$\alpha_1 J_x \omega_x' + \alpha_2 J_y \omega_y' + \alpha_3 J_z \omega_z = \vec{K}_0 \cdot \vec{u} = 0. \tag{2.14}$$

Așadar, rigidul cu un punct fix poate fi oprit dacă percuția $\mathfrak{P}$ va fi orientată normal la momentul cinetic inițial, de-a lungul dreptei definită de ecuațiile (2.13).

c). Centrul de percuție este definit prin condițiile

$$\chi_j = 0, \ (j = 1, 2, 3) \tag{2.15}$$

din care se deduc ecuațiile

$$\begin{aligned} &-(\alpha_2 y_c J_y + \alpha_3 z_c J_z)x + \alpha_1 y_c J_y y + \alpha_1 z_c J_z z = \alpha_1 m^{-1} J_y J_z \\ &\alpha_2 x_c J_x x - (\alpha_3 z_c J_z + \alpha_1 x_c J_x)y + \alpha_2 z_c J_z z = \alpha_2 m^{-1} J_x J_z \\ &\alpha_3 x_c J_x x + \alpha_3 y_c J_y y - (\alpha_1 x_c J_x + \alpha_2 y_c J_y)z = \alpha_3 m^{-1} J_y J_x. \end{aligned} \tag{2.16}$$

Determinantul principal al acestui sistem este egal cu zero; deci percuția exterioară $\mathfrak{P}$ va fi situată pe o dreaptă definită de ecuațiile (2.16) întrucît determinantul caracteristic este, de asemenea, nul, adică

$$\alpha_1 x_c + \alpha_2 y_c + \alpha_3 z_c = \overrightarrow{OC} \cdot \vec{u} = 0. \tag{2.17}$$

Acest rezultat arată că suportul percuției $\mathfrak{P}$ va fi situat într-un plan normal la vectorul de poziție al centrului de greutate.

Punctul de aplicație din planul Oxz se numește centru de percuție și are următoarele coordonate

$$\begin{aligned} x &= \alpha_1 m^{-1} J_z (J_x - J_y)(\alpha_1 x_c J_x + \alpha_2 y_c J_y + \alpha_3 z_c J_z)^{-1} \\ y &= 0 \\ z &= \alpha_3 m^{-1} J_x (J_z - J_y)(\alpha_1 x_c J_x + \alpha_2 y_c J_y + \alpha_3 z_c J_z)^{-1} \end{aligned} \tag{2.18}$$

3. Rostogolirea fără alunecare a solidului

Dacă înainte și după ciocnire solidul execută o mișcare de rostogolire fără alunecare peste o suprafață conică (Σ_1), atunci pe lîngă percuția normală $\vec{\mathfrak{P}}_{n1}$ se va introduce în punctul D_1 și percuția tangențială:

$$\vec{\mathfrak{P}}_{t1} = \nu_1 (\overrightarrow{\nabla f_1} \wedge \overrightarrow{\nabla h_1}). \tag{3.1}$$

Ecuaţiile ciocnirii rezultă din relaţia dual ă (1.9) în care vom înlocui :

$$\lambda_2 = 0, \quad \nu_2 = 0, \quad \vec{\nabla} f_2 = \vec{0}.$$

Condiţia de compatibilitate a mişcării în vecinătatea intervalului ciocnirii este ca axa vectorului dual $\delta \hat{\vec{V}}_0$ să treacă prin punctul D_1, adică

$$\delta \hat{\vec{V}} = \delta\omega \cdot \hat{\vec{W}}_0, \tag{3.2}$$

unde $\hat{\vec{W}}_0$ reprezintă versorul dual al generatoarei conului (Σ_1) care trece prin D_1.

Să efectuăm produsul reciproc al relaţiei (1.7) prin vectorul dual $\delta \hat{\vec{V}}_0$ şi să ţinem seama că vectorii duali $\hat{\vec{\nabla}} f_1$, $\hat{\vec{\nabla}} f_1 \hat{\wedge} \hat{\vec{\nabla}} h_1$ şi $\hat{\vec{\nabla}} g_j$ sînt reciproci în raport cu $\hat{\vec{W}}_0$ adică

$$\hat{\vec{W}}_0 * \hat{\vec{\nabla}} f_1 = 0, \quad \hat{\vec{W}}_0 * (\vec{\nabla} f_1 \hat{\wedge} \vec{\nabla} h_1) = 0, \quad \hat{\vec{W}}_0 * \hat{\vec{\nabla}} g_j = 0, \ (j = 1, 2, 3); \tag{3.3}$$

se obţine relaţia :

$$\delta \hat{\vec{H}} * \hat{\vec{W}}_0 = \mathfrak{R} \hat{\vec{U}} * \hat{\vec{W}}_0, \tag{3.4}$$

reprezintă teorema lui Kelvin.

Utilizînd coordonatele plückeriene ale vectorilor duali, din relaţiile (3.2) şi (3.4) rezultă

$$\frac{\delta\omega_x}{x_{D_1}} = \frac{\delta\omega_y}{y_{D_1}} = \frac{\delta\omega_z}{z_{D_1}}, \tag{3.5}$$

$$J_\Delta \cdot (\delta\vec{\omega})^2 = \mathfrak{R}(\delta\vec{\omega}, \overrightarrow{D_1 A}, \vec{u}),$$

unde Δ reprezintă axa instantanee a vitezei duale pierdute $\delta \hat{\vec{V}}_0$ care trece prin D_1 ; de aici rezultă salturile de viteză $\delta\omega_x$, $\delta\omega_y$, $\delta\omega_z$.

Pe de altă parte relaţia dual ă (1.9) conduce la un sistem din care se obţin mai întîi parametrii λ_1, ν_1, iar apoi χ_1, χ_2, χ_3.

Observaţie. Oprirea bruscă a rigidului este posibilă dacă este îndeplinită condiţia

$$\hat{\vec{V}}'' = \omega'' \hat{\vec{W}}_0 = \hat{\vec{0}}, \tag{3.6}$$

de unde se deduce că percuţia $\mathfrak{R}$ va fi situată în planul

$$(x - x_{D_1})(\alpha_2\omega'_z - \alpha_3\omega'_y) + (y - y_{D_1})(\alpha_3\omega'_x - \alpha_1\omega'_z) +$$

$$+ (z - z_{D_1})(\alpha_1\omega'_y - \alpha_2\omega'_x) + \frac{J_\Delta}{\mathfrak{R}} \omega'^2 = 0. \tag{3.7}$$

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Roy*, Mécanique. I. Corps rigides, Dunod, Paris, 1965.
2. *V. Vâlcovici, Șt. Bălan, R. Voinea*, Mecanică teoretică, Edit. tehnică, 1968.
3. *N. Pandrea, D. Voiculescu*, Rev. Roum. Sci. Techn. Mec. Appl., 20, 3, (1975).
4. *Șt. Staicu*, Mecanica. Dinamica și elemente de mecanica fluidelor, Litografia Instit. Politehnic București, 1973.
5. *N. Pandrea*, St. Cerc. Mec. Apl., 36, 6, 1977.
6. *Șt. Staicu*, St. Cerc. Mec. Apl., 35, 4, 1976.

Etude du choc du solide, en mouvement sphérique, à l'aide de la théorie des vecteurs duals

L'article étudie le choc du solide à un point fixe, soumis aux liaisons supplémentaires, en utilisant la théorie des vecteurs duals.

A partir des équations générales du choc, écrites sous la forme duale, on obtient quelques cas particuliers intéressants concernant la distribution des vitesses à la fin du choc.

C.Z.: 536.2 :517.2

SOLUȚIA INTEGRĂRII ECUAȚIEI CONDUCȚIEI CĂLDURII LA SISTEMUL CU CONDUCTIVITATEA TERMICĂ VARIABILĂ LINIAR CU TEMPERATURA

O. MĂLĂNCIOIU *

În lucrare este prezentată ecuația diferențială fundamentală a conducției căldurii sub formă generală, care apoi se particularizează și se integrează în condițiile cînd conductivitatea termică depinde liniar de temperatură.

1. Ecuația diferențială fundamentală a conducției căldurii

1.1. *Ipoteze de calcul*

Se consideră un element oarecare dintr-un corp, la care se notează:

dV — volumul elementului;

dA — aria elementului.

În fiecare punct al elementului de volum se deosebesc următorii parametri:

t — temperatura;

λ — conductivitatea termică a substanței din care este constituit corpul;

ρ — densitatea substanței;

c_p — căldura specifică la presiune constantă, admițîndu-se că au loc procese la presiune constantă;

φ_i — densitatea fluxului termic determinat de sursele interne.

În fiecare punct al suprafeței elementului de volum se deosebește

$\bar{\varphi}$ — densitatea fluxului termic prin care elementul de volum schimbă căldura cu exteriorul, flux termic orientat după normala exterioară a suprafeței.

Manuscris primit la data de 26 octombrie 1981

* Șef lucrări dr. ing., Catedra Termotehnică

Se mai consideră:
τ — timpul în care au loc procesele considerate.

1.2. *Bilanțul de căldură și elementele lui componente*

Elementul de volum supus unui proces termic acumulează o cantitate de căldură dQ_a, căldură care provine atît din sursele interne dQ_i, cît și din exterior prin suprafață dQ_e. Rezultă pentru elementul de volum bilanțul de căldură:

$$dQ_a = dQ_i + dQ_e, \tag{1}$$

care raportat la timp, devine un bilanț de fluxuri termice

$$\frac{d}{d\tau} Q_a = \frac{d}{d\tau} Q_i + \frac{d}{d\tau} Q_e \tag{2}$$

și care pentru întregul corp ia forma

$$\Phi_a = \Phi_i + \Phi_e \tag{3}$$

1.3. *Forma generală a ecuației diferențiale fundamentale a conducției căldurii*

Elementele bilanțului de căldură se determină astfel:
— fluxul termic de acumulare

$$\Phi_a = \frac{d}{d\tau} Q_a = \frac{d}{d\tau} \iiint_V \rho\, c_p t\, dV = \iiint_V \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau}\, dV \tag{4}$$

în care:

$$Q_a = Q_{p=ct} = \iiint_V \rho\, c_p t\, dV$$

iar ρ și c_p se consideră constante în timp;
— fluxul termic al surselor interne

$$\Phi_i = \frac{d}{d\tau} Q_e = \iiint_A \varphi_i\, dV \tag{5}$$

— fluxul termic între corp și exterior

$$\Phi_e = \frac{d}{d\tau} Q_e = \iint_A -\bar{\varphi}\, d\bar{A} = \iiint_V -\operatorname{div} \bar{\varphi}\, dV \tag{6}$$

în care pentru transformarea integralei s-a utilizat teorema Gauss-Ostrogradski.

Dacă se utilizează legea Fourier

$$\bar{\varphi} = -\lambda \operatorname{grad} t \tag{7}$$

și dacă se ține seama că elementul de volum este arbitrar, introducîndu-se expresiile fluxurilor termice (4), (5) și (6) în relația (3) se obține forma generală a ecuației diferențiale fundamentale a conducției căldurii

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \varphi_i + \operatorname{div} (\lambda \operatorname{grad} t) \tag{8}$$

În cazul cînd conductivitatea termică depinde de temperatură după legea generală

$$\lambda = \lambda [t (x, y, z)] \tag{9}$$

ecuația (8) devine

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \varphi + \frac{\partial \lambda}{\partial t} (\nabla t)^2 + \lambda \nabla^2 t \tag{10}$$

unde „∇" este operatorul Hamilton.

În coordonate carteziene ecuația (10) ia forma :

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \varphi_i + \frac{\partial \lambda}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \right] \tag{11}$$

În ecuația (11) se introduc condițiile :

$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ — regim staționar ;

$\varphi_i = 0$ — mediu fără surse de căldură ; (12)

$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$ — domeniu unidimensional.

Ecuația ia forma :

$$\lambda \frac{\mathrm{d}^2 t}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} \right)^2 = 0 \tag{13}$$

2. Integrarea ecuației căldurii cînd conductivitatea termică variază liniar cu temperatura

2.1. *Cazul cînd conductivitatea termică crește liniar cu temperatura*

Se consideră conductivitatea termică dependentă de temperatură după legea :

$$\lambda = \lambda_0 (1 + bt) \tag{14}$$

în care $\lambda_0 > 0$ și $b > 0$ sînt constante de material.

Avînd în vedere că

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lambda_0 b \tag{15}$$

introducînd relațiile (14) și (15) în ecuația (13) aceasta devine :

$$(1 + bt) \frac{d^2t}{dx^2} + b \left(\frac{dt}{dx}\right)^2 = 0 \tag{16}$$

Pentru integrarea ecuației (16) se folosește transformarea

$$p = \frac{dt}{dx} \tag{17}$$

cu ajutorul căreia din (16) se deduce

$$(1 + bt) \frac{dp}{dt} p + bp^2 = 0 \tag{18}$$

Rezultă din (18) o primă soluție

$$p = \frac{dt}{dx} = 0 \tag{19}$$

care nu prezintă interes și respectiv o a doua soluție

$$\frac{d(1 + bt)}{1 + bt} + \frac{dp}{p} = 0 \tag{20}$$

Se integrează ecuația (20) de două ori și se obține

$$t + \frac{b}{2} t^2 = C_1 + C_2 x \tag{21}$$

Dacă se admite cazul unui perete plan de grosime „δ" (fig. 1), în condițiile (12), avînd pe fețele sale temperaturile t_1 și respectiv t_2, constantele de integrare iau valorile :

$$C_1 = t_1 + \frac{b}{2} t_1^2 \tag{22}$$

$$C_2 = -\left[t_1 - t_2 + \frac{b}{2}(t_1^2 - t_2^2)\right]\frac{1}{\delta} \tag{23}$$

iar relația (21) devine

$$t + \frac{b}{2} t_2 = t_1 + \frac{b}{2} t_1^2 - \left[t_1 - t_2 + \frac{b}{2}(t_1^2 - t_2^2)\right]\frac{x}{\delta} \tag{24}$$

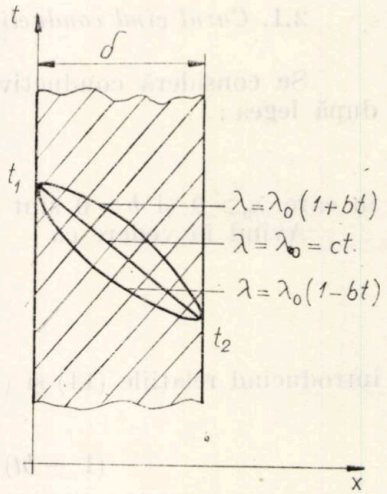


Fig. 1 — Variația temperaturii într-un perete plan

Se amplifică relația (24) cu $\frac{2}{b}$ și se introduc termenii $\pm \frac{1}{b^2}$, obținîndu-se prin ordonare

$$\left(t + \frac{1}{b}\right)^2 = \left(\frac{1}{b} + t_1\right)^2 - \left[\left(\frac{1}{b} + t_1\right)^2 - \left(\frac{1}{b} + t_2\right)^2\right]\frac{x}{\delta} \tag{25}$$

din care pentru cazul considerat convine soluția

$$t = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_1\right)^2 - \left[\left(\frac{1}{b} + t_1\right)^2 - \left(\frac{1}{b} + t_2\right)^2\right]\frac{x}{\delta}} \tag{26}$$

Soluția (26) reprezintă distribuția de temperatură în grosimea peretelui (fig. 1), care este o parabolă cu concavitatea orientată în sensul scăderii temperaturii.

Densitatea fluxului termic se calculează cu ajutorul legii Fourier (relația 7), determinînd din relația (24)

$$|\text{grad } t| = \frac{dt}{dx} = -\frac{1}{1 + bt}\left[t_1 - t_2 + \frac{b}{2}(t_1^2 - t_2^2)\right]\frac{1}{\delta} \tag{27}$$

și rezultă :

$$\varphi = \frac{\lambda_m}{\delta}(t_1 - t_2) \tag{28}$$

în care :

$$\lambda_m = \lambda_0 (1 + bt_m) \tag{29}$$

$$t_m = \frac{t_1 + t_2}{2} \tag{30}$$

2.2. *Cazul cînd conductivitatea termică scade liniar cu temperatura*

Se consideră conductivitatea termică dependentă de temperatură după legea :

$$\lambda = \lambda_0 (1 - bt) \tag{31}$$

Din relația (31) se deduce

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\lambda_0 b \tag{32}$$

și se introduc în ecuația (13) relațiile (31) și (32), care ia forma :

$$(1 - bt) \frac{d^2t}{dx^2} - b \left(\frac{dt}{dx}\right)^2 = 0 \tag{33}$$

Pentru integrarea ecuației (33) se folosește din nou, transformarea (17) cu ajutorul căreia din (33) se obține

$$(1 - bt) \frac{dp}{dt} p - bp^2 = 0 \tag{34}$$

din care rezultă soluția valabilă

$$\frac{d(1 - bt)}{1 - bt} + \frac{dp}{p} = 0 \tag{35}$$

Integrînd de două ori ecuația (35) se deduce :

$$t - \frac{b}{2} t^2 = C_1 + C_2 x \tag{36}$$

Considerînd cazul peretelui plan (fig. 1) constantele de integrare iau valorile

$$C_1 = t_1 - \frac{b}{2} t^2 \tag{37}$$

$$C_2 = -\left[t_1 - t_2 - \frac{b}{2} (t_1^2 - t_2^2)\right] \frac{1}{\delta} \tag{38}$$

cu ajutorul cărora relația (36) ia forma

$$t - \frac{b}{2} t^2 = t_1 - \frac{b}{2} t_2^2 - \left[t_1 - t_2 - \frac{b}{2} (t_1^2 - t_2^2) \right] \frac{x}{\delta} \tag{39}$$

Se amplifică relația (39) cu $-\frac{2}{b}$ și se adaugă $\pm \frac{1}{b^2}$, obținîndu-se prin ordonare

$$\left(\frac{1}{b} - t \right)^2 = \left(\frac{1}{b} - t_1 \right)^2 - \left[\left(\frac{1}{b} - t_1 \right)^2 - \left(\frac{1}{b} - t_2 \right)^2 \right] \frac{x}{\delta} \tag{40}$$

din care pentru cazul considerat convine soluția

$$t = \frac{1}{b} - \sqrt{\left(\frac{1}{b} - t_1 \right)^2 - \left[\left(\frac{1}{b} - t_1 \right)^2 - \left(\frac{1}{b} - t_2 \right)^2 \right] \frac{x}{\delta}} \tag{41}$$

Soluția (41) reprezintă distribuția de temperatură în grosimea peretelui (fig. 1), care este o parabolă cu concavitatea orientată în sensul creșterii temperaturii.

Densitatea fluxului termic se calculează cu ajutorul legii Fourier (relația 7), determinînd din relația (39)

$$|\text{grad } t| = \frac{dt}{dx} = -\frac{1}{1 - bt} \left[t_1 - t_2 - \frac{b}{2} (t_1^2 - t_2^2) \right] \frac{1}{\delta} \tag{42}$$

și rezultă

$$\varphi = \frac{\lambda_m}{\delta} (t_1 - t_2) \tag{43}$$

în care :

$$\lambda_m = \lambda_0 (1 - b_m) \tag{44}$$

$$t_m = \frac{t_1 + t_2}{2} \tag{45}$$

3. Exemplu numeric și concluzii

Se admit următoarele valori :

$t_1 = 760°C$, $t_2 = 40°C$, $\delta = 300$ mm și

$$\lambda = 0{,}84 (1 + 0{,}000714\, t) \frac{W}{m \cdot grd} \text{ pentru șamotă [3].}$$

Utilizînd relația (26) rezultă temperatura la mijlocul peretelui $t = 433°C$, iar cu relațiile (28), (29) și (30) rezultă densitatea de flux termic prin perete $\varphi = 2\,600\ W/m^2$.

Dacă nu se ține seama de dependența conductivității termice de temperatură, atunci temperatura la mijlocul peretelui este $t' = 400°C$, iar densitatea de flux termic prin perete ia valoarea $\varphi' = 2016\ W/m^2$.

Se constată din exemplul dat că prin luarea în considerare a dependenței conductivității termice de temperatură față de cazul cînd se admite conductivitatea termică constantă, apare la temperatură o diferență absolută $\Delta t = 33°C$, iar la densitatea de flux termic o abatere relativă $\varepsilon_\varphi = 28{,}4\%$.

Aceste abateri privite separat sau luate împreună pledează ca în studiile privind conducția termică, să se țină seama de influența temperaturii asupra conductivității termice.

În concluzie se poate vedea că prin acest procedeu va interveni o mai mare apropiere a calculelor teoretice de realitate și în consecință o adîncire a studiilor din domeniul transmiterii căldurii.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Ivernel* et alii, Représentations analogiques et homologiques dans les techniques de la chaleur. Dunod, 1965.
2. *M. H. de Lange*, Silicates Industriels. Nr. 10, 1963.
3. *N. Leonăchescu*, Termotehnica. Editura didactică și pedagogică, 1974.
4. *O. Mălăncioiu*. Teză doctorat, Institutul Politehnic București, 1976.
5. *A. Minssenard*, Conductivité thermique des solides, liquides, gaz et de leurs mélanges. Eyrolles, 1965.
6. *M. Roșculeț*, Manual de analiză matematică vol. I și II. Editura didactică și pedagogică, 1967.
7. *D. Ștefănescu, B. Grünwald*, Transmisia căldurii și dinamica gazelor. Editura didactică și pedagogică, 1965.

On the Integration of the Equation of Heat when Heat Conductivity Varies Linearly with the Temperature

The paper introduces the basic differential equation of heat conduction in general and then turns on to its specific features and the way it becomes integrated when heat conductivity depends linearly on the temperature.

C·Z : 621.43 :621.824

BEITRAG ZUR GENAUIGKEITSVERBESSERUNG DER FESTIGKEITSRECHNUNG BEI KURBELWELLEN

C. PETCU, H. PITARU, A. BELEI*

In dem ersten Teil der Arbeit wurde die Kurbelwelle in seiner reelen Form und seiner reelen Lagerung berechnet. In diesem zweiten Teil wird die Bestimmung der Koeffizienten des Gleichungssystems durchgeführt, die für die Lösung des statisch unbestimmten Trägersystems benötigt werden. In dem dritten Teil der Arbeit, der nachveröffentlicht wird, werden die Ergebnisse vorgestellt, die mit dem Rechnungsprogramm erzielt wurden und werden die Fehler abgeschätzt, die von der üblichen Methode des statisch bestimmten Systems angegeben werden.

II-er Teil. Bestimmung der Koeffizienten des Gleichungssystems für die Lösung des statisch unbestimmten Trägersystems.

Die Mohr-Maxwell-Methode setzt die Lösung folgender Matrixgleichung vor :

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \dots \delta_{1j} \dots \delta_{N-1} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \dots \delta_{2j} \dots \delta_{2N-1} \\ \dots & \dots \\ \delta_{i1} & \delta_{i2} \dots \delta_{ij} \dots \delta_{iN-1} \\ \delta_{N-1,1} & \delta_{N-1,2} \dots \delta_{N-1,j} \dots \delta_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_{N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \vdots \\ \delta_{i0} \\ \vdots \\ \delta_{N-1,0} \end{bmatrix} = 0$$

$$i = 1,\ N-1$$
$$j = 1,\ N-1 \qquad (5.1)$$

WO :

$X_1,\ X_2,\ \dots\ X_{N-1}$ die Stützkräfte in den entfernten Stützen,

Eingangs datum 14 April 1981

*) Dipl-Ing., Absolvent der Fakultät für Mechanik Dr.-Ing, Oberasistent, Lehrstuhl für Verbrennungsmotoren

δ_{ii} die Verschiebung des Wirkungspunktes der Stützkraft X_i, die von der Einerkraft in der Stütze $i+2$ (Rang i) verursacht wird,

δ_{ij} die Verschiebung des Wirkungspunktes der Stutzkraft X_j, die von der Einerkraft in der Stütze $i+2$ (Rang i) verursacht wird,

δ_i die Verschiebung der Wirkungspunktes der Stützkraft X_i, die von der reellen Belastung verursacht wird, sind.

Die Matrixgleichung wird symbolisch

$$[\delta_{ij}]\ [X_i] + [\delta_{i0}] = 0 \tag{5.2}$$

geschrieben.

Die Abschnittssteifigkeiten werden abhängig von der Beanspruchungsart bei Biegung oder Torsion definiert und berechnet. Die Biegungssteifigkeit des Wellezapfens wird R_{pi} und die Drehsteifigkeit R_{pt} bezeichnet. Beim Kurbelzapfen wird die Biegungssteifigkeit R_{mi} und die Drehsteifigkeit R_{mt} bezeichnet. Falls der Kurbelzapfen nicht axialsymmetrisch gebaut ist (beispielsweise exzentrische innere Bohrung) sind zwei Biegungssteifigkeiten zu rechnen und zwar eine in der Kurbelkröpfungsebene und eine senkrecht auf dieser Ebene.

Die Torsionssteifigkeit der Kurbelwange wird R_{bt} bezeichnet und die Biegungssteifigkeit der Kurbelwange R_{bi2} in der Kröpfungsebene und R_{bi1} senkrecht auf dieser Ebene. Man muss noch merken, dass der Kurbelwangenschnitt selten konstant bleibt und dass für den Abschnitt, der die Kurbelwange schematisiert eine durchschnittliche Biegung gerechnet werden muss.

Der Ausdruck der von Einerkräfte verursachten Verschiebungen nach Oz-Richtung δ^z_{ij} ist:

$$\delta^z_{ij} = \sum_{K=1}^{N}\left[\frac{1}{K_{pi}}\int_0^{a/2} m_{ix_{6k-5},i}\, m_{ix_{6k-5},j}\,ds + \frac{1}{R_{pt}}\int_0^{a/2} m_{ty_{6k-5},i}\cdot\right.$$

$$\cdot\, m_{ty_{6k-5},j}\,ds + \frac{1}{R_{bi2}}\int_0^{b} m_{iy_{6k-4},i}\, m_{iy_{6k-4},j}\,ds + \frac{1}{R_{bi1}}\int_0^{b} m_{ix_{6k-4},i}\cdot$$

$$\cdot\, m_{ix_{6k-4},j}\,ds + \frac{1}{R_{bt}}\int_0^{b} m_{tx_{6k-4},i}\, m_{tx_{6k-4},j}\,ds + \frac{1}{R_{mi}}\int_0^{b} m_{ix_{6k-3},i}\cdot$$

$$\cdot\, m_{ix_{6k-3},j}\,ds + \frac{1}{R_{mi}}\int_0^{c/2} m_{ix_{6k-2},i}\, m_{ix_{6k-2},j}\,ds + \frac{1}{R_{mt}}\int_0^{c/2} m_{ty_{6k-3},i}\cdot$$

$$\left.\cdot\, m_{ty_{6k-3},j}\,ds + \frac{1}{R_{mt}}\int_0^{c/2} m_{ty_{6k-2},i}\, m_{ty_{6k-2},j}\,ds + \frac{1}{R_{bi2}}\int_0^{b} m_{iy_{6k-1},i}\cdot\right.$$

$$\cdot m_{iy_{6k-1},j}\,ds + \frac{1}{R_{bi1}}\int_0^b m_{ix_{6k-1},i}\, m_{ix_{6k-1},j}\,ds + \frac{1}{R_{bt}}\int_0^b m_{tx_{6k-1},i} m_{tx_{6k-1},j}\,ds +$$

$$+ \frac{1}{R_{pi}}\int_0^{a/2} m_{ix_{6k},i}\, m_{ix_{6k},j}\,ds + \frac{1}{R_{pt}}\int_0^{a/2} m_{ty_{6k},i}\, m_{ty_{6k},j}\,ds\Big] \tag{5.3}$$

Der Ausdruck der von reellen Belastung in *Oz*-Richtung verursachten Verschiebungen $\delta^z_{i,0}$ ist:

$$\delta^z_{i,0} = \sum_{k=1}^{N}\Big[\frac{1}{R_{pi}}\int_0^{a/2} M^\circ_{ix_{6k-5}} m_{ix_{6k-5},i}\,ds + \frac{1}{R_{pt}}\int_0^{a/2} M_{ty_{6k-5}}\, m_{ty_{6k-5},i}\,ds +$$

$$+ \frac{1}{R_{bi2}}\int_0^b M^\circ_{iy_{6k-4}}\, m_{iy_{6k-4},i}\,ds + \frac{1}{R_{bi1}}\int_0^b M^\circ_{ix_{6k-4}} m_{ix_{6k-4},i}\,ds +$$

$$+ \frac{1}{R_{bt}}\int_0^b M^\circ_{tx_{6k-4}} m_{tx_{6k-4},i}\,ds + \frac{1}{R_{mi}}\int_0^{c/2} M^\circ_{ix_{6k-3}}\, m_{ix_{6k-3},i}\,ds +$$

$$+ \frac{1}{R_{mi}}\int_0^{c/2} M^\circ_{ix_{6k-2}} m_{ix_{6k-2},i}\,ds + \frac{1}{R_{mt}}\int_0^{c/2} M^\circ_{ty_{6k-3}}\, m_{ty_{6k-3},i}\,ds +$$

$$+ \frac{1}{R_{mt}}\int_0^{c/2} M^\circ_{ty_{6k-2}}\, m_{ty_{6k-2},i}\,ds + \frac{1}{R_{bi2}}\int_0^b M^\circ_{iy_{6k-1}}\, m_{iy_{6k-1},i}\,ds +$$

$$+ \frac{1}{R_{bi1}}\int_0^b M^\circ_{ix_{6k-1}} m_{ix_{6k-1},i}\,ds + \frac{1}{R_{bt}}\int_0^b M^\circ_{tx_{6k-1}}\, m_{tx_{6k-1},i}\,ds +$$

$$+ \frac{1}{R_{pi}}\int_0^{a/2} M^\circ_{ix_{6k}}\, m_{ix_{6k},i}\,ds + \frac{1}{R_{pt}}\int_0^{a/2} M_{ty_{6k}}\, m_{ix_{6k},i}\,ds\Big]\cdot \tag{5.4}$$

Gleichartige Ausdrücke werden für die Verschiebungen in Ox-Richtung verwendet.

Für eine verständige Organisation der Zusammensetzung der Matrixgleichung wird als Operationsmatrix „Integralmatrix" folgende symbolische Linienmatrix definiert:

$$[\int] = [\overset{a/2}{\underset{0}{\int}} \overset{a/2}{\underset{0}{\int}} \overset{b}{\underset{0}{\int}} \overset{b}{\underset{0}{\int}} \overset{b}{\underset{0}{\int}} \overset{c/2}{\underset{0}{\int}} \overset{c/2}{\underset{0}{\int}} \overset{c/2}{\underset{0}{\int}} \overset{c/2}{\underset{0}{\int}} \overset{b}{\underset{0}{\int}} \overset{b}{\underset{0}{\int}} \overset{b}{\underset{0}{\int}} \overset{a/2}{\underset{0}{\int}} \overset{a/2}{\underset{0}{\int}}] \tag{5.5}$$

Es werden noch folgende Diagonalmatrizen (14 × 14) für die Rechnung der Verschiebungen nach *Oz*-Richtung definiert:

$$[M^z_{k,0}] = [M^\circ_{ix_{6k-5}},\ M^\circ_{ty_{6k-5}},\ M^\circ_{iy_{6k-4}},\ M^\circ_{ix_{6k-4}},\ M^\circ_{tx_{6k-4}},\ M^\circ_{ix_{6k-3}},$$

$$M^\circ_{ty_{6k-3}},\ M^\circ_{ix_{6k-2}},\ M^\circ_{ty_{6k-2}},\ M^\circ_{iy_{6k-1}},\ M^\circ_{ix_{6k-1}},\ M^\circ_{tx_{6k-1}},\ M^\circ_{ix_{6k}},\ M^\circ_{ty_{6k}}]. \tag{5.6}$$

$$[m^z_{k1i}] = [m_{ix_{6k-5},i}\ m_{ty_{6k-5},i},\ m_{iy_{6k-4},i},\ m_{ix_{6k-4},i},\ m_{tx_{6k-4},i},\ m_{ix_{6k-3},i},$$

$$m_{ty_{6k-3},i}\ m_{ix_{6k-2},i}\ m_{ty_{6k-2},i},\ m_{iy_{6k-1},i},\ m_{ix_{6k-1},i},\ m_{tx_{6k-1},i}\ m_{ix_{6k},i},\ m_{ty_{6k},i}\ ]. \tag{5.7}$$

Gleichartig werden zwei (14 × 14) Diagonalmatrizen für die Rechnung der Verschiebungen in Ox-Richtungen definiert:

$$[M^x_{k,0}] = [M^\circ_{iz_{6i-5}},\ M^\circ_{ty_{6k-5}},\ M^\circ_{iy_{6k-4}},\ M^\circ_{iz_{6k-4}},\ M^\circ_{tz_{6k-4}},\ M^\circ_{iz_{6k-3}},$$

$$M^\circ_{ty_{6k-3}},\ M^\circ_{iz_{6k-2}},\ M^\circ_{ty_{6k-2}},\ M^\circ_{ij_{6k-1}},\ M^\circ_{iy_{6k-1}},\ M^\circ_{tz_{6k-1}},\ M^\circ_{iz_{6k}},\ M^\circ_{ty_{6k}}]. \tag{5.8}$$

$$[m^x_{k,c}] = [m_{iz_{6k-5},i},\ m_{ty_{6k-5},i},\ m_{iy_{6k-5},i},\ m_{iz_{6k-4},i},\ m_{tz_{6k-4},i},\ m_{iz_{6k-3},i},$$

$$m_{ty_{6k-3},i},\ m_{iz_{6k-2},i}\ m_{ty_{6k-2},i},\ m_{iy_{6k-1},i},\ m_{iz_{6k-1},i},\ m_{tz_{6k-1},i},\ m_{iz_{6k},i},\ m_{ty_{6k},i}\ ]. \tag{5.9}$$

Es wird auch eine Kolumnmatrix (14 × 1) definiert, die die Steifigkeiten der Kröpfungsabschnitte umfasst:

$$[R_k] = \left\{\frac{1}{R_{pi}}, \frac{1}{R_{pt}}, \frac{1}{R_{bi2}}, \frac{1}{R_{bi1}}, \frac{1}{R_{bt}}, \frac{1}{R_{mi}}, \frac{1}{R_{mi}}, \frac{1}{R_{mt}}, \frac{1}{R_{mt}}, \frac{1}{R_{bi2}}, \frac{1}{R_{bi1}},\right.$$

$$\left.\frac{1}{R_{bt}}, \frac{1}{R_{pi}}, \frac{1}{R_{pt}}\right\}. \tag{5.10}$$

Mit diesen Bezeichnungen wird der Ausdruck für die Verschiebung

$$\delta_{i0}^{z} = \sum_{k=1}^{N} [\int] * \{[m_{k,i}^{z}] \cdot [m_{k,i}^{z}]\} \cdot [R_k]. \tag{5.11}$$

wo $*$ eine symbolische Multiplikation bezeichnet, nämlich die Anwendung der Operationsmatrix „Integralmatrix".

Die Deformation, die von der reelen Belastung verursacht, wird, ist:

$$\delta_{i0}^{z} = \sum_{k=1}^{N} [\int] * \{[m_{k,i}^{z}] \cdot [M_{k,0}^{z}]\} \cdot R_k]. \tag{5.12}$$

Gleichartig werden die Deformationen nach Ox-Richtung ausgedrückt.

$$\delta_{ij}^{x} = \sum_{k=1}^{N} \{[\int] * \{[m_{k,i}^{x}] \cdot [m_{k,i}^{x}]\} \cdot [R_k] \tag{5.13}$$

$$\delta_{i0}^{x} = \sum_{k=1}^{N} \{[\int] * \{[m_{k,l}^{x}] \cdot [M_{k,0}^{x}]\}\} \cdot [R_k] \tag{5.14}$$

Es wird die Kolumnmatrix der Stützkräfte nach Oz-Richtung

$$[Z_i] = \{Z_1,\ Z_2,\ Z_3 \ldots, Z_{N-1}\} \tag{5.15}$$

geschrieben und nach Ox-Richtung:

$$[X_i] = \{X_1,\ X_2,\ X_3, \ldots, X_{N-1}\} \tag{5.16}$$

Aus den Gleichungen (5.11) und (5.13), wo die Werte von i kolumnweise und von j linienweise geändert werden, erreicht man die Koeffizientenmatrizen:

$$[\delta_{ij}^{z}] = \begin{bmatrix} \delta_{11}^{z} & \delta_{12}^{z} \ldots\ldots \delta_{1j}^{z} \ldots\ldots \delta_{1,N-1}^{z} \\ \delta_{21}^{z} & \delta_{22}^{z} \ldots\ldots \delta_{2,j}^{z} \ldots\ldots \delta_{2,N-1}^{z} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \delta_{i,1}^{z} & \delta_{i,2}^{z} \ldots\ldots \delta_{i,j}^{z} \ldots\ldots \delta_{i,N-1}^{z} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \delta_{N-1,1} & \delta_{N-1,2}^{z} \ldots \delta_{N-1,j}^{z} \ldots \delta_{N-1,N-1}^{z} \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

und

$$[\delta^x_{i,j}] = \begin{bmatrix} \delta^x_{11} & \delta^x_{12} \ldots\ldots \delta^x_{1,j} \ldots\ldots \delta^x_{1,N-1} \\ \delta^x_{21} & \delta^x_{22} \ldots\ldots \delta^x_{2,j} \ldots\ldots \delta^x_{2,N-1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \delta^x_{i,1} & \delta^x_{i,2} \ldots\ldots \delta^x_{i,j} \ldots\ldots \delta^x_{i,N-1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ddot{a}^x_{N-1,1} & \delta^x_{N-1,2} \ldots\ldots \delta^x_{N-1,j} \ldots\ldots \delta^x_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

Zuletzt werden auch die Kolumnmatrizen

$$[\delta^z_{i0}] = \{\delta^z_{10},\ \delta^z_{20} \ldots \delta^z_{i0} \ldots \delta^z_{N-1,0}\} \tag{5.19}$$

und

$$[\delta^x_{i0}] = \{\delta^x_{1,0}\ \delta^x_{2,0} \ldots \delta^x_{i,0} \ldots \delta^x_{N-1,0}\}.$$

definiert. Die Bestimmung der Stützkräfte beschränkt sich jetzt auf die Lösung folgender zwei Matrixgleichungen :

$$[\delta^z_{ij}] \cdot [Z_i] + [\delta^z_{i0}] = 0 \tag{5.21}$$

$$[\delta^x_{ij}] \cdot [x_i] + [\delta^x_{i0}] = 0 \tag{5.22}$$

Nach der Bestimmung der Stützkräfte in den Stützen 3 bis N + 1 werden die Stützkräfte in den ersten zwei Stützen wiedergerechnet. Danach können die reellen Innenmomente gerechnet werden. Es ist zu merken dabei, dass für die Rechnung der reellen Innenmomente die Rechnungsformeln für die Innenmomente in dem Grundsystem, die in den Tafeln 1 und 2 (erster Teil) systematisiert wurden, verwendet werden können, wobei die reelle Belastung benutzt werden muss. Vorher sind die Scherkräfte in den Stützpunkten zu rechnen, indem auch die reellen Stützkräfte berücksichtigt werden.

Contribuţii la creşterea preciziei calculului de rezistenţă al arborilor cotiţi

În prima parte a lucrării s-a calculat arborele cotit în forma sa reală şi modul de rezemare real. În partea a II-a se determină coeficienţii sistemului de ecuaţii necesari pentru rezolvarea sistemului de cadre static nedeterminat. În partea a III-a, care va fi publicată ulterior se vor prezenta rezultatele obţinute cu ajutorul unui program de calcul şi se vor aprecia erorile indicate de metoda obişnuită a sistemului static determinat.

C.Z. : 621.18 :662.6

ANALIZA POSIBILITĂȚILOR DE APRINDERE A PRAFULUI DE LIGNIT DIN BAZINUL OLTENIEI ÎN AMESTEC CU GAZELE REZULTATE DIN ARDEREA COMBUSTIBILULUI GAZOS DE APORT

C. C. NEAGA*

În lucrare se determină timpul de aprindere a particulei de lignit din Bazinul Olteniei în prezența gazelor obținute din arderea gazului natural și a gazului de gazogen, găsindu-se că diferențele sînt mici, ceea ce justifică folosirea gazului de gazogen în calitate de combustibil suport la arderea combustibililor solizi inferiori. Sistemul de ecuații care, pentru a se apropia mai mult de modelul fizic real, ține seama de degajarea și arderea substanțelor volatile, s-a rezolvat cu un calculator numeric, prin metoda Runge-Kutta, pentru un număr de 32 variante. Concluziile sînt utile în proiectarea și exploatarea instalațiilor de ardere ale marilor cazane energetice.

In vederea asigurării stabilității arderii prafului de combustibil solid inferior se folosește, printre alte metode, arderea în același focar a unui combustibil auxiliar, gazos sau lichid.

In lucrarea de față se analizează posibilitatea înlocuirii gazului natural, folosit drept combustibil auxiliar, cu gaz de gazogen, obținut prin gazeificarea aceluiași lignit care se folosește în focarul generatorului de abur sau apă caldă; cercetarea teoretică prezentată se rezumă numai la evidențierea timpului de aprindere a particulei de lignit în cazul folosirii drept combustibil suport a gazului natural sau a gazului de gazogen.

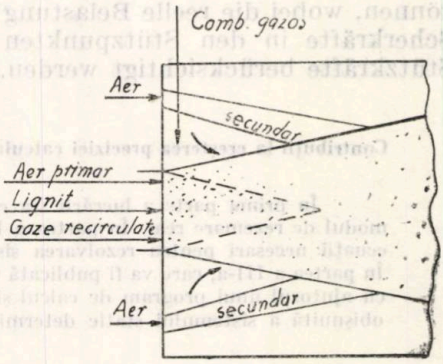


Fig. 1. — Modelul fizic adoptat.

Pentru a deduce sistemul de ecuații diferențiale care descriu aprinderea particulei de lignit în prezența gazelor de ardere rezultate din arderea combustibilului gazos auxiliar (combustibil suport), se are în vedere modelul fizic reprezentat în figura 1.

Manuscris primit la data de 9 martie 1981

* Șef lucrări dr. ing., Catedra Cazane și turbine cu abur și gaze

Jetul primar — jet bifazic — format din praf de lignit, aer primar în proporții variate și gaze de ardere recirculate forțat de la sfîrșitul focarului necesare deshidratării cărbunelui, se introduce prin arzător în focar.

Printr-un arzător separat se introduce în focar combustibilul gazos de aport, care, în urma arderii ridică nivelul temperaturii din focar, dar

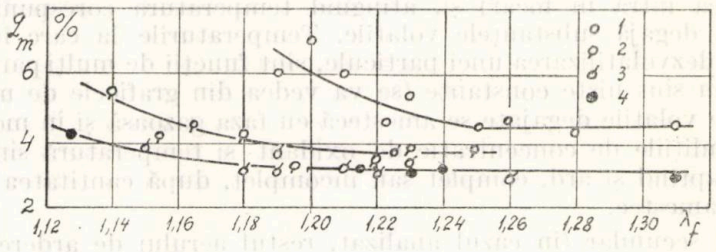


Fig. 2. — Variația $q = f(\lambda)$, pentru diferite moduri de introducere a combustibilului gazos :
1 — introducerea simultană (prin același arzător) a combustibililor solid și gazos ; 2 — amplasarea arzătoarelor de combustibil gazos sub cele de combustibil solid ; 3 — introducerea combustibilului gazos prin arzătoare așezate deasupra celor de combustibil solid ; 4 — arderea combustibilului solid fără combustibil auxiliar.

mai ales, prin amestecarea gazelor rezultate din arderea lui cu jetul primar proaspăt, grăbește pregătirea particulei de lignit micșorînd astfel timpul de aprindere, τ_{apr}. La un combustibil solid cu conținut ridicat de balast, timpul de aprindere a particulei reprezintă o parte însemnată din timpul total de ardere. În ceea ce privește montarea și funcționarea arzătorului de combustibil gazos se impune respectarea a două condiții :

— jetul de combustibil gazos să ardă complet pînă la intersecția lui cu jetul primar bifazic ; altfel spus, jetul primar trebuie să se amestece cu gazele de ardere rezultate din arderea completă a combustibilului gazos ; în acest caz temperatura gazelor rezultate din arderea combustibilului auxiliar este maximă. În caz contrar, combustibilul gazos continuă să ardă în amestec cu particulele de lignit. Dată fiind reactivitatea mărită a combustibilului gazos, acesta „consumă" rapid oxigenul din amestec, lipsind astfel particulele de lignit de oxidantul necesar, fapt ce mărește timpul total de ardere a lor. Practic, acest fenomen se materializează prin creșterea pierderilor de căldură prin ardere mecanic incompletă, figura 2 [2].

Din figura 2 se deduce că arderea simultană (în același jet) a combustibilului solid și gazos conduce la cele mai mari valori ale pierderii de căldură q_m, % (curba 1) :

— a doua condiție care trebuie îndeplinită este ca produsele rezultate din arderea combustibilului gazos să intersecteze amestecul primar cît mai aproape de secțiunea de ieșire din arzătorul de praf de lignit. Această cerință este însă funcție de dimensiunile constructive ale focarului și arzătoarelor, precum și de dispunerea lor ; montarea arzătoarelor în colțuri oferă condiții mai bune pentru satisfacerea acestei cerințe.

Jetul rezultat din amestecul jetului primar și gazele de ardere ale combustibilului gazos se dezvoltă în spațiul de ardere, antrenînd, ca orice jet care se dezvoltă într-un spațiu limitat sau nelimitat, gaze de ardere

din focar, care influențează la rîndul lor asupra fenomenelor de aprindere și ardere ale particulelor de lignit (recircularea naturală a gazelor de ardere).

Datorită schimbului de căldură prin radiație și conductivitate, particulele de lignit se usucă (elimină umiditatea higroscopică cu care se consideră că intră în focar) și, atingînd temperatura corespunzătoare, dezvoltă și degajă substanțele volatile. Temperaturile la care începe și se termină dezvolatilizarea unei particule, sînt funcții de mulți parametri; ele, deci, nu sînt niște constante (se va vedea din graficele de mai jos). Substanțele volatile degajate se amestecă cu faza gazoasă și în momentul în care condițiile de concentrație de oxidant și temperatură sînt satisfăcute, se aprind și ard, complet sau incomplet, după cantitatea de oxidant din amestec.

Aerul secundar (în cazul analizat, restul aerului de ardere) se introduce sub formă de jet însoțitor (arzătoare turbionare) sau jet independent sub un anumit unghi față de jetul primar, în cazul arzătoarelor cu fante. În literatura de specialitate nu se găsesc date cu privire la zona optimă de contact a celor două jeturi (măsurată prin distanța față de secțiunea de ieșire a jetului primar). Considerăm că este indicat ca aerul secundar să se introducă în jetul primar din momentul aprinderii volatilelor, menținînd astfel constantă concentrația oxigenului; dozarea lui trebuie făcută astfel încît temperatura fazei gazoase să nu scadă sub temperatura de ardere a volatilelor.

De fapt obiectul analizei de față îl formează deducerea timpului de aprindere a particulei de lignit în absența aerului secundar, deci, numai pe seama oxigenului din jetul primar (aer primar, gaze recirculate forțat) și din gazele recirculate natura.

★

Prima ecuație a sistemului o formează expresia analitică a cineticii degajării substanțelor volatile

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\tau} = k_{0v}(V_0^i - V)\exp(-E_d/RT), \qquad (1)$$

unde V_0^i este conținutul de substanțe volatile ale lignitului analizat, cu referire la masa inițială; kg/kg; τ — timpul; ; V — volatilele degajate pînă la momentul τ, kg/kg; k_{0v} — factor preexponențial al vitezei de degajare a volatilelor, 1/s; E_d — energia de activare cu referire la degajarea volatilelor, kcal/kmol; R — constanta universală a gazelor, kcal/kmol. K; T — temperatura curentă (variabilă) a particulei de lignit, K.

Viteza de ardere a volatilelor degajate

$$(V_g + W\,v_v)\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\tau} = W\,v_v\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\tau} - 3\,W(\zeta - 1)V_{ac}^0\frac{\delta^2}{\delta_0^3}\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\tau} +$$

$$+ k_{0a}(V - W)\,V_g\exp(-E_a/RT_g), \qquad (2)$$

unde W este cantitatea de volatile arse pînă la momentul curent τ, kg/kg; V_g — volumul curent (la un moment dat) al fazei gazoase, cu referire la unitatea de cantitate de combustibil solid, Nm^3/kg; are expresia

$$V_g = \lambda_p V^0_{ac} + (\zeta - 1)(1 - \delta^3/\delta^3_0) V^0_{ac} + (V - W) v_v +$$

$$+ n V^0_{gg} + (r_1 + r_2)(V^0_{gc} + \lambda_f V^0_{ac} - V^0_{ac} + n V_{gg}) + v_{H_2O} W^i_i, \qquad (3)$$

unde λ_p este coeficientul de exces de aer primar; V^0_{ac} — volumul de aer umed teoretic necesar arderii combustibilului solid, Nm^3/kg; V^0_{gc} — volumul de gaze de ardere rezultate la arderea combustibilului solid, Nm^3/kg; $\zeta = V^0_{gc}/V^0_{ac}$ — ţine seama de creşterea volumului gazelor de ardere în procesul de ardere a lignitului; δ, δ_0 — diametrul curent şi iniţial al particulei de lignit, m; v_v — volumul specific al substanţelor volatile, Nm^3/kg; n — participaţia masică a combustibilului gazos, kg/kg; V^0_{gg} — volumul gazelor de ardere teoretică a combustibilului gazos, Nm^3/kg; r_1 — gradul de recirculare forţată (de la sfîrşitul focarului); r_2 — gradul de recirculare naturală; λ_f — excesul de aer la sfîrşitul focarului; v_{H_2O} — volumul specific al vaporilor de apă, Nm^3/kg; W^i_i — umiditatea de îmbibaţie cu referire la masa iniţială a lignitului experimentat, kg/kg; k_{0a} — factor preexponenţial cu referire la arderea volatilelor, 1/s; E_a — energia de activare cu referire la arderea volatilelor, kcal/kmol; T_g — temperatura variabilă a fazei gazoase, K.

Viteza de variaţie a temperaturii particulei de lignit

$$[c_v(V^i_0 - V) + c_a A^i + c_c C^i_f] \frac{dT}{d\tau} = -\frac{3}{\delta}[c_v(V^i_0 - V)(T - 273) +$$

$$+ c_c C^i_f (T - 273) + C^i_f Q_c] \frac{d\delta}{d\tau} + \frac{6}{\rho_{c0}\delta} \left\{ \overline{K} C \frac{T_0}{T_g} \cdot \right.$$

$$\left. \left[c_{O_2}(T_g - 273) - \frac{44}{32} c_{CO_2}(T - 273) \right] \right\} - (\lambda_0 + b\, T_g)(T - T_g) \frac{Nu_t}{\delta} -$$

$$- \varepsilon \varphi \sigma_0 (T^4 - T^4_f), \qquad (4)$$

unde c_v, c_a, c_c, c_{O_2}, c_{CO_2} reprezintă, respectiv, căldura specifică a volatilelor, cenuşii, carbonului, oxigenului şi bioxidului de carbon, kcal/kg.K; ρ_{c0} — densitatea iniţială a cărbunelui, kg/m^3; A^i, C^i_f — conţinutul de cenuşă, respectiv, cărbune fix cu referire la masa iniţială, kg/kg; Q_c — — puterea calorică a carbonului, kcal/kg; C — concentraţia curentă a oxigenului în mediul gazos, kg/Nm^3; $T_0 = 273$ K; $\lambda_0 + b\, T_g$ — conductivitatea termică a fazei gazoase funcţie de temperatură, kcal/m.s.K; Nu_t — criteriul Nusselt termic; ε — coeficient de negreală a lignitului; φ — coeficientul de absorbţie a radiaţiei termice incidente; σ_0 — cons-

tanta de radiație a corpului negru, kcal/m².s.K⁴; T_f — temperatura medie în focar, K: $\bar{K}$ — constanta medie a vitezei de ardere a particulei de lignit, m/s

$$\bar{K} = \left[\frac{1}{k_0}\exp(E/RT) + \frac{\delta}{2D}\right]^{-1}, \tag{5}$$

unde k_0 este factorul precxponențial al vitezei de ardere cinetică, m/s; D — coeficient de difuzie, m²/s; $D = D_{0am}\,(T_g/T_0)^2$, unde D_{0am} este coeficientul de difuzie a amestecului, în condiții normale, m²/s.

Variația temperaturii fazei gazoase

$$\left[c_g V_g + \left(1 - \frac{\delta^3}{\delta_0^3}\right) c_a A^i\right] \frac{dT_g}{d\tau} = 3\frac{\delta^2}{\delta_0^3}\left[c_g(T_g - 273)(\zeta - 1)\,V_{ac}^0 + c_a A^i\,(T_g - T)\right]\frac{d\delta}{d\tau} + \left[c_g v_v(T_g - 273) + Q_v\right]\frac{dW}{d\tau} + \left\{\left[c_v(T - 273) + Q_v\right]\frac{\delta^3}{\delta_0^3} - c_g v_v(T_g - 273) - Q_v\right\}\frac{dV}{d\tau} - \frac{6\delta^2}{\rho_{co}\delta_0^3}\bar{K}C\frac{T_0}{T_g}\left[c_{O_2}(T_g - 273) - \frac{44}{32}c_{CO_2}(T - 273)\right] + \frac{6\delta^2}{\rho_{co}\delta_0^3}(\lambda_0 + b\,T_g)(T - T_g)\frac{Nu_t}{\delta}, \tag{6}$$

unde Q_v este puterea calorică a volatilelor, kcal/kg; c_g — căldura specifică a gazelor, kcal/Nm³.K.

Viteza de ardere a particulei de cocs de lignit

$$\frac{d\delta}{d\tau} = -2\frac{\bar{K}C}{\rho_{cs}G_{cs}}\frac{T_0}{T_g}, \tag{7}$$

unde ρ_{cs} este densitatea cocsului, kg/m³; G_{cs} — greutatea oxigenului necesar arderii cocsului, kg/kg.

Variația concentrației de oxigen

$$V_g\frac{dC}{d\tau} = -Cv_v\frac{dV}{d\tau} + (v_v C - G_v)\frac{dW}{d\tau} + 3\frac{\delta^2}{\delta_0^3}(\zeta - 1)\,V_{ac}^0 C\frac{d\delta}{d\tau} - \frac{6\delta^2}{\delta_0^3\rho_{co}}\bar{K}C\frac{T_0}{T_g}, \tag{8}$$

unde G_v este cantitatea de oxigen necesar arderii volatilelor, kg/kg.

Concentraţia iniţială a oxigenului

$$C_0 = 1{,}428\ V_{O_{min\,c}}\ [\lambda_p + (r_1 + r_2)\ (\lambda_f - 1)] : \{\lambda_p V^0_{ac} + n V^0_{gg} + (r_1 + r_2) \cdot$$

$$\cdot [V^0_{gc} + (\lambda_f - 1)\ V^0_{ac} + n V^0_{gg}] + v_{H_2O} W^i_i\},$$

unde $V_{O_{min\,c}}$ este volumul minim de oxigen necesar arderii lignitului, Nm^3/kg; temperatura iniţială a fazei gazoase

$$t_{g0} = \{(\lambda_p c_{aum} V^0_{ac} + c_{H_2O} W^i_i) t_i + [V^0_{gc} + (\lambda_f - 1) V^0_{ac} + n V^0_{gg}] \cdot$$

$$\cdot (r_1\, c_g t_i + r_2\, c_g t_f) + n(Q^{anh}_i + c_{aum} V^0_{ag} t''_p + i_{co})\} :$$

$$: \{\lambda_p c_{aum} V^0_{ac} + c_{H_2O} W^i_i + n V^0_{gg} c_g + (r_1 + r_2)\, c_g [V^0_{gc} + (\lambda_f - 1) \cdot$$

$$\cdot V^0_{ac} + n V^0_{gg}]\},$$

unde c_{aum} este căldura specifică a aerului umed, $kcal/Nm^3.K$; t_i — temperatura amestecului la ieşirea din separator, °C; Q^{anh}_i — puterea calorică inferioară a combustibilului gazos anhidru, kcal/kg; t''_p — temperatura de preîncălzire a aerului de ardere, °C; temperatura teoretică de ardere a amestecului de combustibil solid şi gazos

$$Q^i_i + i_{co} + \lambda''_p I^0_{aum\,c}(t''_p) + (\lambda_f - \lambda''_p) I^0_{aumc}(t_0) +$$

$$+ n\{Q^{anh}_i + i_g(t_g) + \lambda''_p I^0_{aum\,g}(t''_p) + (\lambda_f - \lambda''_p) I^0_{aum}(t_0)\} =$$

$$= I_{gc}\,(\lambda_f,\ t_t) + n\, I_{gg}\,(\lambda_f,\ t_t) + (1 - a_{antr})\, A^i i_a\,(t_t),$$

unde i_{co} este entalpia specifică a combustibilului la temperatura mediului ambiant, kcal/kg; $i_{co} = c_{co} \cdot t_0$, unde t_0 este temperatura mediului ambiant °C; λ'' — coeficientul de exces de aer la ieşirea din preîncălzitorul de aer; $i_g(t_g)$ — entalpia specifică a combustibilului gazos la intrarea în focar kcal/kg; t_g — temperatura combustibilului gazos la intrarea în focar, °C; a_{antr} — fracţia de cenuşă antrenată; t_t — temperatura teoretică, necunoscuta ecuaţiei de bilanţ termic, °C; participaţia masică a combustibilului gazos

$$n = \rho^{anh} B_g / B_s,\ \text{kg/kg},$$

unde B_g este debitul de combustibil gazos anhidru, Nm^3/h; ρ^{anh} — densitatea gazului combustibil, kg/Nm^3; B_s — debitul de combustibil solid, kg/h; participaţia calorică a combustibilului gazos

$$q_g = \frac{n Q^{anh}_i}{n\, Q^{anh}_i + Q^i_i}\, 100,\ \%$$

Dependența $n = f(q_g)$ pentru gaz natural și gaz de gazogen este redată în figura 3.

Soluția sistemului de ecuații diferențiale 1; 2; 4; 6; 7; 8, conduce la aflarea funcțiilor V, W, T, T_g, δ și C, mărimi suficiente pentru a analiza comportarea la aprindere a lignitului în diverse condiții inițiale, condiții impuse de necesitatea rezolvării unor probleme practice de utilizare eficientă a resurselor energetice primare. Totodată, citirea sistemului prezintă și parametrii variabili care se iau în calcul și care oferă posibilitatea analizei mai multor variante; acești parametri sînt: diametrul inițial al particulei de lignit; excesul de aer primar; gradele de recirculare r_1 și r_2 etc. În analiza de față s-a urmărit, în special, aprinderea particulelor de praf de lignit de Rovinari la folosirea combustibilului auxiliar a gazului natural și a gazului de gazogen; deci, din acest punct de vedere, parametrii variabili sînt participarea masică n și implicit, puterea calorică a combustibilului gazos, volumul de aer de ardere și de gaze de ardere rezultate.

Sistemul de ecuații s-a rezolvat cu ajutorul unui calculator numeric FELIX, prin metode Runge-Kutta; variantele de calcul (32 variante) sînt scrise în tabelul 1.

Tabelul 1

Variantele de calcul

Combst. gazos	Varianta	λ_p	n	δ_0	Combst. gazos	Varianta	λ_p	n	δ_0
—	—	—	kg/kg	m	—	—	—	kg/kg	m
Gaz natural	1	1,15	0	100.10^{-2}	Gaz natural	17	0,5	0	50.10^{-6}
	2	1,15	0,0152	„		18	„	0,0152	
	3	„	0,0343	„		19	„	0,0343	
	4	„	0,0915	„		20	„	0,0915	
	5	0,5	0	„	Gaz de gazogen	21	1,15	0,183	100.10^{-6}
	6	„	0,0152	„		22	„	0,412	„
	7	„	0,0343	„		23	„	1,1	„
	8	„	0,0915	„		24	0,5	0,183	„
	9	0,15	0	„		25	„	0,412	„
	10	„	0,0152	„		26	„	1,1	„
	11	„	0,0343	„		27	0,25	0,183	„
	12	„	0,0915	„		28	„	0,412	„
	13	0	0	„		29	„	1,1	„
	14	„	0,0152	„		30	0	0,183	„
	15	„	0,0343	„		31	„	0,412	„
	16	„	0,0915	„		32	„	1,1	„

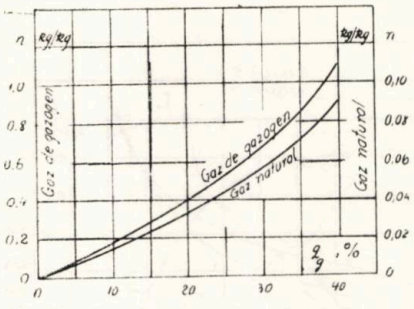


Fig. 3. — Dependenţa $n = f(q_g)$.

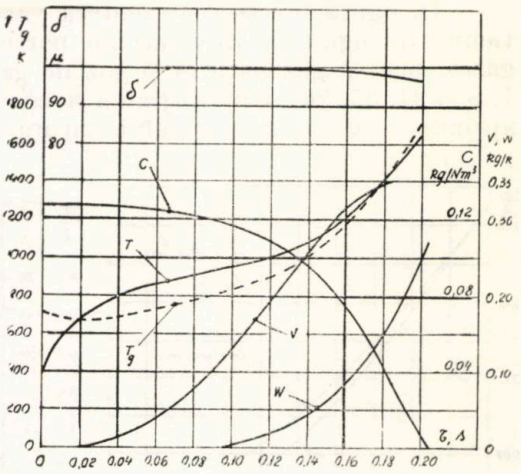


Fig. 4. — Dinamica funcţiilor C, W, T, T_g δ şi C (varianta 6).

Grafice şi interpretarea lor

În figura 4 este reprezentată dinamica funcţiilor V, W, T, T_g, δ şi C pentru varianta 6 (grafice similare se pot prezenta pentru toate cele 32 variante). Pentru $\tau = 0$, la ieşirea din arzător, particula are 373 K (100°C). În momentele iniţiale temperatura ei, T, creşte repede, pe seama radiaţiei şi a conductivităţii gazelor; după aceea viteza de creştere se micşorează ca apoi, la aprindere să înceapă să crească din nou rapid. Diametrul particulei, δ, după aprindere începe să scadă. Timpul de aprindere τ_{apr}, se poate citi din grafic, dar mai uşor din lista de date a calculatorului. Temperatura iniţială a fazei gazoase este, pentru varianta analizată de 720 K. La început, temperatura gazelor scade, apoi creşte lent, rămînînd în urma temperaturii particulei; apoi, după ce arde o parte însemnată a volatilelor, temperatura lor depăşeşte temperatura particulei. După ~ 0,02 s ($T \sim 680$ K), încep să se degaje volatile; degajarea completă încetează după ~ 0,18 s (T ~ 1380 K). O parte din volatile, (~9%) se degajă după ce particula deja s-a aprins. Durata efectivă de degajare a volatilelor este de 0,18—0,02 = 0,16 s. Cînd $T_g \sim 800$ K ($\tau = 0{,}092$ s) volatilele amestecate cu faza gazoasă se aprind. Aprinderea lor se face înaintea particulei de cărbune. Arderea lor se petrece în majoritate, pentru varianta analizată, simultan cu arderea particulei. Pentru cazul de faţă, volatilele degajate nu pot arde complet, deoarece excesul de aer primar, $\lambda_p = 0{,}5$, nu oferă oxigenul necesar şi astfel după 0,205 s, concentraţia oxigenului devine nulă, iar cantitatea volatilelor arse pînă în acest moment este de $W = 0{,}27$ kg/kg. În perioada arderii volatilelor, introducerea în jet a aerului secundar, oferă oxigenul necesar arderii în continuare atît a volatilelor, cît şi a particulei de cărbune (mai exact particulă de cocs de cărbune). După aprinderea volatilelor, concentraţia oxigenului începe să scadă, scăderea accentuîndu-se după aprinderea particulei.

În figura 5 este reprezentată variația timpului de aprindere a particulei de lignit de Rovinari cu participația calorică a combustibilului gazos, pentru gaz natural și gaz de gazogen (cuplurile de variante 5, 6, 7, 8 și 24, 35, 26). Din diagramă se constată că diferențele între timpul de aprindere la folosirea gazului natural și gazului de gazogen sînt mici,

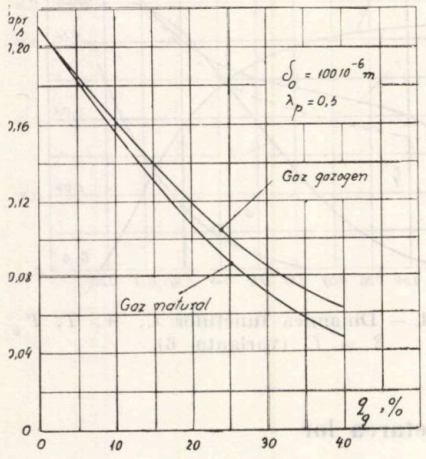


Fig. 5. — Variația timpului de aprindere cu participația calorică a combustibilului auxiliar.

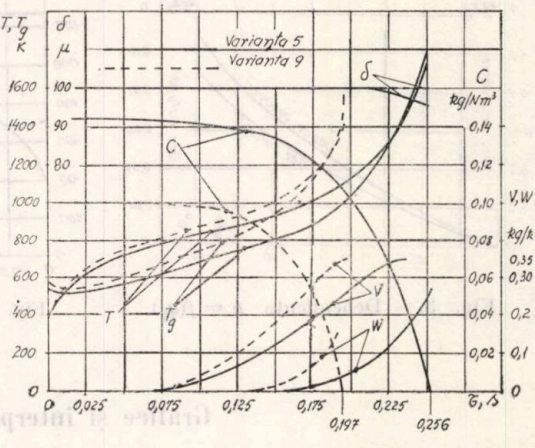


Fig. 6. — Comparație între funcții pentru variantele 5 și 9.

ceea ce oferă bază afirmării că gazul de gazogen poate fi folosit drept combustibil auxiliar (suport) la aprinderea lignitului de Rovinari. (Rămîne de analizat dacă și arderea particulei conduce la aceeași concluzie).

În figura 6 este reprezentată, comparativ, evoluția în timp a funcțiilor analizate pentru variantele 5 și 9, variante ce se deosebesc între ele numai prin valoarea coeficientului de aer primar ($\lambda_p = 0,5$ respectiv 0,25). În varianta 5 particula se aprinde după 0,212 s; după 0,256 s. concentrația oxigenului devine nulă, arderea încetînd; pînă în acest moment au ars $W = 0,268$ kg volatile/kg. În varianta 9 particula nu se aprinde. După 0,197 s concentrația oxigenului devine nulă și $W = 0,15$ kg volatile/kg. Dacă în perioada arderii volatilelor pentru varianta 9, se introduce aer secundar (dozarea lui în timp necunoscîndu-se în momentul de față) se asigură arderea mai departe a volatilelor și în mod sigur aprinderea particulei se face mai rapid ca în varianta 5. Dificultatea constă în a face ca jetul secundar de aer să intersecteze jetul primar într-o zonă mai apropiată de secțiunea lui de ieșire, ceea ce poate conduce la unele greutăți constructive. Raționînd în același mod nu sînt de eliminat din analiză nici variantele pentru care $\lambda_p = 0$. (Aprinderea volatilelor este asigurată de oxigenul din gazele de ardere recirculate forțat și natural).

În figura 7 este arătată dependența între timpul de aprindere a particulei și valoarea coeficientului de aer primar. La scăderea valorii aerului primar timpul de aprindere scade, fapt ce se repercutează favorabil asupra întregii perioade de ardere a particulei. În diagrama prezen-

tată, ca parametru variabil s-a folosit participaţia calorică a combustibilului gazos de aport. (Diagrama trebuie citită în felul următor : cînd $\lambda_p \to 0{,}25$; $\tau_{a,r} \to \infty$).

În figura 8 timpul de aprindere creşte cu diametrul iniţial al particulei şi scade cu participaţia calorică a combustibilului gazos auxiliar.

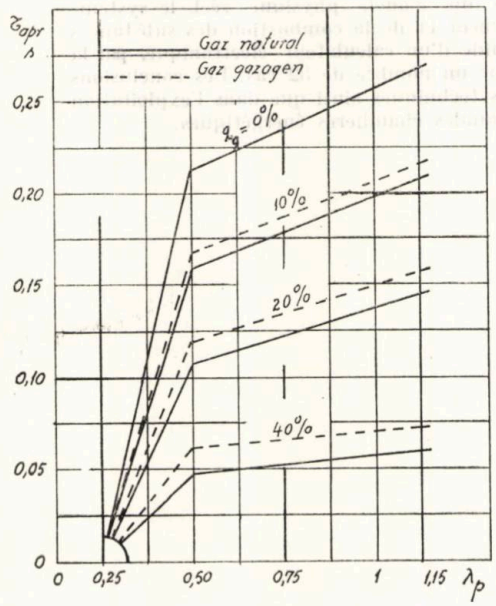


Fig. 7. — Influenţa aerului primar asupra aprinderii particulei de lignit ($\delta_0 = 100$ μ).

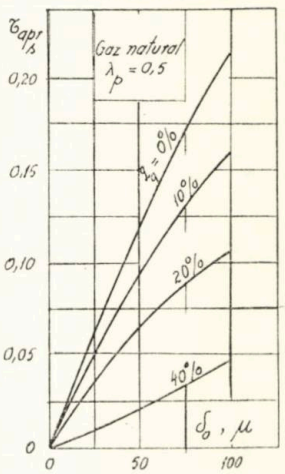


Fig. 8. — Variaţia timpului de aprindere cu diametrul iniţial al particulei.

Concluzii

— timpul de aprindere a particulei de lignit scade cu creşterea participaţiei calorice a combustibilului gazos ;

— pentru condiţiile considerate în analiza de faţă diferenţa între timpul de aprindere a particulei la folosirea gazului natural şi a gazului de gazogen este mică (fig. 5), ceea ce face raţională înlocuirea gazului natural cu gaz de gazogen în vederea asigurării stabilităţii flăcării de lignit pulverizat.

BIBLIOGRAFIE

1. *Neaga, C. C.*, Bul. Inst. Polit. Bucureşti, seria mecanică, nr. 4/1980.
2. *Şniţer, I. N. i dr.*, Electriceskie Stanţii, nr. 7/1972, pg. 22—25.

Analyse des possibilités d'allumage du mélange de lignite en poussière du Bassin d'Olténie et de gaz obtenus par la combustion des combustibles gazeux d'apport

Dans cet article on détermine le temps d'allumage de la particule de lignite du Bassin d'Olténie en présence des gaz obtenus par la combustion du gaz naturel ou bien du gaz de gazogène, en trouvant que les différences sont petites ; cela justifie l'utilisation du gaz de gazogène en tant que support de la combustion des combustibles solides inférieurs.

Afin de s'approcher davantage du modèle physique réel, le système d'équations tiendra compte du dégagement et de la combustion des substances volantes. Ce système a été résolu à l'aide d'un calculateur électronique, par la méthode numérique Runge-Kutta, pour un nombre de 32 cas. Les conclusions seront utiles dans les études et projets techniques ainsi que dans l'exploitation des installations de combustion des grandes chaudières énergétiques.

C.Z. 621.91/918

CONTRIBUȚII PRIVIND INFLUENȚA MICROGEOMETRIEI FEȚELOR ACTIVE ALE SCULELOR AȘCHIETOARE DIN OȚEL RAPID ASUPRA CAPACITĂȚII LOR DE AȘCHIERE (II)

E. STRĂJESCU *

În lucrare se definesc parametrii microgeometriei fețelor active ale sculelor așchietoare precum și relațiile de interdependență dintre aceștia, determinate pe cale experimentală.

Se prezintă, de asemenea, modelul matematic al procesului de uzură a sculelor așchietoare din oțel rapid. Rezultatele obținute pe cale teoretică au fost confirmate experimental pentru cuțite de strung și pentru burghie elicoidale.

Pe baza modelului matematic propus s-a stabilit analitic și experimental influența parametrilor microgeometriei fețelor active ale sculelor așchietoare asupra capacității lor de așchiere, obținînd rezultate teoretice și practice importante.

Un alt aspect studiat în contextul prezentei cercetări a fost acela al modului de influențare de către rugozitatea fețelor active ale sculelor așchietoare a forțelor de așchiere în cazul strunjirii, și a momentului de torsiune la burghiere.

Mărimea forțelor de frecare între fața de așezare și suprafața prelucrată și între fața de degajare și așchie depinde în mod evident pe lîngă alți parametri, de mărimea rugozității feței de așezare și de degajare, ca și de mărimea uzurii sculei.

Cercetări experimentale prezentate în literatura de specialitate [4] și confirmate de studiile noastre au pus în evidență o variație liniară a forțelor de așchiere cu mărimea fațetei de uzură h_z pe fața de așezare, dacă această uzură nu este prea mică sau prea mare.

Principala observație care s-a desprins din analiza modificării forțelor în timp este aceea că viteza de creștere a forțelor după depășirea primei perioade de uzură inițială este aceeași pentru toate sculele, indiferent de rugozitatea suprafețelor active de degajare și așezare. Pentru a justifica această afirmație se prezintă figura 1 în care este reprezentat modul de variație al forței F_z în cazul strunjirii oțelului OLC 45 cu o sculă din oțel rapid marca Rp3 avînd geometria și regimul de așchiere identic cu al cuțitelor la care s-a studiat durabilitatea. Măsurarea forțelor s-a efectuat cu ajutorul unui dinamometru pentru strunjire prezentat în lucrarea [5].

Manuscris primit la data de 11 septembrie 1981

* Șef lucrări dr. ing., Catedra Mașini unelte și scule

Această constanță a pantei dreptei subliniază o dată în plus că aprecierea conform căreia rugozitatea fețelor active ale sculelor modifică momentul începerii uzurii de regim și nu influențează fenomenele care au loc în timpul uzurii de regim este justificată de către noțiunea de rugozitate dinamică prezentată în lucrarea [6].

După cum se vede în figura 1 micșorarea rugozității unei scule conduce la micșorarea forțelor de așchiere. (Fenomenele sînt similare și în cazul forțelor F_x — F_y, dar mai reduse ca amploare).

Prelucrarea datelor experimentale a condus la expresiile care dau valorile F_z, F_x, F_y după 10 minute de la începutul prelucrării (s-a considerat că după 10 minute se stabilizează viteza de creștere în timp a forței, fiind depășită perioada cu fenomene tranzitorii a primei porțiuni a carac-

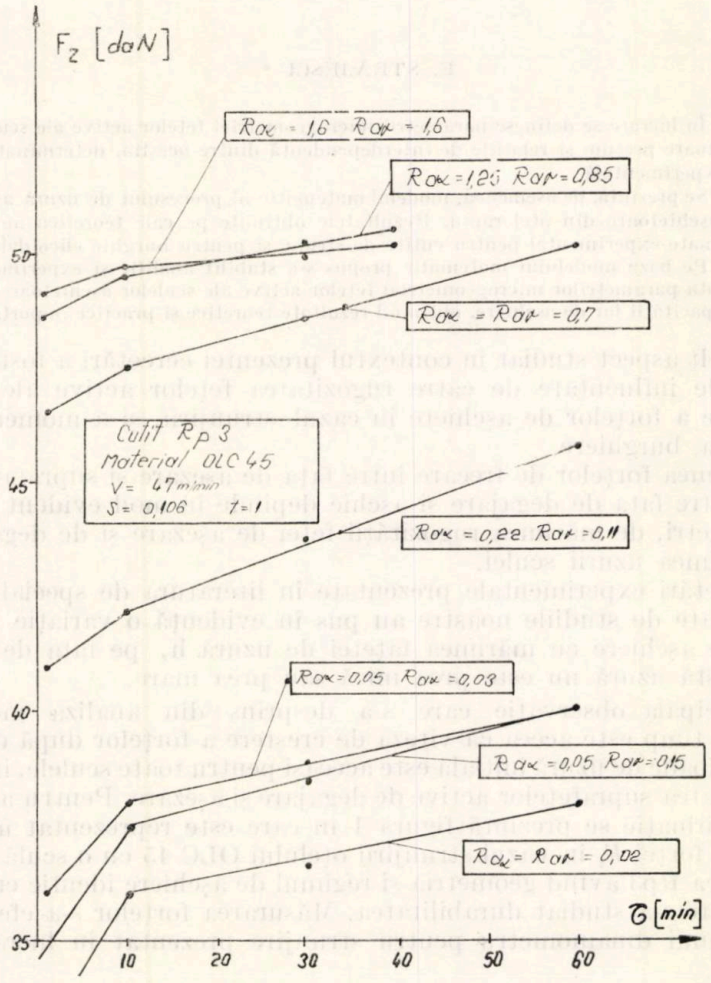


Fig. 1. Influența rugozității sculei asupra forței principale de așchiere la strunjire.

teristicii de uzură) în funcţie de rugozităţile pe cele două feţe active :

$$F_{z10} = 37{,}31 \cdot R_{a\alpha}^{0{,}48} \cdot R_{a\gamma}^{0{,}15} \quad (1)$$

$$F_{x10} = 9{,}58 \cdot R_{a\alpha}^{0{,}07} \cdot R_{a\gamma}^{0{,}009} \quad (2)$$

$$F_{y10} = 8{,}30 \cdot R_{a\alpha}^{0{,}07} \cdot R_{a\gamma}^{0{,}02} \quad (3)$$

Pentru a putea calcula valoarea forţelor de aşchiere în momente ulterioare (necesare în cazul utilizării sculelor în maşini cu comandă adaptivă cînd criteriul de optimizare este mărimea forţelor de aşchiere) s-a determinat viteza de variaţie a forţei în timp, plecînd de la considerarea aspectului liniar al curbelor de variaţie, putîndu-se scrie ecuaţiile:

$$F_{z\tau} - F_{z10} = m_{F_z}(\tau - 10) \quad (4)$$

$$F_{x\tau} - F_{x10} = m_{F_x}(\tau - 10) \quad (5)$$

$$F_{y\tau} - F_{y10} = m_{F_y}(\tau - 10) \quad (6)$$

cu valorile în cazul experimental specificat $m_{F_z} = 0{,}051$; $m_{F_x} = 0{,}014$; $m_{F_y} = 0{,}011$.

În cazul operaţiunii de găurire, studiindu-se influenţarea forţei axiale şi a momentului de torsiune de către rugozităţile feţelor active ale burghiului, s-a ajuns la concluzia că influenţa asupra forţei axiale este neconcludentă, iar problemele influenţei asupra momentului de torsiune sînt identice cu cele de la strunjire.

Expresia momentului de torsiune la găurire după 10 minute de la începerea găuririi este dată în relaţia (7) pentru găurirea cu un burghiu din oţel rapid Rp3 cu $D = 14{,}5$ mm a unui material OLC 45 cu regimul $v = 13{,}31$ m/min şi $s = 0{,}18$ mm/rot

$$M_{t10} = 1884{,}37 \cdot R_{a\alpha}^{0{,}14} \cdot R_{a\gamma}^{0{,}06} \quad (7)$$

Determinarea momentului de torsiune după un timp τ oarecare se face cu relaţia:

$$M_{t\tau} - M_{t10} = m_{\mu_{Mt}}(\tau - 10) \quad (8)$$

cu $m_{M_t} = 21{,}5$

Se observă în relaţia (8) că influenţa rugozităţii pe faţa de aşezare este mai importantă, ceea ce este convenabil din punctul de vedere al posibilităţilor tehnologice reduse de intervenţie asupra rugozităţii pe faţa de degajare.

De asemenea, relaţia (8) aplicată în cazul unor rugozităţi limită ale feţei de aşezare, de exemplu $R_{a\alpha} = 1{,}6$ μm şi $R_{a\gamma} = 0{,}04$ μm indică o scădere a momentului de torsiune cu 15 %, ceea ce împreună cu reducerea cu pînă la 30 % a forţelor de aşchiere la strunjire obţinută, de asemenea, prin superfinisare înseamnă scăderea consumului de energie consumată în procesul de aşchiere, rezultat important în actualul context de criză energetică.

În afara parametrilor geometrici și constructivi ai sculei, și a parametrilor procesului de așchiere, rugozitatea suprafeței prelucrate este influențată (mai ales în cazul regimurilor de semi-finisare și finisare) de microgeometria sculei reprezentată prin parametrii ρ și R_{at}, precumpănitori în stabilirea rugozității piesei.

Evidențierea acestei influențe a rugozității sculei asupra rugozității suprafeței prelucrate a fost făcută prin măsurarea microgeometriei suprafeței prelucrate din 10 în 10 minute cu ajutorul unui rugozimetru cu palpator (tipul Surtronic, produs de firma Taylor-Hobson). Rezultatele determinărilor efectuate pentru diferite rugozități ale tăișului în timpul prelucrării materialului OLC 45 cu ajutorul cuțitelor de strung din Rp3 având parametrii geometrici deja amintiți, în condițiile regimului de așchiere normalizat sînt date în diagramele din figura 2.

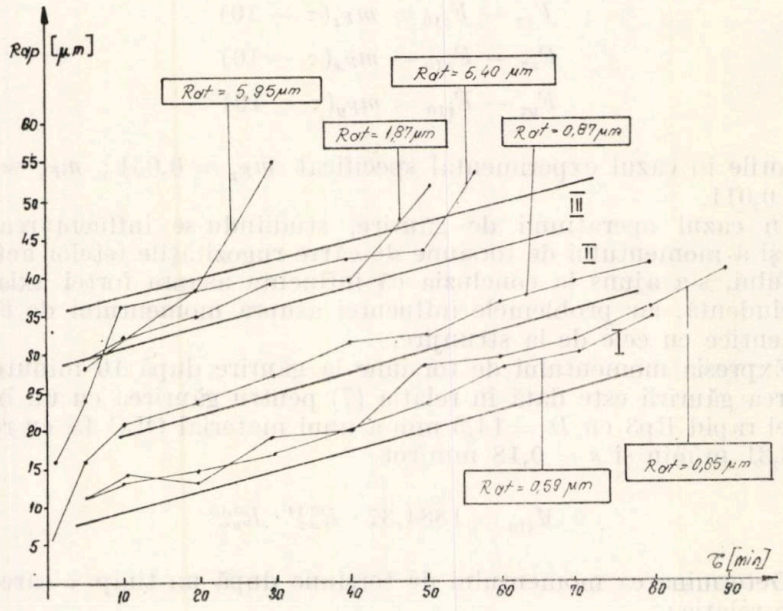


Fig. 2. Influența rugozității sculei asupra rugozității suprafeței prelucrate.

Concluziile pe care le impune analiza curbelor $R_{ap} = f(\tau)$ pentru diferite rugozități ale tăișului R_{at} sînt următoarele:

Aspectul curbei $R_{ap} = f(\tau)$ este de aceeași natură cu aspectul caracteristicilor de uzură, în sensul că se pot observa pe o astfel de curbă o primă porțiune de 5—10 minute în care rugozitatea piesei crește foarte repede, apoi o porțiune în care rugozitatea piesei crește cu o viteză constantă în timp, mai redusă ca valoare, și o porțiune finală în care apare uzura catastrofală la sculă și în care uzura crește repede, ca și rugozitatea suprafeței prelucrate.

O altă observație este că în general valoarea rugozității la care se atinge uzura maximă admisibilă este aproximativ aceeași (în cazul sculelor și regimurilor experimentate circa $R_{ap} = 40$ μm).

Diferențele dintre sculele prezentînd rugozități diferite ale tăişului R_{at} sînt importante pentru porțiunile de curbe ce se obțin în timpul uzurii de regim, şi sînt considerabile. Astfel, pentru sculele avînd R_{at} între 0,5 ... ... 0,7 μm se obțin rugozități ale piesei cuprinse în zona I (fig. 5). Dacă R_{at} este cuprins între 0,7 ... 3 μm, se obțin la piesă rugozități în zona a II-a, iar pentru $R_{at} > 3$ μm, rugozitățile piesei cresc.

Rezultă de aici că micşorarea rugozității unei scule aşchietoare (care se poate obține prin supra-netezire) conduce la obținerea unor rugozități mai scăzute la suprafața piesei prelucrate pentru un interval de timp mai mare. Dacă rugozitatea piesei este un criteriu important pentru piesa prelucrată, se vor alege acele rugozități ale sculei pentru care rugozitatea piesei capătă valori cuprinse în banda dorită, ținîndu-se cont şi de intervalul de timp în care rugozitatea se păstrează sub limita dorită.

După cum s-a arătat în prima parte a acestei lucrări, testarea durabilității unei scule aşchietoare este o operație pentru care se impune efectuarea unui număr mare de experiențe, a căror tratare statistică conduce după stabilirea funcției de repartiție la determinarea unei durabilități medii.

În paralel cu stabilirea durabilității medii este util să se determine funcția siguranței în funcționare, mai ales în cazul utilizării sculei pe maşini-unelte cu comandă numerică sau în centre de prelucrare şi în linii automate. Fiabilitatea unei element, $p(t)$, definită ca probabilitatea ca elementul să funcționeze fără defectări un timp $t > T$ este imediat determinabilă dacă se cunoaşte funcția de repartiție, cu ajutorul relației :

$$p(t) = 1 - q(t) \tag{9}$$

În cazul cuțitului de strung din oțel rapid, forma funcției de fiabilitate, scrisă pe baza distribuției Weibull are parametri diferiți pentru rugozități diferite pe fețele active ale sculei. S-au determinat experimental parametrii distribuției pentru două ascuțiri diferite obținînd:

$$p(t) = \exp\left[-\left(\frac{T}{35}\right)^{3,4}\right] \qquad \text{pt. } R_{a\alpha\gamma} = 1,6 \ \mu\text{m} \tag{10}$$

$$p(t) = \exp\left[-\left(\frac{T}{92}\right)^{11,25}\right] \qquad \text{pt. } R_{a\alpha\gamma} = 0,04 \ \mu\text{m} \tag{11}$$

Durabilitățile medii calculate cu cele două rînduri de parametri ai distribuției sînt $T_{1\text{med}} = 34$ min şi $T_{2\text{med}} = 88$ min.

Se calculează valorile probabilităților de bună funcționare a sculelor în trei puncte, şi anume la începutul intervalului de timp, la durabilitatea medie şi la durabilitatea maximă din eşantionul încercat. Rezultatele sînt trecute în tabelul 1.

Utilizarea relației (12) (aplicabilă în cazul distribuției Weibull) permite calculul dispersiei D şi al abaterii medii pătratice $\sigma = \sqrt{D}$.

Tabelul 1

Scula	1 $R_{a\alpha} = R_{a\gamma} = 1{,}6$ μm			2 $R_{a\alpha} = R_{a\gamma} = 0{,}04$ μm		
T	16	34	46	74	88	97
$p(t)$	0,95	0,48	0,10	0,92	0,54	0,16

Pentru cele două grupe de scule cu rugozitățile diferite se obține: $D_1 = 55{,}86$ min; $D_2 = 47{,}55$ min; $\sigma_1 = 7{,}47$ min; $\sigma_2 = 6{,}89$ min.

Aceste rezultate indică o mai bună tendință de grupare a durabilităților obținute pentru diferite scule, ceea ce permite o mai bună stăpînire a procesului tehnologic de utilizare a acestor scule.

Calculînd intervalul de încredere, respectiv intervalul în care se găsește durabilitatea sculei cu un risc $\alpha = 0{,}05$ (deci pentru o siguranță $p = 1 - \alpha = 0{,}95$) în cazul celor două populații de scule ascuțite diferit, se obține cu ajutorul relației (13):

$$D = \eta^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \right]^2 \right\} \tag{12}$$

în care $U_{\frac{\alpha}{2}}$ este $\frac{\alpha}{2}$ — cuantila distribuției normale [2] tabelul 2.

În acest tabel se dau intervalele de încredere, precum și limitele acestora, în cazul celor două familii de scule.

$$P\left(T_{\text{med}} - U_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < T_{\text{med}} < T_{\text{med}} + U_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) > 0{,}95 \tag{13}$$

Tabelul 2

Scula	T_{med} [min]	T_{min} [min]	T_{max} [min]	ΔT [min]
Grupa I $R_{a\alpha} = R_{a\gamma} = 1{,}6$μm	34	29	39	10 min
Grupa II $R_{a\alpha} = R_{a\gamma} = 0{,}04$μm	88	83,62	92,38	8,74min

Se observă că în cazul sculei superfinisate intervalul de încredere se micșorează.

În cazul burghielor elicoidale, a căror durabilitate este distribuită după o lege de repartiție alfa, considerînd două populații de burghie avînd ambele $R_{a\gamma} = 3{,}2$ μm, dar prima ascuțită cu $R_{a\alpha} = 1{,}6$ μm, iar a doua

cu $R_{a\alpha} = 0{,}04$ μm, s-au obținut funcțiile de fiabilitate:

$$p_1(T) = 1 - q_1(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{85}{T} - 3} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \qquad (14)$$

$$p_2(T) = 1 - q_2(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{375}{T} - 8} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \qquad (15)$$

Calculul siguranței în funcționare pentru valorile extreme și medii ale durabilității în cele două cazuri sînt date în tabelul 3, care indică, de asemenea, o creștere substanțială a probabilității de bună funcționare a burghielor netezite pe fața de așezare pentru o durabilitate medie.

Tabelul 3

Scula	1 $R_{a\alpha} = 1{,}6$ μm			2 $R_{a\gamma} = 0{,}04$ μm		
T	13	31,4	49	25	47,6	67
$p(T)$	0,99	0,28	0,10	1,00	0,45	0,01

Calculul dispersiilor, efectuat cu relația:

$$D = \frac{\beta^2}{\alpha^4}\left(1 + \frac{\beta}{\alpha^2}\right) \qquad (16)$$

conduce la $D_1 = 168{,}5$ min; $\sigma_1 = 13$ min; $D_2 = 38{,}62$ min; $\sigma_2 = 6{,}2$ min

Calculul intervalelor de încredere pentru durabilitatea medie obținută pentru fiecare grupă de burghie în cazul unui risc $\alpha = 0{,}05$ conduce la reducerea la jumătate a acestora, cu avantajele deja enumerate. Intervalele de încredere sînt prezentate în tabelul 4.

Tabelul 4

Scula	T_{med} [min]	T_{min} [min]	T_{max} [min]	ΔT [min]
Grupa 1 $R_{a\alpha} = 1{,}6$ μm	31,4	27,27	35,52	8,25
Grupa 2 $R_{a\alpha} = 0{,}04$ μm	47,6	45,54	49,66	4,12

Superfinisarea sculelor aşchietoare este o operaţiune care presupune un consum suplimentar de timp, material abraziv şi energie. De aceea, punerea din punct de vedere economic a problemei trebuie făcută în concordanţă cu cerinţele de mărire a eficienţei economice. Ca urmare a studiilor efectuate s-a calculat funcţia „cost al ascuţirii", şi cu ajutorul ei s-a determinat funcţia „eficienţă economică $= f$ (rugozitatea feţelor active). Prin derivarea acestei funcţii în raport cu rugozităţile, s-a determinat valoarea optimă din punct de vedere economic pentru rugozităţile pe cele două feţe active ale sculelor aşchietoare.

Din punct de vedere tehnologic, problema centrală a celor expuse este problema tehnologiilor de ascuţire, finisare şi superfinisare a feţelor active ale sculelor din oţel rapid şi ale sculelor armate cu plăcuţe din carburi metalice, pentru obţinerea acelor rugozităţi care să asigure creşterile de durabilitate în condiţii de eficienţă. Conform verificărilor efectuate de autor, valoarea determinată ca optimă pentru rugozitatea feţelor active ale sculelor aşchietoare din oţel rapid este de circa 0,1 ... 0,2 μm, iar pentru sculele armate cu plăcuţe din carburi metalice de circa 0,08 ... 0,12 μm.

Aceste valori se obţin dacă ascuţirea se realizează cu discuri abrazive din NCB pentru oţelurile rapide şi cu discuri abrazive cu diamant pentru plăcuţele din carburi metalice.

Considerăm că introducerea pe scară largă a tehnologiilor de prelucrare cu diamant şi NCB reprezintă singura alternativă corectă din punct de vedere tehnico-economic, căci se asigură în acest fel rugozitatea optimă. Se cere să se treacă hotărît la elaborarea de maşini de ascuţit care să permită utilizarea acestor noi tipuri de scule, pentru a se face simţit saltu-calitativ dorit în exploatarea sculelor aşchietoare.

Desigur este esenţial să arătăm că cele expuse pe parcursul prezentei lucrări sînt corecte, dacă celelalte aspecte legate de scula aşchietoare sînt corect rezolvate. Se impune aşadar ca proprietăţile fizico-mecanice ale materialului sculei să fie cele corespunzătoare, iar parametrii geometrici corect aleşi şi corect realizaţi. Se ştie că variaţia unghiului γ cu 2° faţă de valoarea optimă reduce durabilitatea sculei cu pînă la 50%, situaţie care se prezintă asemănător şi în cazul celorlalte unghiuri. Acest lucru impune o dată în plus ideea că cea mai importantă operaţie din procesul tehnologic de realizare a unei scule aşchietoare este operaţia de ascuţire, şi că de modul cum se realizează geometria, atît din punct de vedere al geometriei cît şi din punct de vedere al micro-geometriei depinde capacitatea de aşchiere a sculei.

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Enache, E. Străjescu, Al. Dorin*, Contribution concernant l'établissement des conditions de coupe ; Annalles du CIRP, iulie 1976.
2. *V. Vodă, D. Iliescu*, Statistică şi toleranţe ; Editura Tehnică, Bucureşti, 1976.
3. *Al. Dorin*, Evaluarea durabilităţii burghielor prin metode statistice, Buletinul IPB ; nr. 3/1976
4. *N. N. Zorev*, International Research in Production Engineering ; Conf. ASME Pittsburg 1963.
5. *S. Enache, E. Străjescu*, Contribution concernant l'établissement expérimental des forces de coupe au tournage. Annalles du CIRP, iulie 1974.

Contributions Concerning the Influence of the Microgeometry of the Bearing Surface of the Cutting Tools Made-up of High-Speed Steel upon Their Cutting Capacity

One defines in the paper the parameters of the bearing surfaces microgeometry for cutting tools as well as their relationship determined experimentally.

One presents also the mathematical model of the variation mode of the tools wear made up of high-speed steel. The results obtained theoretically have been confirmed experimentally for lathe tools and for twist drills.

On the basis of the mathematical model proposed one has established analytically and experimentally the influence of the parameters of the microgeometry of the bearing surfaces of cutting tools upon their cutting capacity obtaining practical and theoretical results between the most important being;

1. The increase two or three times of the tool-life for a sharpened smoothed tool with regard to a sharpened tool being conspicuous the great additional tool-life obtained by the tool smoothing.

2. The decrease of the cutting forces with about 20% for the turning and with about 15% for the torsion moments during the drilling as a consequence of the smoothing of their bearing surfaces.

3. The decrease of the roughness of the worked surfaces with about 30% for the turning with sharpened smoothed tools.

4. The increase twice of the reliability for the smoothes cutting tools and the decrease of the results dispersion during the tool-life tests.

C Z. : 621.91 :669.71

PRELUCRABILITATEA PRIN AȘCHIERE A ALIAJELOR DE ALUMINIU EXTRUDABILE AlCu4Mg1 ȘI AlCu4Si1Mg

A. SZUDER *

Pe baza unei formule complexe de determinare a prelucrabilității prin așchiere, care ține seama concomitent de principalele criterii de apreciere a acesteia, se prezintă comparativ prelucrabilitatea prin așchiere a două aliaje de aluminiu în condițiile variației parametrilor regimului de așchiere și a geometriei sculei așchietoare.

Într-o lucrare precedentă [2] s-au dat semnificații precise noțiunii de prelucrabilitate și s-a propus o ecuație complexă de determinare a prelucrabilității prin așchiere, care ține seama concomitent de principalele criterii de apreciere a rugozității (uzură, calitatea suprafeței, etc.) și care prezintă avantajul comparării prelucrabilității mai multor materiale în cazul unor regimuri de așchiere și geometrii de scule optimizate.

În cele ce urmează se verifică experimental ecuația propusă în cazul prelucrării prin așchiere a două aliaje de aluminiu extrudabile folosite în construcțiile aeronautice.

Încercările experimentale privind prelucrabilitatea prin așchiere a aliajelor AlCu4Mg1 și AlCu4Si1Mg s-au efectuat pe 700 kg. de bare extrudate, utilizînd scule din oțel rapid RP3 și scule cu plăcuțe din carburi metalice amovibile.

Se vor prezenta unele din rezultatele obținute la strunjirea cu cuțite din oțel rapid. Pentru acestea s-au dedus formulele de calcul și coeficienții cu indicii respectivi pentru principalii factori care intră în componența formulei complexe de determinare a prelucrabilității prin așchiere :

$$P.A. = \frac{C_V}{C_{P_z} \cdot K_{V_z} \cdot C_{Ra} \cdot K_{VRa}} \cdot S^{1-Y_{P_z}-Y_v} \cdot t^{1-X_{P_z}-X_v} \cdot e^{S \cdot Y_{Ra}} \cdot T^{-\frac{1}{z}} \quad (1)$$

Manuscris primit la data de 30 iunie 1981

* Șef lucrări dr. ing., Catedra Tehnologia construcției de mașini

Cu ajutorul calculatorului electronic s-au calculat principalele valori ale parametrilor care intră în componenţa acestei formule cît şi valorile P.A.$_1$ şi P.A.$_2$ pentru cele două aliaje în cazul a 13 geometrii de scule şi a tuturor combinaţiilor cînd parametrii regimului de aşchiere au fost variaţi după cum urmează:

V = 50 ... 400 m/min, s = 0,06 ... 0,5 mm/rot, t = 0,5 ... 5 mm.

Valorile obţinute pe baza formulei complexe pot fi folosite în diverse situaţii practice ce se pot ivi, cu sau fără restricţii iniţiale, ele răspunzînd cerinţelor referitoare la aprecierea complexă a prelucrabilităţii prin aşchiere.

Astfel în cazul în care nu sînt impuse restricţii iniţiale din punct de vedere al regimului de aşchiere şi nu se acordă o preferinţă unuia din criteriile de bază de apreciere a prelucrabilităţii (productivitate, putere consumată, calitatea suprafeţei, etc.), optimizarea se face în felul următor. Plecînd de la valoarea lui P.A. se caută pentru fiecare geometrie studiată şi fiecare aliaj, valoarea maximă a lui P.A., care va corespunde în fiecare caz unei anumite combinaţii de valori a parametrilor regimului de aşchiere (v, s, t). Vor rezulta prin urmare în cazul nostru, 13 valori ale lui P.A. pentru fiecare din cele două aliaje.

O primă remarcă care se poate face cunoscînd aceste 13 valori este cea referitoare la influenţa diverşilor parametri asupra prelucrabilităţii. Astfel geometriile 2 ... 13 (vezi tab. 1), prezintă variaţia numai a unuia din parametrii geometrici ai sculei faţă de geometria de bază 1. (γ = = 25°, $\varkappa$ = 90°, $\varkappa_1$ = 5°, R = 1 mm) fapt care va face ca valoarea lui P.A. pentru una sau mai multe din geometriile 2—13 să fie mai mare sau mai mică decît pentru geometria 1. Acest lucru indică că respectiva variaţie a parametrului geometric provoacă o mărire sau o micşorare a prelucrabilităţii materialului studiat în cazul utilizării acelei geometrii faţă de geometria de bază 1.

În continuare se alege din cele 13 valori P.A. pentru fiecare aliaj, valoarea maximă, care va corespunde unei anumite geometrii şi unei anumite combinaţii a parametrilor v, s, t. Această valoare maximă a lui P. A. nu va corespunde în mod necesar pentru cele două aliaje, aceleiaşi geometrii a sculei şi aceloraşi parametri ai regimului de aşchiere. Aceste două valori ale lui P.A. reprezintă indicii prelucrabilităţii complexe a celor două aliaje în cazul optimizării fără restricţii a regimului de aşchiere şi a geometriei sculei (cu alte cuvinte se face o optimizare globală funcţie de toate criteriile principale de apreciere a prelucrabilităţii, fără să se acorde unuia dintre ele o importanţă mai mare sau un rol restrictiv).

Raportul acestor 2 indici reprezintă coeficientul prelucrabilităţi relative complexe a celor două materiale, obţinut în condiţiile arătate mai sus.

Pe baza acestor considerente şi a unui foarte mare număr de date calculate pe ordinator s-a întocmit tabelul 1 în care sînt trecute pentru fiecare aliaj şi geometrie valorile maxime ale lui P.A. şi corespunzător valorilo r parametrilor regimului de aşchiere cărora le corespund aceşti indici P.A. maximi.

Făcînd o analiză a tabelului se pot face următoarele consideraţii:

— pentru unele geometrii P.A. creşte cu creşterea adîncimii de aşchiere (pentru acelaşi avans) în timp ce pentru alte geometrii P.A. scade.

— valorile maxime ale lui P.A. se obțin pentru vitezele de așchiere cele mai mari (cu excepția aliajului AlCu4SiIMg în cazul geometriei 7 unde la R = 3 mm, la viteze mari puterea consumată și rugozitatea sînt foarte mici, în timp ce la v = 200 m/min ele sînt minime).

Comparînd valorile lui P.A. pentru geometriile 2 ... 13 cu valorile lui P.A. pentru geometria 1 (de bază) se vede că :

a) Pentru aliajul AlCu4Mg1, $\gamma = 30°$, $\varkappa = 45°$ îmbunătățesc indicii de prelucrabilitate comparativ cu geometria 1 ($\gamma = 25°$, $\varkappa = 90°$). Se observă însă că numai pentru $\gamma = 30°$, regimul de așchiere este același cu cel la care s-a obținut P.A. maxim pentru geometria 1, în timp ce la $\varkappa = 45°$ dacă s-ar folosi acest regim (s = 0,1 mm/rot, t = 5 mm) P.A. = 4,8 deci mai mic ca pentru prima geometrie (P.A. = 5,3). Rezultă că pentru acest aliaj se va alege ca P.A. maxim pe P.A. = 6,89 (v = 400 m/min, s = 0,06 mm/rot, t = 0,5 mm) oferit de geometria 10.

b) La aliajul AlCu4SiIMg, se observă că exceptînd geometriile 2 și 3 toate celelalte geometrii oferă valori mai mari pentru P.A. decît geometria 1, bineînțeles cu observațiile care au fost făcute mai sus referitoare la regimurile de așchiere. Se alege și în acest caz valoarea maximă a lui P.A. care corespunde tot geometriei 7 și aceluiași regim de așchiere (P.A. max = 6,71).

Raportul acestor doi indici ai prelucrabilității complexe pentru geometriile și regimurile analizate reprezintă coeficientul prelucrabilității relative complexe :

$$K_{P.A.} = \frac{6,89}{6,71} = 1,03$$

sau cu alte cuvinte aliajul AlCu4Mg1 este cu 3,6% mai prelucrabil decît aliajul AlCu4SiIMg în condițiile enunțate.

În practica uzinală în majoritatea cazurilor se ivesc situații care impun o serie de restricții de cele mai diverse naturi :

— existența în dotare a unor mașini-unelte care nu au decît o gamă limitată de avansuri și turații.

— configurația unor piese care nu permit decît utilizarea unor anumite geometrii de scule.

— adaosuri de prelucrare mari sau mici care impun restricții în ceea ce privește adîncimea de așchiere.

— puteri limitate ale mașinilor unelte.

— clasele de calitate impuse din proiectare.

— impunerea lucrului cu un anumit regim de așchiere sau geometrie de sculă avînd în vedere domeniile de vibrații sau forma așchiilor obținute.

În aceste situații, determinarea indicilor P.A. se va face plecînd de la condițiile restrictive, ceea ce va limita numărul valorilor lui P.A. ce pot fi luate în considerație.

După alegerea valorilor maxime ale lui P.A. în aceste condiții alegerea lui P.A. optim se va face ca în exemplul prezentat.

Tabelul 1

Valorile maxime ale lui P.A. și regimurile optime de așchiere pentru cele 13 geometrii în cazul în care nu se fac restricții

Geometria	AlCu4Mg1				AlCu4Si1Mg			
	v	s	t	P.A.	v	s	t	P.A.
1. ($\gamma = 25°$; R = 1 mm; $\varkappa = 90°$; $\varkappa_1 = 5°$)	400	0,1	5	5,3	400	0,1	0,5	1,6
2. ($\gamma = 6°$)	400	0,1	5	4,23	400	0,1	0,5	1,33
3. ($\gamma = 20°$)	400	0,1	5	4,75	400	0,1	0,5	1,47
4. ($\gamma = 30°$)	400	0,1	5	6,15	400	0,1	0,5	1,7
5. (R = 0 mm)	400	0,06	0,5	5,48	400	0,06	0,5	4,07
6. (R = 2 mm)	400	0,1	5	2,68	400	0,2	5	3,64
7. (R = 3 mm)	400	0,1	5	1,92	200	0,2	5	4,43
8. ($\varkappa = 75°$)	400	0,2	5	4,46	400	0,06	5	3,59
9. ($\varkappa = 60°$)	400	0,1	5	4,21	400	0,06	0,5	4,89
10. ($\varkappa = 45°$)	400	0,06	0,5	6,89	400	0,06	0,5	6,71
11. ($\varkappa_1 = 10°$)	400	0,1	5	4,4	400	0,1	5	1,8
12. ($\varkappa_1 = 15°$)	400	0,1	5	3,52	400	0,1	5	2,03
13. ($\varkappa_1 = 20°$)	400	0,1	5	4,43	400	0,1	5	2,03

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Szuder*, „Contribuții la studiul prelucrabilității prin așchiere a unor aliaje de aluminiu extrudabile românești". Teză de doctorat. Inst. Politehnic Iași. 1975.
2. *A. Szuder*, Buletinul IPB, seria Mecanică, Tomul XLIII, nr. 4, 1981.

The Machinability of Wrought Aluminium Alloys AlCu4Mg1 (2024) and AlCu4Si1Mg (2014)

Using a new machinability determination formula which take into account of the mains machinability criterions, the principal results of two wrought aluminium alloys comparative machinability study by computer tehnics are presented.

C Z.: 621.9
621—187.4

INFLUENȚA ERORILOR DE ORIENTARE ASUPRA PRECIZIEI DE PRELUCRARE

C. NEAGU, M. GHEORGHE *

Precizia de prelucrare poate fi definită cu ajutorul unor variabile care sînt denumite, convențional, abateri.

Abaterile sînt, la rîndul lor, funcții care depind de erorile care acționează obiectiv în procesele de reglare, prelucrare și măsurare. Avînd un caracter stohastic, cu o componentă deterministă și una aleatoare, funcțiile abatere sînt studiate cu ajutorul metodelor dinamicii statistice. O influență deosebită asupra preciziei de prelucrare o au erorile de orientare (bazare). De aceea, în lucrare se tratează modul în care pot fi determinate erorile de orientare admisibile. În ipoteza în care erorile de orientare reale (practice) sînt cunoscute, acestea pot servi determinării perioadei ciclului de prelucrare, respectiv a numărului de piese prelucrate în cadrul unei reglări date.

1. Introducere

Experimental se constată că piesele prelucrate prin oricare procedeu de prelucrare prezintă abateri în raport cu modelele lor geometrice de referință. În funcție de condițiile în care se execută prelucrarea, abaterile pot fi mai mari sau mai mici, reflectînd, prin mărimea lor, gradul de corespondență a piesei prelucrate cu modelul geometric de referință. Sub acest aspect, abaterile pot fi considerate variabile prin care se definește precizia prelucrării, respectiv

$$F_p = F(f_1, f_2, \ldots, f_k, \ldots, f_m) \tag{1}$$

în care F_p reprezintă funcția de precizie, iar f_k ($k = 1, 2, \ldots, m$) variabile abatere.

Fiecare variabilă abatere este, la rîndul său, o funcție compusă, rezultînd din interacțiunea influențelor exercitate de un număr oarecare de factori independenți:

$$f_k = f(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots x_n) \tag{2}$$

Manuscris primit la data de 8 aprilie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Șef lucrări ing., Catedra T.C.M.

Factorii independenți x_i ($i = 1, 2, \ldots, n$), prin acțiunea cărora se realizează abateri ale pieselor prelucrate, se denumesc, convențional, erori.

Datorită complexității proceselor tehnologice de prelucrare, studiul global al preciziei de prelucrare, sub forma definită prin relația (1), implică dificultăți foarte mari. Această situație conduce la necesitatea testării individuale a fiecărui parametru de calitate a preciziei de prelucrare, respectiv la determinarea influențelor exercitate de anumite erori asupra unui singur tip de abatere. Astfel, în mod obișnuit, se impune a studia separat : precizia dimensională, precizia de formă geometrică, precizia de poziție reciprocă a suprafețelor etc.

Erorile care generează, prin acțiunea lor, abateri ale pieselor prelucrate pot fi împărțite, după natura cauzelor care le generează, în două categorii : erori sistematice și erori aleatoare. Acțiunea celor două categorii de erori se manifestă simultan în procesele de reglare, prelucrare și măsurare, astfel încît legile de variație ale funcțiilor abatere au un caracter stohastic, cu o componentă deterministă Δ și o componentă aleatoare δ, adică, în cazul cel mai general :

$$f_k = \Delta + \delta \tag{3}$$

Procesele descrise prin funcțiile abatere f_k sînt, în general, procese stohastice nestaționare, motiv pentru care se impune a fi studiate cu ajutorul metodelor dinamicii statistice.

2. Determinarea erorii de orientare admisibile

Erorile de orientare se referă, exclusiv, la condițiile de poziție reciprocă impuse elementelor geometrice ale pieselor [1].

Raportată individual fiecărei piese dintr-un lot, prelucrată cu scula reglată la dimensiune, eroarea de orientare are un caracter aleator. În schimb, pe ansamblul pieselor din lot erorile de orientare se pot considera erori sistematice constante, care acționează la valoarea lor teoretică cea mai probabilă [1]. Acest punct de vedere este cu atît mai mult îndreptățit cu cît, pentru fiecare situație concretă de orientare a semifabricatelor în dispozitive, există relații analitice de calcul, cu ajutorul cărora se pot determina anticipat erorile de orientare [1, 2, 3]. Valorile cele mai probabile ale acestora, determinate cu relațiile menționate, sînt atribuite ca erori sistematice constante tuturor pieselor din lot, care se supun aceleiași scheme de orientare.

Pe baza ipotezei emise se poate accepta că (fig. 1) :

$$\Delta = \Delta_0 \pm \frac{\varepsilon_0}{2} \tag{4}$$

în care ε_0 reprezintă eroarea de orientare, iar Δ_0 rezultanta celorlalți factori sistematici care acționează în cadrul procesului dat.

Dacă se consideră componenta aleatoare $\delta(t)$ distribuită normal, cu media zero și abaterea medie pătratică σ, intervalul său de încredere este, cu probabilitatea P, $[-Z\sigma, Z\sigma]$, respectiv :

$$-Z\sigma \leqslant \delta(t) \leqslant Z\sigma, \tag{5}$$

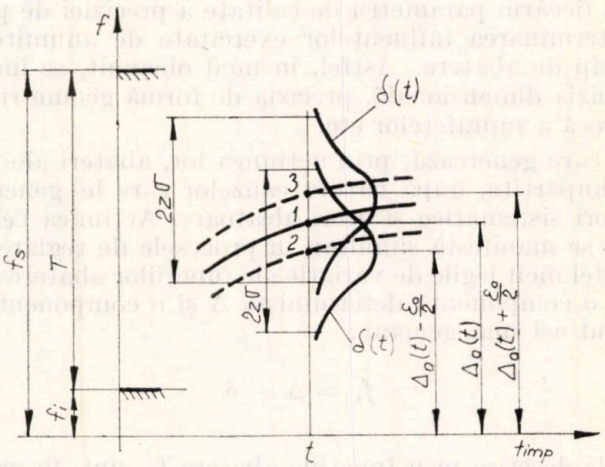


Fig. 1

în care Z este variabila distribuției Student.

Pentru ca prelucrarea să se desfășoare fără rebut este necesar a fi respectate următoarele restricții :

$$f_s \geqslant \Delta_0(t) + \frac{\varepsilon_0}{2} + Z\sigma \tag{6}$$

$$f_i \leqslant \Delta_0(t) - \frac{\varepsilon_0}{2} - Z\sigma$$

în care f_s și f_i reprezintă abaterile superioară și inferioară admisibile în timpul prelucrării.

Abaterea f, raportată unui moment de timp t, reprezintă diferența dintre dimensiunea d, obținută din prelucrare, la momentul de timp respectiv și dimensiunea de reglare a sculei, d_R respectiv :

$$f = d - d_R \tag{7}$$

Deoarece la prelucrare nu trebuie depășite dimensiunile limită impuse la proiectare — d_{max} și d_{min} , rezultă că :

$$\begin{aligned} f_s &= d_{max} - d_R \\ f_i &= d_{min} - d_R \end{aligned} \tag{8}$$

Introducînd aceste valori în relațiile (6), se obține :

$$d_{max} - d_R \geqslant \Delta_0(t) + \frac{\varepsilon_0}{2} + Z\sigma$$

$$\tag{9}$$

$$d_{min} - d_R \leqslant \Delta_0(t) - \frac{\varepsilon_0}{2} - Z\sigma$$

Relațiile (9) sînt echivalente cu :

$$d_{\max} - d_R - \Delta_0(t) - \frac{\varepsilon_0}{2} - Z\sigma \geqslant 0$$

$$- d_{\min} + d_R + \Delta_0(t) - \frac{\varepsilon_0}{2} - Z\sigma \geqslant 0 \tag{10}$$

Prin adunare membru cu membru se obține relația :

$$T - \varepsilon_0 - 2Z\sigma \geqslant 0 \tag{11}$$

care pusă sub forma :

$$\varepsilon_0 \leqslant T - 2Z\sigma, \tag{12}$$

reprezintă restricția impusă erorii de orientare pentru ca la momentul de timp t să se obțină piese în cîmpul de toleranță, respectînd, evident, restricțiile (6).

Pentru procesele de prelucrare staționare restricția (12) este valabilă pentru orice moment de timp considerat în perioada prelucrării unui lot de piese.

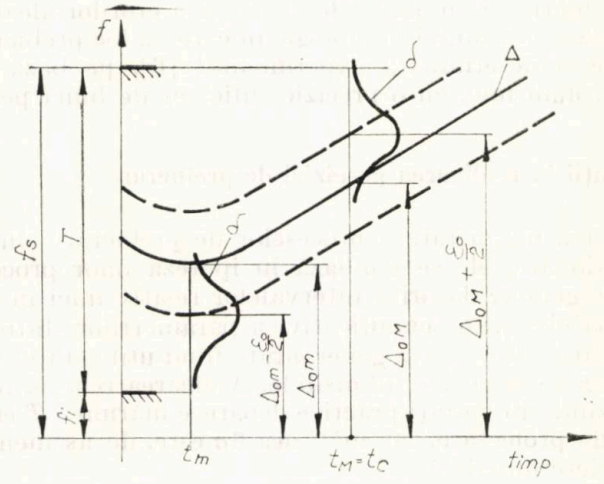


Fig. 2

În cazul proceselor de prelucrare nestaționare, este necesar să se țină seama de valorile extreme admisibile ale funcțiilor Δ_0 în perioada de lucru dintre două reglări succesive (fig. 2). Dacă se notează cu Δ_{0M} și cu Δ_{0m}, valorile maximă și respectiv minimă admisibile ale funcției Δ_0 în perioada menționată, acestea atingîndu-se la valori diferite de timp (t_M

și t_m — fig. 2), relațiile (5) capătă forma :

$$f_s \geqslant \Delta_{0M} + \frac{\varepsilon_0}{2} + Z\sigma$$
$$f_i \leqslant \Delta_{0m} - \frac{\varepsilon_0}{2} - Z\sigma \tag{13}$$

Prin transformări similare celor prezentate mai sus, se obține restricția impusă erorii de orientare, raportată întregii perioade de prelucrare dintre două reglări succesive :

$$\varepsilon_0 \leqslant T - (\Delta_{0M} - \Delta_{0m}) - 2Z\sigma \tag{14}$$

Se verifică faptul că în cazul proceselor staționare, în care $\Delta_{0M} = \Delta_{0m}$, relația (14) capătă forma (12).

Cu o probabilitate de 0,9974 ca toate piesele prelucrate să se afle în cîmpul de toleranță dimensional, se poate considera $Z = 3$ și relațiile (12) și (14) pot fi scrise sub forma :

$$\varepsilon_0 \leqslant T - 6\sigma \tag{15}$$

$$\varepsilon_0 \geqslant T - (\Delta_{0M} - \Delta_{0m}) - 6\sigma \tag{16}$$

6σ reprezintă mărimea cîmpului de dispersie a erorilor aleatoare și caracterizează precizia sistemului tehnologic în care au loc prelucrările. Această mărime poate fi determinată experimental [6], pe baza unor sondaje statistice de volum mic, cu o precizie suficient de bună pentru practică.

3. Aplicații în realizarea preciziei de prelucrare

Deși marea majoritate a proceselor de prelucrare sînt procese stohastice nestaționare, ele se studiază în ipoteza unor procese stohastice staționare și ergodice, datorită intervalelor relativ mici în care se desfășoară și a variabilității nesemnificative a parametrilor statistici. În această ipoteză relația (15) capătă generalitate fiind utilizată în vederea determinării erorilor de orientare admisibile. Aplicarea relației în scopul menționat nu prezintă dificultăți practice deoarece mărimea T este cunoscută, fiind o dată de proiectare, iar mărimea 6σ este, de asemenea, cunoscută sau, oricum, determinabilă.

Calculul erorii de orientare admisibilă cu ajutorul relației (16) nu este tot atît de simplu, datorită faptului că numai una dintre limitele Δ_{0M} sau Δ_{0m} este, în general, cunoscută și anume aceea față de care se realizează reglarea la dimensiune [4, 5, 6]. În schimb, printr-o altă formulare a problemei, relația (16) poate căpăta aplicații deosebit de utile. Presupunînd cunoscută eroarea de orientare, care se poate determina prin calcul [1, 2, 3] și una dintre valorile extreme ale funcției Δ_0, se poate determina cealaltă valoare extremă și, implicit, perioada ciclului de pre-

lucrare, adică timpul de prelucrare total între două reglări succesive. Dacă, spre exemplu, se cunoaște legea de variație a funcției Δ_0 și valoarea sa minimă Δ_{0m}, valoarea sa maximă admisibilă în timpul prelucrării se determină cu relația:

$$\Delta_{0M} = T + \Delta_{0m} - \varepsilon_0 - 6\sigma \tag{17}$$

Din ecuația:

$$\Delta_0(t) = \Delta_{0M} \tag{18}$$

rezultă perioada ciclului de prelucrare, respectiv:

$$t = t_M = t_c \tag{19}$$

Analog, dacă se cunoaște Δ_{0M}, rezultă:

$$\Delta_{0m} = T - \Delta_{0M} - \varepsilon_0 - 6\sigma \tag{20}$$

$$\Delta_0(t) = \Delta_{0m} \Rightarrow \quad t = t_m = t_c \tag{21}$$

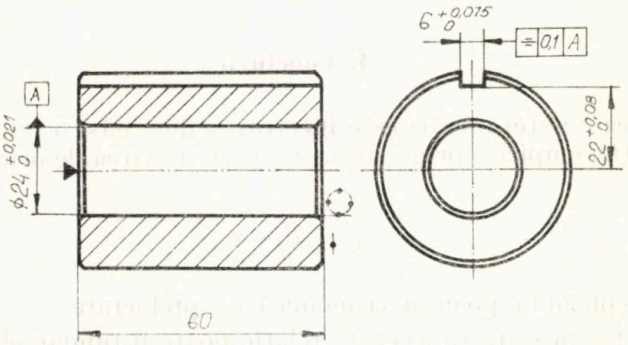


Fig. 3

Pentru o mai bună înțelegere a celor prezentate se consideră un exemplu practic și anume prelucrarea canalului de pană al piesei reprezentate în fig. 3, orientată în vederea prelucrării pe un dorn. Diametrul dornului este $\varnothing\ 21^{\pm 0}_{-0,007}$, astfel încît eroarea de orientare teoretică are valoarea:

$$\varepsilon_0 = J_{max} = 0{,}021 + 0{,}007 = 0{,}028 \text{ mm}$$

Prelucrarea canalului se execută cu o freză deget Ø 6, din Rp 3, cu patru dinți, într-o singură trecere, cu o viteză de 20 m/min și un avans de 0,05 mm/dinte. Prin executarea unui sondaj statistic format din $n_0 = 10$ piese s-a determinat, pe baza metodologiei prezentate în [4, 5, 6], $\sigma = 7{,}2$ μm.

Se consideră că variația sistematică a abaterilor este cauzată numai de uzura sculei așchietoare pe direcția de realizare a dimensiunii, respectiv:

$$\Delta_0(t) = U_d(t) = U_i + U_r \frac{v}{10^3} t \quad [\mu m]$$

Din încercări experimentale se cunoaşte că $U_t = 8$ μm şi $U_r = 10$ μm/Km, astfel încît:

$$\Delta_0(t) = 8 + 0{,}2t \quad [\mu m]$$

Valoarea minimă a funcţiei Δ_0 se obţine pentru $t = 0$, respectiv:

$$\Delta_{0m} = \Delta_0(t = 0) = 8 \quad [\mu m]$$

Aplicînd relaţia (17) se determină Δ_{0M} şi anume:

$$\Delta_{0M} = 80 + 8 - 28 - 43{,}2 = 16{,}8 \ \mu m.$$

Egalînd pe Δ_{0M} cu $\Delta_0(t)$, se obţine perioada ciclului de prelucrare, respectiv:

$$\Delta_0(t) = \Delta_{0M} \Rightarrow 8 + 0{,}2\,t = 16{,}8\,;\ t = t_M = t_c = 44 \text{ min}$$

4. Concluzii

Originea acestei lucrări este încercarea de a găsi o interpretare teoretică a relaţiei empirice prin care se defineşte eroarea de orientare admisibilă [8, 9]:

$$\varepsilon_{0a} = T - \omega,$$

în care ω reprezintă precizia economică de prelucrare.

Se poate constata că această relaţie poate fi fundamentată teoretic, dacă prin ω se înţelege mărimea cîmpului de dispersie a erorilor aleatoare. În această ipoteză există o analogie evidentă cu relaţia (15) dedusă în această lucrare.

Trebuie înţeles faptul că relaţia (15) este valabilă numai pentru un anumit moment de timp t, într-o accepţiune generală, şi că ea capătă valabilitate pentru întreaga perioadă a ciclului de prelucrare numai în cazul proceselor de prelucrare staţionare. Pentru procesele de prelucrare nestaţionare este necesar să se ţină seama de valorile extreme ale funcţiilor Δ_0, astfel încît capătă aplicabilitate teoretică relaţia (16). Din păcate utilizarea acestei relaţii pentru determinarea erorii de orientare admisibile întîmpină dificultăţi practice, cauzate de necunoaşterea concomitentă a celor două valori extreme ale funcţiilor Δ_0. Relaţia poate fi utilizată în schimb pentru determinarea perioadei ciclului de prelucrare şi, implicit, a numărului de piese realizate într-un reglaj dat.

Multe procese de prelucrare pot fi considerate cuazistaţionare şi în cazul lor se poate utiliza cu suficientă precizie relaţia (15) pentru determinarea erorii de orientare admisibile. Singurul element necunoscut — abaterea medie pătratică σ — se poate determina pe baza sondajelor statistice de volum mic, deci cu cheltuieli reduse de manoperă, materiale şi energie.

BIBLIOGRAFIE

1. *Tache V., Neagu C., Gheorghe M., Manolache F., Luncaş I.*, Definiţii şi concepte privind calculul erorilor de orientare, „Promovarea tehnologiilor moderne în construcţia de maşini". Bucureşti noiembrie, 1979.
2. *Tache V., Neagu C., Gheorghe M.*, Metodologia determinării erorilor de orientare asociate condiţiilor de poziţie reciprocă liniare, „Promovarea tehnologiilor moderne în construcţia de maşini". Bucureşti, noiembrie, 1979.
3. *Tache V., Neagu C., Gheorghe M.*, Metodologia determinării erorilor de orientare asociate condiţiilor e poziţie reciprocă unghiulare. „Promovarea tehnologiilor moderne în construcţia de maşini". Bucureşti, noiembrie, 1979.
4. *Gheorghe M., Neagu C.*, Consideraţii cu privire la stabilirea restricţiilor tehnico-economice impuse reglării la dimensiune a sistemului tehnologic, „Creativitatea în construcţia, fabricarea şi exploatarea automobilelor". Piteşti, noiembrie, 1979.
5. *Gheorghe M., Neagu C.*, Consideraţii cu privire la stabilirea relaţiilor de calcul ale dimensiunii de reglare şi perioadei ciclului de prelucrare, „Creativitatea în construcţia, fabricarea şi exploatarea automobilelor". Piteşti, noiembrie, 1979.
6. *Neagu C., Gheorghe M.*, Consideraţii cu privire la determinarea efectivă a dimensiunilor de reglare a sistemului tehnologic, „Creativitatea în construcţia, fabricarea şi exploatarea automobilelor". Piteşti, noiembrie, 1979.
7. *Tîrpe Gh.*, Precizia prelucrării prin aşchiere. Editura tehnică, Bucureşti, 1972.
8. *Tache V., Brăgaru A.*, Dispozitive pentru maşini unelte. Proiectarea schemelor de orientare şi fixare a semifabricatelor. Editura tehnică, Bucureşti, 1976.
9. *Drăghici G.*, Bazele teoretice ale proiectării proceselor tehnologice în construcţia de maşini. Editura tehnică, Bucureşti, 1971.

Der Einfluss der Orientierungsfehler auf die Bearbeitungsgenauigheit

Die Bearbeitungsgenauigkeit kann mit Hilfe von Veränderlichen definiert werden, welche — konventionell — als „Abweichungen" bezeichnet werden.

Die Abweichnungen sind ihrerseits Funktionen, welche von den objektiv während der Einstellung, Bearbeitung und des Messvorganges auftretenden Fehlern abhängig sind. Da die Funktionen „Abweichung" stochastischen Charakter, mit einer deterministischen und einer aleatorischen Komponente, haben, werden sie mit Hilfe der Methoden der statistischen Dynamik untersucht.

Einen besonderen Einfluss auf die Bearbeitungsgenauigkeit haben die Orientierungsfehler. Deshalb wird in der Arbeit die Möglichkeit behandelt, die zulässigen Orientierungsfehler zu bestimmen. Unter der Voraussetzung, dass die wahren Orientierungsfehler bekannt sind, kann mit ihrer Hilfe die Periode des Bearbeitungszyklusses, beziehungsweise die Anzahl der im Rahmen einer Einstellung bearbeiteten Werkstücke, bestimmt werden.

C.Z. : 629.41 :621.333

REGIMURILE TRANZITORII ELECTROMECANICE ALE MOTOARELOR ASINCRONE UTILIZATE ÎN TRACȚIUNEA FEROVIARĂ

A. POPA*

Pentru rezolvarea problemelor reclamate de utilizarea motoarelor asincrone ca motoare de tracțiune, interesează în mod deosebit regimurile tranzitorii electromecanice. Prin neglijarea proceselor tranzitorii electromagnetice se poate considera că procesele tranzitorii electromecanice reprezintă o succesiune de regimuri staționare, în care diferitele mărimi funcționale sînt legate între ele prin ecuațiile regimului staționar.

În tracțiunea feroviară, la studiul proceselor tranzitorii electromecanice se folosesc relațiile care stabilesc dependența cuplului de turație sau de viteza unghiulară a arborelui motorului electric de tracțiune.

Relațiile pentru studierea regimurilor tranzitorii se stabilesc și în funcție de valoarea cuplului rezistent C_r, adică pentru $C_r = 0$, $C_r = \text{const}$ și $C_r \neq \text{const}$.

În prezenta lucrare se stabilesc relațiile de calcul pentru durata proceselor tranzitorii electromecanice.

În general, regimurile tranzitorii electromecanice se studiază pornind de la relația fundamentală a dinamicii :

$$C_m - C_r = J \cdot \frac{d\omega}{dt}, \tag{1}$$

în care :

C_m este cuplul motor ;
C_r — cuplul rezistent ;
I — momentul de inerție al maselor în mișcare.

Pentru motoarele electrice de putere ridicată (cazul motoarelor de tracțiune) ecuația cuplului simplificată se prezintă sub forma :

$$C = \frac{2C_k(1 + \lambda s_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2\lambda s_k}. \tag{2}$$

Manuscris primit la data de 21 august 1981
* Prof. dr. ing., Catedra Material rulant

Analizînd relaţia (1) din punctul de vedere al valorii cuplului rezistent rezultă următoarele posibilităţi: $C_r = 0$; $C_r = \text{const.}$ şi $C_r \neq \text{const.}$

Pentru rezolvarea problemelor reclamate de utilizarea motoarelor asincrone ca motoare de tracţiune interesează în mod deosebit regimurile tranzitorii electromecanice. Prin neglijarea proceselor tranzitorii electromagnetice se poate considera că procesele tranzitorii electromecanice reprezintă o succesiune de regimuri staţionare, în care diferitele mărimi funcţionale sînt legate între ele prin ecuaţiile regimului staţionar. Eroarea ce se comite este relativ mică, deoarece regimurile tranzitorii electromagnetice se amortizează în general foarte repede, iar cele electromecanice sînt mult mai îndelungate datorită inerţiei mari a maselor în mişcare.

În general, regimurile tranzitorii electromecanice se studiază pornind de la relaţia (1) care reprezintă ecuaţia fundamentală a dinamicii.

Dacă se consideră $C_r = 0$, adică se realizează pornirea în gol a motorului şi se neglijează frecările mecanice proprii, cuplurile datorită pierderilor din fier şi cuplurile parazite, prin înlocuirea cuplului motor dat de relaţia (2) în relaţia (3) se obţine:

$$J\frac{d\omega}{dt} = \frac{2C_k(1+\lambda s_k)}{\frac{s}{s_k}+\frac{s_k}{s}+2\lambda s_k}. \tag{3}$$

Dacă se are în vedere că:

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s},$$

de unde:

$$\omega = \omega_s(1-s) \tag{4}$$

şi prin derivare se obţine:

$$\frac{d\omega}{dt} = -\omega_s\frac{ds}{dt}. \tag{5}$$

În aceste condiţii, ecuaţia (3) se prezintă:

$$-\omega_s J\frac{ds}{dt} = \frac{2C_k(1+\lambda s_k)}{\frac{s}{s_k}+\frac{s_k}{s}+2\lambda s_k}. \tag{6}$$

Separînd variabilele, se obţine:

$$dt = \frac{T_{em}}{2(1+\lambda s_k)}\left(\frac{s}{s_k}+\frac{s_k}{s}+2\lambda s_k\right)ds, \tag{7}$$

în care:

$$T_{em} = \frac{-J\omega_s}{C_k};$$

şi reprezintă constanta electromecanică de timp a motorului.

Integrînd între limitele de alunecare s_1 și s_2 se obține durata procesului tranzitoriu electromecanic, adică:

$$t_{12} = \frac{T_{em}}{2(1+\lambda s_k)} \int_{s_1}^{s_2} \left(\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2\lambda s_k \right) ds = \tag{8}$$

$$= \frac{T_{em}}{2(1+\lambda s_k)} \left[\frac{s_1^2 - s_2^2}{2s_k} + s_k \ln \frac{s_1}{s_2} + 2\lambda s_k (s_1 - s_2) \right].$$

Dacă se consideră că la pornirea motorului regimul tranzitoriu are loc la variații ale alunecării între limitele $s_1 = 1$ și $s_2 = s_n$, relația (8) devine:

$$t_p = \frac{T_{em}}{2(1+\lambda s_k)} \left[\frac{1 - s_n^2}{2s_k} + s_k \ln \frac{1}{s_n} + 2\lambda s_k (1 - s_n) \right]. \tag{9}$$

În realitate, deoarece s-a considerat $C_r = 0$, alunecarea în regim stabilizat ar fi nulă, iar timpul de pornire ar fi infinit. Practic, însă, dacă se au în vedere frecările ce intervin, se poate considera că regimul stabilizat este atins pentru $s_k = 0{,}05$, adică pentru o viteză unghiulară egală cu 95% din viteza sincronă. În acest caz, durata regimului tranzitoriu de pornire va fi:

$$t_p = \frac{T_{em}}{2(1-\lambda s_k)} \left(\frac{(1 - 0{,}05^2}{2s_k} + s_k \ln 20 + 1{,}9\,\lambda s_k) \right). \tag{10}$$

După cum se vede din relația (10) timpul de pornire este direct proporțional cu constanta electromecanică de timp, dar depinde și de alunecarea critică, adică de rezistența totală din circuitul rotoric.

La studiul proceselor tranzitorii la pornirea motorului asincron, $C_r \neq 0$ și rezolvarea pe cale analitică a integralei care stabilește legătura dintre timp și alunecare se complică.

Pentru cazul cînd $C_r = \text{const.}$ relația (6) se prezintă sub forma:

$$-J\omega_s \frac{ds}{dt} = \frac{2C_k(1+\lambda s_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2\lambda s_k} - C_r, \tag{11}$$

de unde se obține:

$$dt = \frac{T_{em} C_k}{C_r} \left\{ 1 + \frac{2s\, s_k (1+\lambda s_k) \frac{C_k}{C_r}}{s^2 - 2s s_k \left[(1+\lambda s_k) \frac{C_k}{C_r} - \lambda s_k \right] + s_k^2} \right\} ds. \tag{12}$$

Pentru integrarea ecuației (12) este necesar să se determine rădăcinile trinomului de gradul doi în s de la numitor, pentru care se poate considera:

$$s^2 - 2s s_k \left[(1 + \lambda s_k) \frac{1}{\alpha} - \lambda s_k \right] + s_k^2 = 0 \tag{13}$$

în care s-a notat $\alpha = \frac{C_r}{C_k}$.

Se observă că relaţia (13) rezultă din relaţia (11) pentru $\frac{ds}{dt} = 0$.

Rădăcinile s_{c1} şi s_{c2} ale ecuaţiei (13) sînt:

$$s_{c1},\ s_{c2} = s_k\left[\frac{1}{\alpha}(1 + \lambda s_k) - \lambda s_k \pm \sqrt{\left[(1+\lambda s_k)\frac{1}{\alpha} - \lambda s_k\right]^2 - 1}\right] \tag{14}$$

În acest caz, relaţia (12) devine:

$$dt = \frac{T_{em}}{\alpha}\left[1 + \frac{2s_k(1 + \lambda s_k)}{\alpha(s_{c1} - s_{c2})}\left(\frac{s_{c1}}{s - s_{c1}} - \frac{s_{c2}}{s - s_{c2}}\right)\right] d_s. \tag{15}$$

Prin integrarea relaţiei (15) între limitele s_1 şi s_2 se obţine

$$t_{12} = \frac{T_{em}}{\alpha}\left[s_1 - s_1\frac{2s_k(1 + \lambda s_k)}{\alpha(s_{c1} - s_{c2})}\left(s_{c1}\ln\frac{s_{c1} - s_2}{s_{c1} - s_1} - s_{c2}\ln\frac{s_{c2} - s_2}{s_{c2} - s_1}\right)\right] \tag{16}$$

Cuplul rezistent, pentru cazul cînd motorul asincron acţionează osiile motoare ale unui vehicul de tracţiune nu se menţine constant ci se modifică cu viteza de circulaţie a vehiculului, deci cu viteza unghiulară a motorului asincron.

Cuplul rezistent de fapt cuprinde două părţi: cuplul rezistent propriu al motorului, şi cuplul rezistent determinat de rezistenţele la înaintare a vehiculului.

Cuplul rezistent propriu se poate determina cu o relaţie de forma:

$$C_{rp} = F\omega,$$

şi el poate fi neglijat sau cuprins în cuplul rezistent al vehiculului care se poate calcula cu relaţii de forma:

$$C_r = a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2 \tag{17}$$

Dacă se are în vedere relaţia (4) rezultă:

$$C_r = a_0 + a_1\omega_s + a_2\omega_s^2 - (a_1\omega_s + 2a_2\omega_s^2)s + a_2\omega_s^2 s^2$$

sau:

$$C_r = b_0 - b_1 s + b_2 s^2 \tag{18}$$

în care:

$$b_0 = a_0 + a_1\omega_s + a_2\omega_s^2;$$

$$b_1 = a_1\omega_s + 2a_2\omega_s^2;$$

$$b_2 = a_2\omega_s^2.$$

Prin înlocuire valorile cuplului rezistent din relaţia (11) cu valoarea sa dată de relaţia (18) se obţine:

$$-J\omega_s\frac{ds}{dt} = \frac{2C_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} - b_0 + b_1 s - b_2 s^2. \tag{19}$$

La stabilirea relației (19) s-a considerat $\lambda = 0$.
După efectuarea calculelor și separarea variabilelor se obține:

$$dt = \frac{I\omega_s(s^2 + s_k^2)ds}{A_0 - A_1 s + A_2 s^2 - A_3 s^3 + A_4 s^4} \tag{20}$$

în care s-a notat:

$$A_0 = b_0 s_k^2 = s_k^2(a_0 + a_1\omega_s + a_2\omega_s^2);$$

$$A_1 = 2C_k s_k + b_1 s_k^2 = 2C_k s_k + s_k^2(a_1\omega_s + 2a_2\omega_s^2);$$

$$A_2 = b_0 + b_2 s_k^2 = a_0 + a_1\omega_s + a_2\omega_s^2 + a_2\omega_s^2 s_k^2;$$

$$A_3 = b_1 = a_1\omega_s = 2a_2\omega_s^2$$

$$A_4 = b_2 = a_2\omega_s^2.$$

Pentru integrare, relația (6) se poate pune sub forma:

$$\int dt = J\omega_s\left[\int \frac{s^2 ds}{A_0 - A_1 s + A_2 s^2 - A_3 s^3 + A_4 s^4} + \right.$$
$$\left. + s_k^2 \int \frac{ds}{A_0 - A_1 s + A_2 s^2 - A_3 s^3 + A_4 s^4}\right]. \tag{21}$$

După cum rezultă din relațiile cu care se determină valorile coeficienților $A_0 \ldots A_4$, valorile acestor coeficienți depind de valorile alunecărilor critice s_k și de viteza unghiulară de sincronism ω_s. De aceea, la rezolvarea integralelor din relația (21) se pot considera coeficienții $A_0 \ldots A_n$ constanți numai pentru anumite valori ale lui s_k și ω_s.

În tracțiunea feroviară la studiul proceselor tranzitorii electromecanice se folosesc mai mult relațiile care stabilesc dependența cuplului de turație sau de viteză unghiulară a arborelui motorului electric de tracțiune. Și în cazul acționării osiilor motoare cu ajutorul motoarelor asincrone această dependență se poate stabili pentru anumite valori ale lui s_k și ω_s considerate constante.

Dacă se au în vedere relațiile (2) și (4), relația cuplului pentru $\lambda = 0$ devine:

$$C = \frac{2C_k(\omega_s - \omega)\omega_s s_k}{\omega_s^2(1 + s_k^2) - 2\omega_s\omega + \omega^2}. \tag{22}$$

În acest caz, ecuația regimului dinamic devine:

$$J\frac{d\omega}{dt} = \frac{2C_k\omega_s s_k(\omega_s - \omega)}{\omega_s^2(1 + s_k^2) - 2\omega_s\omega + \omega^2} - (a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2). \tag{23}$$

de unde:

$$dt = \frac{(A_0 - A_1\omega + A_2\omega^2)\,d\omega}{B_0 + B_1\omega + B_2\omega^2 + B_3\omega^3 - B_4\omega^4} \tag{24}$$

în care :

$$A_0 = J\omega_s^2(1 + s_k^2);$$

$$A_1 = 2J\omega_s;$$

$$A_2 = J;$$

$$B_0 = 2C_k\omega_s^2 s_k - a_0\omega_s^2(1 + s_k^2);$$

$$B_1 = 2a_0\omega_s - a_1\omega_s^2(1 + s_k^2) - 2C_k\omega_s s_k;$$

$$B_2 = 2a_1\omega_s - a_0 - a_2\omega_s^2(1 + s_k^2);$$

$$B_3 = 2a_2\omega_s - a_1;$$

$$B_4 = a_2.$$

Durata procesului tranzitoriu, în acest caz, se determină din relaţia :

$$t = A_0\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{B_0 + B_1\omega + B_2\omega^2 + B_3\omega^3 - B_4\omega^4} -$$

$$- A_1\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\omega d\omega}{B_0 + B_1\omega + B_2\omega^2 + B_3\omega^3 - B_4\omega^4} + \qquad (25)$$

$$+ A_2\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\omega^2 d\omega}{B_0 + B_1\omega + B_2\omega^2 + B_3\omega^3 - B_4\omega^4}.$$

Şi în relaţia (25), coeficienţii A_0, A_1 şi $B_0 \ldots B_3$ depind de alunecarea critică şi de viteza unghiulară de sincronism.

Rezolvarea ecuaţiilor (21) şi (25) prezintă unele dificultăţi determinate îndeosebi de regimul de funcţionare a motorului asincron utilizat la acţionarea osiilor motoare ale vehiculului de tracţiune cu motoare termice. După cum se ştie, reglarea acestor motoare se face prin modificarea frecvenţei şi tensiunii şi odată cu aceşti parametri se modifică $s_k \cdot \omega_s$ şi C_k.

BIBLIOGRAFIE

1. *Braşovan, M.*, Acţionări electromecanice, E.T., 1967.

2. *Boţan, N.*, Bazele calculului acţionărilor electrice. E.T., 1970.

3. *Gakkel, E.*, Electriceskie maşini i electroaborudavnie teplovoz. 1960.

4. *Popa, Al.*, Comanda şi reglarea automată a vehiculelor de tracţiune feroviară, E.D., 1974.

Transient Operation of Induction Motors Used in Railway Traction

Electromechanical transient operation is of particular importance in solving the problems which occur in the use of induction motors for railway traction. By neglecting transient electromagnetic processes, transient electromechanical processes can be looked upon as a sequence of steady state operations, in which the different functional characteristics are related by steady-state equations.

The study of transient electromechanical processes occurring in railway traction uses relations which establish the dependence of torque on speed or on the angular velocity of the ax of the traction motor.

The relations used in the study of transient operation are set up function of the resistant torque C_r, i.e. for $C_r = 0$; $C_r = \text{const.}$ and $C_r \neq \text{const.}$

The present paper establishes the relations used for the calculation of the duration of transient electromechanical processes.

C.Z. : 621.2 :62—213.5

POSIBILITĂȚI DE AUTOMATIZARE A ÎNCERCĂRII DE REZISTENȚĂ ȘI ETANȘEITATE A UNOR PIESE CU GEOMETRIE COMPLEXĂ

JULIETA FLOREA, N. VASILIU, I. MANEA, C. VIȘAN, E. POPOVICI*

Pe baza experienței obținute în urma proiectării, executării și punerii în funcțiune, la Întreprinderea 23 August din București, a instalației de încercare hidropneumatică a capacelor colectoare ale motorului MTU-6 V, se analizează posibilitatea automatizării acestei încercări pentru piese cu geometrie complexă.

Se discută : compatibilitatea geometriei pieselor cu manipulatoarele și cu dispozitivele de prindere ; tipurile orificiilor pieselor ; tipurile etanșerilor utilizabile ; identificarea defectelor de turnare ; mișcările necesare dispozitivelor de prindere ; particularitățile sistemului de acționare hidropneumatică ; particularitățile ciclogramei instalației ; fiabilitatea instalației.

1. Introducere

Ca urmare a hotărîrii conducerii de partid și de stat, Institutul politehnic București a avut sarcina proiectării și punerii în funcțiune a unei linii de turnare automate la Întreprinderea 23 August București, destinată producerii pieselor cu pereți dubli (capacelor) din familia colectorului motorului MTU—6 V. Una din etapele procesului tehnologic al acestor piese este încercarea hidropneumatică.

Prezenta lucrare conține o descriere succintă a instalației de probă hidropneumatică proiectată și pusă în funcțiune la întreprinderea menționată de colectivul de acționări hidraulice și pneumatice al catedrei de Hidraulică și mașini hidraulice, precum și o discuție asupra posibilităților de automatizare a încercării hidropneumatice a pieselor cu geometrie complexă.

2. Descrierea instalației

Piesele supuse încercării se execută din aliajul ATN Si10Mg și se livrează călite în apă și îmbătrînite artificial. Ca urmare, verificarea rezistenței și etanșeității lor se face în două etape : după eboșare și după prelucrarea finală care succede tratamentului termic. Proba de rezistență se face cu apă la 7 bari, iar proba de etanșeitate — cu aer la 1 bar.

Manuscris primit la data de 15 ianuarie 1982

* Prof. dr. ing. ; Șef lucrări dr. ing. ; Ing. ; Ing. ; Ing., Catedra Hidraulică

În vederea încercării preliminare, piesele se eboșează, se pregăuresc, se curăță de șpan și se spală pînă la eliminarea completă a sării din care este constituit miezul de turnare.

Datorită valorii reduse și variabile a presiunii apei din rețeaua uzinală, s-a prevăzut presurizarea pieselor încercate cu apă furnizată de o instalație de alimentare cu apă la presiune practic constantă (hidrofor).

Încercarea pieselor se face într-o cuvă special amenajată. Aparatele de distribuție, măsură, reglare și protecție, hidraulice și pneumatice, sînt concentrate într-un panou de comandă.

Schema hidromecanică a instalației este prezentată în figura 1.

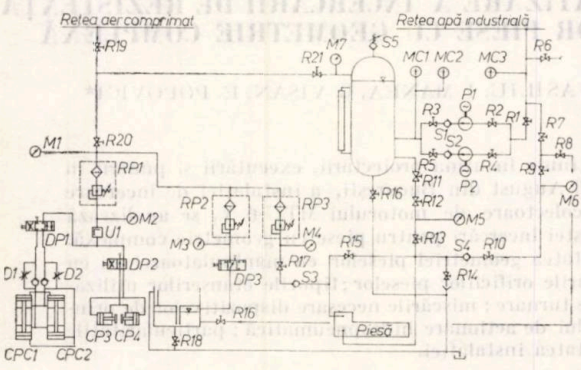


Fig. 1

a). *Hidroforul* este format dintr-un recipient de apă cu pernă de aer, alimentat alternativ de două electropompe (una în funcțiune și alta în rezervă) și o instalație electrică de forță și de automatizare. Comanda automată a electropompelor se realizează cu două manometre cu contacte electrice „dublu minim-minim" printr-o schemă de automatizare avînd următoarea particularitate: un manometru (MC1) este reglat într-un domeniu îngust de presiune (7—8 bari) realizînd comanda curentă, iar celălalt, MC2, este reglat într-un domeniu mai larg (6—9 bari) avînd rol de siguranță.

Alimentarea instalației cu apă industrială se face prin robinetul R1. Pornirea pompelor este blocată de un manometru cu contacte (MC3) dacă presiunea apei din rețea scade sub o valoare impusă (2 bari). Pompele pot fi izolate prin robinetele R2 și R3, respectiv R4 și R5. Curgerea inversă a apei prin pompe este împiedicată de supapele de sens S1 și S2. Hidroforul este alimentat cu aer comprimat de la rețeaua uzinală prin robinetele R19 și R21, presiunea de umplere inițială a recipientului fiind măsurată cu manometrul M7. Recipientul este prevăzut cu sticlă de nivel, golire de fund și supapă de siguranță.

b). *Panoul de comandă* este alimentat cu apă industrială prin robinetul R7, cu aer comprimat prin robinetul R20 și cu apă din recipientul hidroforului prin robinetul R11. Pe panou sînt dispuse următoarele aparate: manometre (M1 ... M6), reductoare de presiune (RP1, RP2 și RP3), distribuitoare pneumatice (DP1, DP2 și DP3), drosele pneumatice cu supape de ocolire (D1 și D2), robinete cu cep (R10, R13, R14, R15 și R7) și supape de sens (S3 și S4).

c). *Cuva de încercare* este alcătuită dintr-un recipient paralelipipedic care susține la partea superioară un bazin în care se introduce un dispozitiv de încercare corespunzător piesei supuse probei. Apa din recipient poate fi ridicată în bazin cu ajutorul aerului comprimat furnizat de panoul de comandă prin distribuitorul pneumatic DP3 în vederea inundării com-

plete a piesei fixate în dispozitivul de încercare. Bazinul este prevăzut cu un preaplin, iar recipientul poate fi golit prin robinetul R18.

Un dispozitiv de încercare este format dintr-o menghină pneumatică basculantă și doi cilindri pneumatici cu cremalieră (CPC1 și CPC2). Strîngerea piesei se face cu doi cilindri pneumatici cu dublu efect (CP3 și CP4). Partea fixă a menghinei este prevăzută cu două orificii etanșate periferic (racordate la panoul de comandă prin tuburi elastice) care permit alimentarea succesivă a piesei încercate cu apă și cu aer.

Cilindrii pneumatici cu cremalieră rotesc lent bascula $\pm$ 90°, permițînd astfel o diagnosticare completă a pieselor prin vizualizarea întregii suprafețe a acestora în cursul probei de etanșeitate. Cuva este prevăzută cu un capac glisant, necesar protecției operatorului în cursul probei de rezistență. Au fost proiectate dispozitive de încercare pentru toate capacele (4). Dispozitivele pot fi ușor demontate și înlocuite conform seriei de piese încercate.

Fotografiile 1, 2, 3 și 4 prezintă cîteva vederi caracteristice ale instalației.

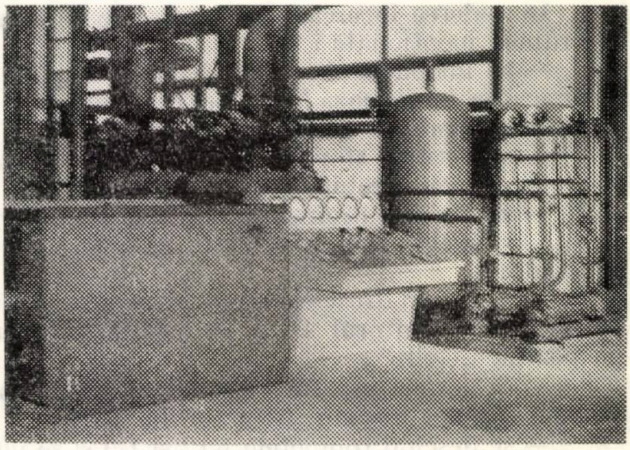


Fig. 2

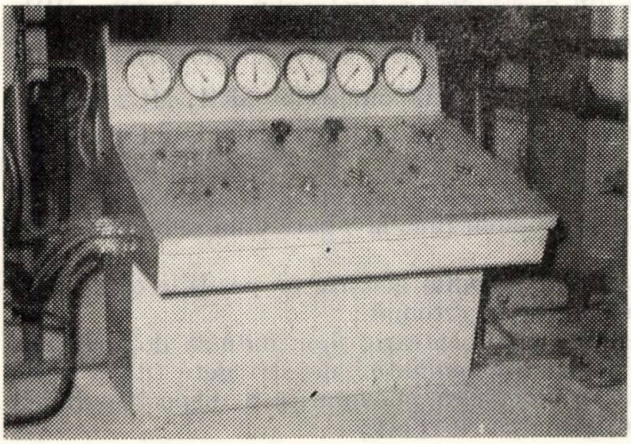


Fig. 3

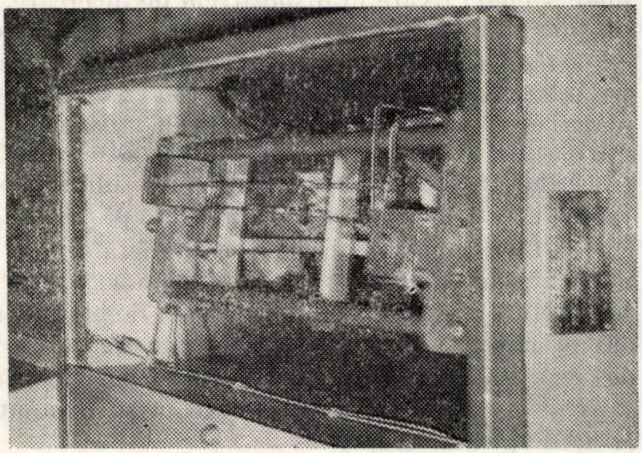


Fig. 4

3. Funcționarea instalației

În vederea încercării unei piese se efectuează următoarele operații, în ordinea menționată:

— se introduce în bazinul cuvei dispozitivul corespunzător piesei încercate, se racordează la panoul de comandă și se fixează de fundul bazinului prin șuruburile prevăzute în acest scop;

— se verifică starea generală a instalației;

— se închid robinetele R6, R16 și R18;

— se deschid robinetele R1, R2, R3, R4, R5, R7, R8 și R11;

— se închid robinetele R10, R13, R14, R15 și R12 (ale panoului de comandă);

— se închid droselele D1 și D2, se trece distribuitorul DP1 pe poziția „Stop", distribuitorul DP2 pe poziția „Liber" și distribuitorul DP3 pe poziția „Golit";

— se desfac bușoanele reductoarelor de presiune RP2 și RP3 și se strînge complet bușonul reductorului RP1;

— se deschid robinetele R12 și R9 și se închide robinetul R8;

— se evacuează apa din decantorul reductorului de presiune RP1;

— se verifică nivelul uleiului din ungătorul U1 al panoului de comandă;

— se verifică reglajul contactelor manometrelor MC1, MC2 și MC3;

— se verifică prezența apei în rețeaua industrială la manometrul MC3;

— se deschide robinetul R21 și se urmărește, la manometrul M7, creșterea presiunii aerului din recipient pînă la 3 bari, cînd se închide acest robinet;

— se trec întrerupătoarele panoului electric pe pozițiile care corespund funcționării pompelor în regim automat;

— se pregătește piesa pentru încercare, montîndu-se dopurile sau piesele de sprijin pentru cilindrii pneumatici de strîngere (după caz);

— se introduce piesa în menghina pneumatică a dispozitivului de încercare și se verifică poziționarea acesteia;

— se trece distribuitorul DP2 pe poziția „Strîns", se poziționează menghina pneumatică în poziție verticală și se trage capacul cuvei;

— se deschid robinetele R15 și R13 și se observă purja instalației (fig. 1); cînd prin aceasta se evacuează un jet compact de apă, se închide robinetul R15 și se lasă piesa la presiunea recipientului hidroforului timp de 10 min.;

— se închide robinetul R13, se deschid robinetele R14 și R17, observîndu-se purja; cînd prin aceasta se evacuează numai aer, se închide robinetul R14;

— se trece distribuitorul DP3 pe poziția „Umplut" și se menține astfel pînă la umplerea completă a bazinului cuvei cu apă, trecîndu-se apoi pe poziția „Stop";

— se deschid parțial droselele D1 și D2 și se trece distribuitorul DP1 succesiv pe pozițiile „Rotire stînga" și „Rotire dreapta", observîndu-se suprafața piesei acoperite cu apă; dacă la suprafața acesteia apar bule de aer, se marchează fisurile sau porii cu o pensulă muiată în minium de plumb;

— se readuce bascula în poziția verticală cu ajutorul cilindrilor pneumatici cu cremalieră și se închid droselele D1 și D2;

— se închide robinetul R17 și se trece distribuitorul DP3 pe poziția „Golit";

— se scoate piesa din dispozitivul de probă și se îndepărtează dopurile sau piesele de sprijin ale cilindrilor pneumatici de strîngere;

Descărcarea rapidă a recipientului hidroforului prin piesă, în cazul spargerii acesteia în cursul probei de rezistență, este prevenită prin robinetul de reglare R12.

4. Posibilități de automatizare a încercării

Intercalarea unei instalații de probă hidropneumatică într-o linie de fabricație automată a unor piese de tip „recipient" necesită: a) utilizarea unui manipulator (sau a unui robot) compatibil cu geometria și greutatea pieselor, cu mediul de lucru și cu celelalte instalații din fluxul tehnologic; b) automatizarea integrală a încercării.

a). Geometria pieselor și greutatea acestora determină în principal tipul mecanismului de prehensiune al manipulatorului. Necesitatea prinderii și manipulării precise a pieselor poate conduce la preproiectarea acestora astfel încît să fie posibilă poziționarea prin bosaje, găuri, suprafețe plane ș.a. [1].

Compatibilitatea manipulatorului cu mediul de lucru reprezintă o restricție importantă în alegerea tipului de acționare.

În turnătorii există zone cu temperaturi ridicate, periculoase pentru instalațiile hidraulice, pneumatice electrice și pentru sistemele mecanice. Praful în cantități mari reprezintă un pericol esențial nu numai pentru ghidajele manipulatorului ci și pentru toate celelalte părți componente ale sale.

Manipulatorul care deservește instalația de probă hidropneumatică trebuie să poată executa alimentarea cu piese a dispozitivelor de încercare și transferarea pieselor instalațiilor adiacente.

Poziţionarea precisă a pieselor în dispozitivele de încercare, impusă de necesitatea corespondenţei orificiilor piesei şi orificiilor fixe ale menghinei pneumatice solicită manipulatorului o precizie mare, greu de atins fără măsurarea continuă a poziţiei braţului care poartă piesele.

b) Automatizarea completă a încercării hidropneumatice necesită introducerea unui programator şi utilizarea unor ventile cu acţiune discretă, pneumatice şi hidraulice.

Comanda ventilelor poate fi pneumatică, electrică sau mixtă.

Principala condiţie a bunei funcţionări a instalaţiei este fiabilitatea componentelor hidropneumatice de comandă. O altă condiţie importantă este fiabilitatea etanşărilor cilindrilor pneumatici; aceştia sînt periodic inundaţi cu apă care conţine de obicei praf, nisip şi sare provenită din miezul de turnare.

Piesa supusă probelor trebuie să aibă orificii uşor accesibile pentru a fi obturate prin strîngere faţă de menghina pneumatică sau cu cilindri pneumatici (hidraulici) prevăzuţi cu elemente de etanşare mobile amplasate la capătul liber al tijei. Inelele „0" sînt cele mai indicate datorită forţei reduse necesare etanşării.

Menghina pneumatică (hidraulică) care asigură prinderea piesei trebuie să fie compatibilă cu dispozitivul de prehensiune al manipulatorului. Ea trebuie să fie prevăzută cu elemente de ghidare a piesei în cursul primirii acesteia şi de poziţionare finală faţă de orificiile de alimentare cu apă şi aer.

Dispozitivul de basculare al menghinei trebuie să asigure blocarea precisă a acesteia în poziţie de acces verticală pentru a permite încărcarea şi descărcarea piesei de către manipulator în aceleaşi condiţii.

Racordurile elastice prin care se asigură alimentarea cu aer şi apă a cuvei, precum şi alimentarea cu aer comprimat a cilindrilor pneumatici de strîngere trebuie amplasate astfel încît să se poată roti liber în cursul basculării menghinei. Este posibilă evitarea acestora dacă se utilizează un distribuitor cilindric rotativ amplasat pe arborele menghinei pneumatice, dar etanşările de rotaţie care trebuie utilizate sînt supuse unor condiţii dificile de funcţionare, care pot micşora mult rezistenţa lor.

Diagnosticarea rezistenţei şi etanşeităţii pieselor se poate face automat, dar costul dispozitivelor necesare trebuie analizat pornind de la seria de piese care urmează a fi încercate [2 ... 8].

În cazul pieselor care trebuie să fie perfect etanşe, prezenţa unui operator care să observe existenţa porilor este obligatorie.

5. Concluzii

Pe baza experienţei obţinute în proiectarea şi punerea în funcţiune a instalaţiei de încercare hidropneumatică a capacelor motorului MTU—6V se poate trece la realizarea unor instalaţii similare, parţial sau complet automatizate, care să permită diagnosticarea rapidă şi sigură a unor piese de tip „recipient" fabricate în serie mare.

Asimilarea în ţara noastră, în viitorul apropiat, a unei familii de roboţi va permite diversificarea gamei de activităţi care pot fi realizate automat, facilitînd astfel şi automatizarea încercării hidropneumatice.

BIBLIOGRAFIE

1. *Kovacs Fr., Mesaroş A. V.*, Contribuţii la analiza preciziei de centrare a dispozitivelor de prehensiune ale roboţilor industriali. Lucrările Simpozionului Naţional de roboţi industriali, Bucureşti, 1981.
2. * * * Atlas internaţional al defectelor de turnare. Editura Tehnică, 1977
3. *Rogozea M.*, Turnarea pieselor din aliaje uşoare şi remedierea defectelor de etanşeitate. I.D.T., Bucureşti, 1964.
4. *Opriş A.*, Tehnica verificării etanşeităţii produselor. Editura Tehnică, Bucureşti, 1974
5. *Echim I. T., Leahu D.*, Verificarea etanşeităţii şi rezistenţei la presiune a instalaţiilor tehnologice. I.D.T., Bucureşti, 1962.
6. *Herod C.*, Leak testing in heary engineering. British Journal of non destructive testing, nr. 1, 1968.
7. *Mannesson R.*, Perfectionnements apportés aux appareilles pour déceler les fuites dans des capacités fermées. Pat. France, nr. 1, 114.506 (cl. G 01 1), 1956.
8. *Tallon J.*, Le control d'étanchéité à helium. La Technique Moderne, octobre, 1968.

Possibilities of Automatic Pressure Resistance and Tightness Test of Complex Geometry Pieces

The paper presents a pressure resistance and tightness test unit for water cooled manifold of MTU 6 V Diesel motor produced by „23 AUGUST" Company from Bucharest. An analysis of the possibilities to automate this type of test unit is made too.

The authors talk over the following problems : manipulator catch member — the pieces geometry compatibility ; the sealing of pieces ports ; the casting defects identification ; the hydropneumatic system particularities ; the safety of operation.

C.Z. : 621.311.21

DEBITMETRIA DE EXPLOATARE A CENTRALELOR HIDROELECTRICE

A. DIACON, V. NISTREANU, E. C. ISBĂŞOIU*

Lucrarea prezintă o metodă originală pentru determinarea debitului turbinat în exploatarea unei centrale hidroelectrice. Cunoaşterea debitului real este importantă deoarece aceasta permite completarea şirului de date hidrologice şi în acest fel o corelare mai bună între volumul de apă disponibil şi necesarul de energie electrică.

De asemenea, este prezentată o sinteză a activităţii autorilor, începută încă din 1969, privind determinarea coeficientului de rugozitate din formula Manning-Strickler pentru derivaţiile hidrocentralelor. În final se indică modul de organizare a măsurătorilor şi de prelucrare a datelor obţinute, precum şi concluziile care rezultă din acestea.

Funcţionarea optimă a unei uzine hidroelectrice, în sensul obţinerii maximului de energie din stocul de apă disponibil, este strîns legată de existenţa unei debitmetrii de exploatare, simplă şi eficientă, care, prin completarea şirului de date hidrologice a sectorului de bazin amenajat, permite realizarea unei corelări precise între volumul de apă disponibil şi necesarul de energie electrică.

Totodată este necesară cunoaşterea cît mai exactă a caracteristicilor hidraulice a uvrajelor care conduc apa, în scopul adoptării unor măsuri pentru îmbunătăţirea randamentelor hidraulice a acestora, deci pentru reducerea pierderilor de energie.

Prezenta lucrare prezintă preocupările autorilor pentru realizarea unei debitmetrii de exploatare a hidrocentralelor şi pentru determinarea caracteristicilor hidraulice a albiilor artificiale.

1. Debitmetria de exploatare a hidrocentralelor

Pentru determinarea debitului mediu zilnic turbinat s-a propus o metodă simplă, rapidă şi suficient de precisă, bazată pe relaţia puterii produse într-o centrală hidroelectrică :

$$P = 9{,}81\ \eta_h(Q) \cdot \eta_t(Q) \cdot \eta_g[P_t(Q)] \cdot Q \cdot H_b \qquad (1)$$

în care s-au utilizat notaţiile cunoscute şi s-a avut în vedere dependenţa implicită a randamentelor de debit. Pentru determinarea debitului este

Manuscris primit la data de 12 ianuarie 1982

* Prof. dr. ing. ; Conf. dr. ing. ; Şef lucrări dr. ing., Catedra Hidraulică

necesară cunoașterea puterii electrice produse de fiecare grup din uzină, înregistrarea căderii brute a uzinei (înregistrarea nivelului amonte și a celui aval) și calculul pierderilor de sarcină totală ΔH în diferite variante de funcționare. Deoarece în relația (1) nu se cunosc relațiile analitice care să arate dependența randamentelor de debit, determinarea debitului s-a realizat pe cale indirectă pe baza unor nomograme.

Autorii au realizat asemenea nomograme, indicînd metodologia de calcul necesară, pentru un număr mai mare de uzine hidroelectrice avînd derivații sub presiune (UHE „V. I. Lenin" Bicaz, UHE Argeș, UHE Lotru, UHE Mărișelu) sau derivații cu nivel liber (UHE Vaduri, UHE Racova, UHE Gîrleni, UHE Bacău I, UHE Bacău II, UHE Oiești, UHE Albești, UHE Cerbureni, UHE Valea Iașului, etc.).

1.1. *Determinarea randamentului hidraulic.* Dacă se obține prin măsurători directe căderea brută H_b și se determină prin calcul pierderile totale de sarcină între bieful amonte și cel aval (ΔH), randamentul hidraulic al amenajării rezultă cu relația

$$\eta_{ih} = \frac{H_n}{H_b} = 1 - \frac{\Delta H}{H_b} \tag{2}$$

În cazul amenajărilor prevăzute cu canale de derivație pierderile totale de sarcină se compun din pierderile datorate remuului pe canalul de aducțiune și pe cel de fugă și din pierderile longitudinale și locale în circuitul apei între camera de încărcare și bazinul de liniștire. Calculul remuului pe fiecare canal s-a făcut prin integrarea numerică a ecuației diferențiale a mișcării permanente neuniforme gradual variată cu ajutorul metodei Runge-Kutta. Pentru a cuprinde în calcul un număr cît mai mare de cazuri posibile, în cazul uzinelor sus menționate, s-au admis cel puțin patru valori ale debitului transportat pe canal ($0{,}25\ Q_i$; $0{,}5\ Q_i$; $0{,}75\ Q_i$; Q_i), trei valori posibile ale coeficientului de rugozitate ($n = 0{,}014$; $0{,}015$; $0{,}016$) și cinci valori ale nivelurilor din fiecare lac, în limita cotelor în care se situează nivelurile caracteristice.

În cazul uzinelor prevăzute cu derivații sub presiune, calculul pierderilor totale de sarcină ΔH s-a făcut prin însumarea pierderilor longitudinale și a celor locale pe întreg circuitul apei, între bieful amonte și cel aval, în diverse variante de funcționare a grupurilor. Pentru sistematizarea calculului s-a împărțit circuitul hidraulic în trei sectoare: aducțiunea pînă la castelul de echilibru, puțul sau galeria forțată, distribuitorul apei la turbină. S-au admis ca parametri de calcul debitul (care variază între 0 și debitul instalat) și coeficientul de rugozitate cu mai multe valori distincte. Pierderile de sarcină s-au calculat cu formulele uzuale, cunoscute. Pentru calculul pierderilor în distribuitorul apei la turbină s-au luat în considerare toate variantele posibile de funcționare a grupurilor din centrală (ex. UHE Lotru, trei grupuri, șapte variante de funcționare, UHE Argeș, patru grupuri, 15 variante de funcționare, etc.). În acest fel, pentru fiecare variantă de funcționare s-au calculat pierderile totale de sarcină $\Delta H = f(Q)$, iar cu formula (2) s-au calculat randamentele hidraulice ale

amenajării. Pentru fiecare uzină s-au trasat, cu valorile astfel determinate, diagrame $H_n = f(H_b)$ (fig. 1).

1.2. *Randamentul turbinelor și generatoarelor*

Deoarece pentru uzinele susmenționate, în afara UHE Bacău II, nu există măsurători ale randamentului turbinelor (la UHE Argeș există asemenea măsurători doar pentru două căderi nete), s-au luat în considerare curbele de garanție ale randamentelor turbinelor, furnizate de firma constructoare. Pentru UHE Bacău II s-au folosit măsurătorile ICEMENERG care au dat valori cu 5—6% mai mici decît cele din caracteristicile de exploatare.

Pe baza acestor curbe s-au trasat curbele de variație a randamentului cu debitul și cu puterea $\eta_t = f(Q)$, $\eta_t = f(P)$, precum și a puterii la cupla turbinei funcție de debit $P_T = f(Q)$, toate pentru diverse căderi nete.

Randamentul hidrogeneratoarelor a fost considerat conform curbelor date de firma constructoare.

Pe baza tuturor acestor curbe, prin intermediul puterii la cupla turbinei, s-au trasat curbele de variație ale puterii generatoarelor în funcție de debit pentru diverse căderi nete $P_g = f(H_n, Q)$ (figura 2).

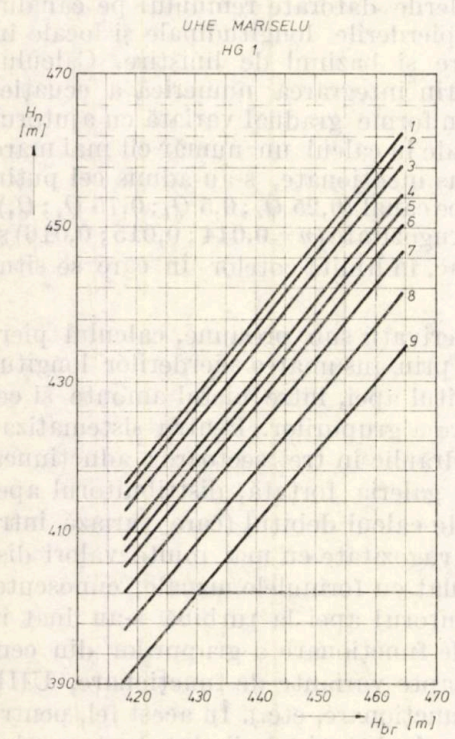


Fig. 1. — $H_n = f(H_{br})$

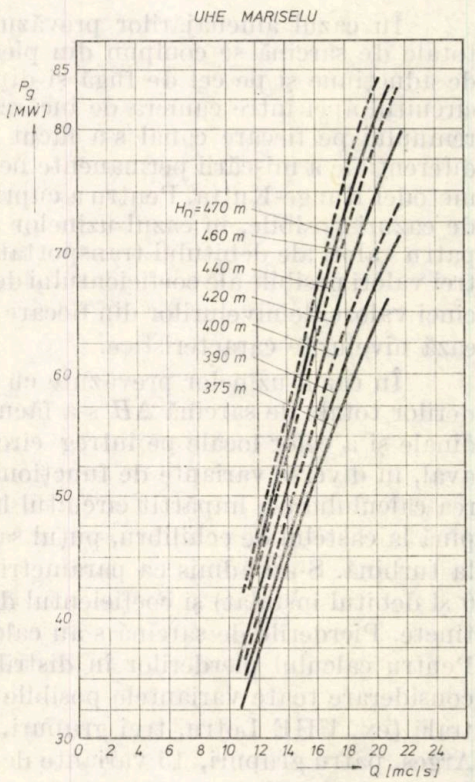


Fig. 2 — Curbele de variație a puterii generatorului în funcție de debit

1.3. *Modul de determinare a debitului mediu zilnic turbinat*

Cu mici deosebiri între uzinele cu derivaţii sub presiune şi cele cu derivaţii cu nivel liber, determinarea debitului mediu zilnic turbinat se face, în etape succesive, în modul următor :

— la diverse intervale de timp Δt_i se înregistrează căderea brută H_b a centralei şi puterea electrică $P_{g_{ij}}$ livrată de fiecare generator ;

— de pe curbele $H_n = f(H_b)$ (figura 1) şi funcţie de modul de funcţionare al uzinei se determină valoarea căderii nete a centralei ;

— din curbele $P_g = f(Q, H_n)$ (figura 2) se determină debitul turbinat de către fiecare grup în funcţiune în intervalul de timp Δt_i, iar prin însumarea acestor valori se obţine debitul Q_{ci} turbinat în centrală în intervalul respectiv ;

— debitul mediu zilnic turbinat (sau uzinat) rezultă imediat din relaţia :

$$\overline{Q}_{cz} = \frac{W}{3600 \cdot 24} = \frac{\Sigma\, Q_{ci} \cdot \Delta t_i}{3600 \cdot 24} \tag{3}$$

S-a indicat pentru fiecare uzină în parte un cap de tabel, în care personalul de exploatare poate nota valorile caracteristice (P_{g_j}, Z_{am}, Z_{av}, H_b, etc.) la diverse momente, ceea ce facilitează determinarea valorii debitului mediu zilnic uzinat.

Metoda propusă mai sus este simplă, rapidă şi în acelaşi timp suficient de precisă, erorile de determinare încadrîndu-se în limitele admisibile de $\pm$ 2%.

Se impune însă determinarea prin măsurători, la intervale de timp bine stabilite pentru fiecare uzină în parte, a randamentelor turbinelor şi generatoarelor, precum şi valorile reale ale coeficientului de rugozitate a derivaţiilor uzinelor.

2. Determinarea caracteristicilor hidraulice ale derivaţiilor uzinelor hidroelectrice

Cunoaşterea cît mai exactă a valorilor coeficientului de rugozitate „n" din formula Manning-Strickler este necesară şi deosebit de utilă atît pentru calculul hidraulic al derivaţiilor, cît şi pentru realizarea unei producţii sporite de energie. În acest scop, începînd din anul 1969, sub conducerea autorilor, s-au realizat măsurători pentru determinarea acestui coeficient pe canalele de derivaţie ale uzinelor de pe valea Bistriţei (UHE Roznov I, Roznov II, Zăneşti, Gîrleni, Bacău II) şi pe aducţiunea UHE Argeş (în curs de realizare pe aducţiunea UHE Mărişelu).

2.1. *Organizarea şi tehnica măsurării datelor primare*

2.1.1. În cazul derivaţiilor cu nivel liber, pentru determinarea coeficientului de rugozitate este necesară cunoaşterea profilului în lung al suprafeţei libere a apei şi valorile debitelor. De aceea s-au realizat măsurători de niveluri, debite şi puteri.

Măsurarea nivelurilor s-a făcut în toate cazurile cu ajutorul mirelor hidrometrice, verticale sau înclinate pe taluz. Metoda este simplă şi eco-

nomică. Pentru a elimina erorile de măsurare mai mari, care pot apare în acest caz, s-au luat o serie de măsuri speciale cum ar fi : funcţionarea uzinelor într-un regim prestabilit un număr de ore anterior măsurării, luarea în considerare doar a măsurătorilor care nu sînt influenţate de valuri produse de vînt sau de manevre ale vanelor, etc. Ca urmare a acestor măsuri, erorile de măsurare s-au redus foarte mult şi au fost cuprinse, funcţie de canal şi lungimea sectorului cuprins între mire (minim 500 m şi maxim 7000 m), între 0,25 şi 3,4%. Citirea nivelurilor s-a făcut la fiecare 15 minute.

Măsurarea debitelor s-a făcut indirect, prin măsurarea puterilor produse de centrală. Aceasta a permis determinarea unor debite instantanee sau medii pe un interval de timp mult mai scurt decît cel necesar în cazul folosirii moriştilor hidrometrice. Existînd măsurători ale puterii P a grupurilor şi ale căderilor H ale uzinei şi cunoscînd randamentul global η al centralei, rezultă

$$Q = \frac{P}{9{,}81\, H\eta} \tag{4}$$

Puterile s-au citit la fiecare grup din cinci în cinci minute şi s-a făcut o medie a acestor citiri pe un interval de 15 minute. S-au folosit valorile randamentelor determinate prin măsurători directe de către ICEMENERG.

Valorile debitelor astfel determinate au fost verificate şi cu ajutorul altor metode cum ar fi măsurători cu morişti (UHE Zănești 1969, 1970) şi măsurători prin metoda etalonării carcasei spirale (1969, Roznov I, 1973, Bacău II).

2.1.2. În cazul derivaţiilor sub presiune este necesar să se cunoască linia energetică a curgerii. Ca urmare s-au realizat măsurători ale presiunii şi debitului.

Măsurarea presiunii s-a făcut în puncte bine precizate folosind manometre cu clasă de precizie 0,6. S-a măsurat presiunea la priza de apă, aval de vana fluture, la castelul de echilibru şi la distribuitorul apei la turbine. De asemenea ,s-au măsurat nivelele amonte (în lacul de acumulare) şi aval (în bazinul de liniştire).

Debitul s-a măsurat prin metoda indirectă, prin măsurarea puterii produse de fiecare grup, rezultatele obţinute verificîndu-se cu ajutorul unor contori volumetrici instalaţi la fiecare turbină.

2.2. *Determinarea coeficientului de rugozitate*

Pentru a putea fi folosite la determinarea coeficientului de rugozitate, datele obţinute din măsurători au fost supuse unui proces de prelucrare primară, care a condus în final la cunoaşterea debitelor şi adîncimilor apei şi în acelaşi timp la eliminarea măsurătorilor eronate.

Datele astfel selecţionate s-au prelucrat pe cale analitică şi numerică, plecînd de la ecuaţiile care caracterizează curgerea permanentă neuniformă. Astfel plecînd de la ecuaţia lui Bahmetev pentru un sector $j - k$, s-a obţinut ecuaţia :

$$il_{jk} - (h_k - h_j) = h_0(1 - w_{med})[\varphi(\eta_k) - \varphi(\eta_j)] \tag{5}$$

din care, prin aproximații succesive, s-a determinat înălțimea de curgere în regim uniform h_0, iar apoi valoarea coeficientului de rugozitate cu formula

$$n = \frac{\sqrt{i}}{Q} \cdot AR^{2/3} = \frac{\sqrt{i}}{Q} \cdot \frac{(bh_0 + mh_0^2)^{5/3}}{(b + 2h_0\sqrt{1+m^2})^{2/3}} \tag{6}$$

De asemenea, plecînd de la ecuația pantei energetice a curgerii :

$$J_e = \frac{1}{l_{jk}}\left[\left(h_j + \frac{\alpha v_j^2}{2g}\right) - \left(h_k + \frac{\alpha v_k^2}{2g}\right) + il_{jk}\right] \tag{7}$$

și folosind pentru arii (A_m), raze hidraulice (R_m) și debite (Q_m) valori medii pe sector, s-a determinat coeficientul de rugozitate cu relația :

$$n = \frac{A_m R_m^{2/3}}{Q} \cdot \sqrt{J_e} \tag{8}$$

În cazul derivațiilor sub presiune s-au determinat :

— un coeficient global al pierderii locale de sarcină pentru zona intrării în priză (lac — vana fluture de la priză) pe baza formulei cunoscute

$$\Delta h_1 = 0{,}0826\ \zeta \frac{Q^2}{D^4} \tag{9}$$

— un coeficient de rugozitate mediu global al aducțiunii sub presiune (zona cuprinsă între priza de apă și castelul de echilibru) din formula lui Chézy

$$\Delta h_2 = \frac{Q^2}{K^2} l = \frac{Q^2}{A^2 C^2 R} l \tag{10}$$

de unde se deduce

$$n = \frac{k}{Q}\sqrt{\Delta h_2} \tag{11}$$

— un coeficient λ mediu global al pierderii liniare de sarcină pe porțiunea puțului forțat (zona cuprinsă între castelul de echilibru și distribuitorul apei la turbine) din formula lui Darcy :

$$\Delta h_3 = 0{,}0826\,\lambda \cdot \frac{Q^2}{D^5} \cdot l \tag{12}$$

Valorile Δh_1, Δh_2 și Δh_3 sînt cele determinate prin măsurători.

2.3. *Rezultate obținute*

2.3.1. În tabelul 1 anexat sînt sintetizate atît elementele care caracterizează măsurătorile efectuate pe canalele de pe valea Bistriței, cît și valorile obținute pentru coeficientul de rugozitate. Se observă că în afara

Tabelul 1

Anul	1969	1970	1971	1972	1973	1974
Canalul	Roznov I, II	Roznov I Zănești III, IV	Gîrleni Bacău II	Roznov I	Gîrleni Bacău II	Gîrleni Bacău II
Perioada	11÷20 iulie	7÷20 iulie	12÷20 iulie	10÷12 iulie	6÷17 iulie	26 iun. ÷ 12 iul.
Interval de timp (orele)	8,30÷14,00	8,30 ÷ 13,30 13,00 ÷ 18,30	8,30 ÷ 13,30 15,00 ÷ 19,00	8,30 ÷ 13,30 15,00 ÷ 19,00	8,30 ÷ 13,30	8,30 ÷ 13,30
Personal folosit (nr. de persoane)	44	30	32	18	36	25
Număr de mire	13	22	12 / 13	8	15 / 14	15 / 14
Distanța între mire [m]	1.000	500 ÷ 1.000	300 ÷ 1.000	1.000 ÷ 3.000	300 ÷ 1.000	300 ÷ 1.000
Gama debitelor măsurate [m^3/s]	60 ÷ 84	40 ÷ 84	40 ÷ 130	70 ÷ 84	85 ÷ 180	30 ÷ 180
Numărul Reynolds al curgerii [10^6]	8 ÷ 10	6 ÷ 12	4 ÷ 18	6 ÷ 11	5 ÷ 22	
Starea taluzului	deteriorat, depuneri	deteriorat, îngrijit	deteriorat, depuneri	deteriorat, depuneri	deteriorat, depuneri	deteriorat, depuneri
Prelucrarea finală a datelor	manuală	manuală	manuală	cu calculator	cu calculator	cu calculator
Numărul de determinări	65	43 / 63 / 21	49	398	370	175 51
Valoare n_{med}	0,0175	0,0153 0,0148 0,0182	0,0169	0,0156	0,0160	0,0163 0,0167

canalului de aducțiune al UHE Zănești (0,013), pentru toate celelalte canale valorile medii ale coeficientului de rugozitate sînt mai mari decît valoarea maximă admisă de către proiectant (0,015). Valorile mărite conduc la importante pierderi de energie, la micșorarea capacității de transport a canalului sau la forțarea gărzii canalului, cu posibilitatea producerii unor avarii. De aceea se impune o curățire și reparare a canalelor la perioade care nu trebuie să depășească 5 ani pentru canalul Roznov I și 7—8 ani pentru celelalte.

2.3.2. La aducțiunea UHE Argeș s-au determinat următoarele valori :

— pentru zona intrării în priză un coeficient mediu global

$$\xi_m = 3{,}798$$

valoare care este de circa 2,5 ori mai mare decît cea corespunzătoare datelor admise de proiectant ;

— pentru aducțiunea sub presiune un coeficient de rugozitate mediu

$$n_m = 0{,}0155$$

care este cu circa 14 % mai mare decît valoarea maximă admisă de proiectare ;

— pentru puțul forțat o valoare medie

$$\lambda_m = 0{,}05183$$

care este de circa 5 ori mai mare decît valoarea admisă la proiectare.

Aceste valori mărite demonstrează pe de o parte necesitatea efectuării de măsurători pentru determinarea exactă a coeficienților de rugozitate, iar pe de altă parte impun luarea în exploatare a unor măsuri necesare pentru îmbunătățirea condițiilor hidraulice de scurgere (curățire și reparații periodice, etc.).

3. Concluzii

Metoda propusă pentru realizarea debitmetriei de exploatare este simplă, rapidă și suficient de precisă (erori în limite de $\pm$ 2%). Aplicarea acestei metode la uzinele hidroelectrice cele mai importante este facilitată de faptul că s-au pus la dispoziția acestora toate nomogramele necesare.

Pentru a micșora sursele de erori este necesară cunoașterea cît mai exactă a coeficienților de rugozitate a derivațiilor prin măsurători directe.

Valorile acestor coeficienți pentru o serie de derivații a unor uzine hidroelectrice din țara noastră sînt mai mari decît cele cunoscute din literatură și admise la proiectare, ceea ce arată că este necesară adoptarea unor măsuri care să conducă la micșorarea acestor valori și deci la reducerea pierderilor de energie.

Realizarea la fiecare uzină în parte a unei debitmetrii de exploatare va crea premisele necesare pentru optimizarea funcționării acestora.

BIBLIOGRAFIE

1. *Diacon A., Nistreanu V., Isbășoiu E. C.*, „Determinarea coeficientului de rugozitate a albiilor prismatice prin măsurători în natură", Hidrotehnica, nr. 2, 1977.
2. *Diacon A., Nistreanu V., Isbășoiu E. C.*, „La Determination du coefficient de rugosité de lits prismatiques à l'aide des mesures à l'echelle de la nature", Congresul XVII AIRH, Baden-Baden, RFG, 1977.

A Method to Ascertain theRate of Flow During Exploatation of Hydro-electric Power Stations

The paper presents an original method to ascertain the rate of flow through the turbine during exploatation of a hydro-electric power station. It appears as very important to be able to know the actual rate of flow considering that this will permit a completation of hydrological data and a better correlation between the actual volume of water and the quantity of energy required.

A resumé is included as well of the papers presented by the authors since 1969 concerning a method to ascertain the roughness coefficient of Manning-Strickler formula for the free lavel and pressure derivation of hydro-electric power stations. The organisation of data measurement and some essential results are finally presented with the due conclusions.

C.Z.: 621.24
621.515
621.812

UTILIZAREA PROFILELOR NACA—65 PENTRU PROIECTAREA ROTOARELOR DE POMPE AXIALE

GH. ZIDARU *

În această lucrare, la baza proiectării palelor rotorice de pompe axiale sînt puse coeficientul de curbură Cp_0 și incidența la intrare $\alpha_1 = \beta_0 - \beta_1$, care au fost obținute experimental prin încercarea rețelelor deceleratoare de profile NACA—65 în tunel aerodinamic. Se determină valorile optime ale coeficientului de curbură Cp_0 și unghiului de așezare β_0 pentru profile cu $d/l \neq 0{,}1$ și se calculează randamentul hidraulic al rețelei și randamentul hidraulic global al pompei axiale.

1. Introducere

În literatura de specialitate sînt foarte puține date despre optimizarea parametrilor geometrici ai rețelelor liniare de profile, astfel că metodele uzuale de calcul se bazează pe utilizarea profilelor izolate cu polare cunoscute.

Printre puținele date experimentale privitoare la optimizarea rețelelor liniare sînt cele referitoare la rețele deceleratoare de profile NACA-65 [1], [9].

Aceste rezultate erau destinate proiectării turbocompresoarelor axiale, dar pot fi aplicate și la proiectarea ventilatoarelor și pompelor axiale.

2. Optimizarea parametrilor geometrici ai rețelelor rotorice

Profilele NACA-65 realizează repartiții aplatisate ale vitezei și presiunii pe contur, ceea ce determină configurații favorabile ale stratului limită, cu gradient mic de presiune în aval de punctul cu presiune minimă de pe extrados. De asemenea, paletajele pompelor axiale alcătuite din asemenea profile au calități cavitaționale ridicate.Scheletul profilului este obținut teoretic în ipoteza repartiției uniforme a circulației de-a lungul coardei la incidența nulă a vitezei de la infinit în cazul profilului subțire izolat. Ecuația scheletului este [9]

$$\frac{y_f}{l} = -\frac{c_{p0}}{4\pi}\left[\left(1-\frac{x}{l}\right)\ln\left(1-\frac{x}{l}\right)+\frac{x}{l}\ln\frac{x}{l}\right], \qquad (1)$$

Manuscris primit la data de 6 noiembrie 1981
* Conf. dr. ing., Catedra Hidraulică și mașini hidraulice.

iar ecuația funcției de grosime

$$\frac{y_d}{l} = \frac{d}{l}\,\frac{1 - x/l}{1 - 0{,}176\,x/l}\left[1{,}0675\sqrt{\frac{x}{l}} - 0{,}2758\,\frac{x}{l} + 2{,}4478\left(\frac{x}{l}\right)^2 - \right.$$

$$\left. - 2{,}8385\,\frac{x}{l}\left(\frac{x}{l}\right)^3\right]. \qquad (2)$$

Bordul de atac rotunjit are raza de curbură

$$r_A/l = 0{,}687(d/l)^2. \qquad (3)$$

În ecuațiile (1) și (2) c_{p0} este coeficientul de curbură, l este coarda profilului, d/l este grosimea relativă, axa Ox este de-a lungul coardei, iar axa Oy este perpendiculara pe coardă în bordul de atac.

În tabelul 1 se dau valorile numerice ale ordonatei relative $y_f(x)/(lc_{p0})$, panta acestuia $(dy_f/dx)/c_{p0}$, precum și funcția de grosime $y_d(x)/l$ pentru grosimea relativă $d/l = 10\,\%$.

La proiectarea palei rotorice după anumite ipoteze de încărcare [9], se aleg diferite secțiuni cilindrice de calcul, în care se determină triunghiurile vitezelor în amonte și în aval, deci unghiurile β_1 și β_2.

Tabelul 1

Geometria profilelor NACA—65 cu $d/l = 0{,}1$

$x/l \cdot 100$	$y_f/(lc_{p0}) \cdot 100$	$(dy_f/dx)/c_{p0}$	$y_d/l \cdot 100$
0	0	—	0
0,50	0,250	0,42120	0,772
0,75	0,350	0,38875	0,932
1,25	0,535	0,34770	1,169
2,5	0,930	0,29155	1,574
5,0	1,580	0,23430	2,177
7,5	2,120	0,19995	2,647
10	2,585	0,17485	3,040
15	3,365	0,13805	3,666
20	3,980	0,11030	4,143
25	4,475	0,08745	4,503
30	4,860	0,06745	4,760
35	5,150	0,04925	4,924
40	5,355	0,03225	4,996
45	5,475	0,01595	4,963
50	5,515	0	4,812
55	5,475	−0,01595	4,530
60	5,355	−0,03225	4,146
65	5,150	−0,04925	3,682
70	4,860	−0,06745	3,156
75	4,475	−0,08745	2,584
80	3,980	−0,11030	1,987
85	3,365	−0,13805	1,385
90	2,585	−0,17485	0,810
95	1,580	−0,23430	0,306
100	0	—	0

Într-o secțiune dată, cunoscînd deviația curentului în rețea $\varepsilon = \beta_2 - \beta_1$ și alegînd l/t, se determină valoarea optimă a coeficientului de curbură c_{p0}, ([1], fig. 112 și [9], anexa 6.1), în funcție de care curbura profilului este

$$f/l = \frac{c_{p0}}{4\pi} \ln 2. \tag{4}$$

Apoi, în funcție de c_{p0} și l/t, se determină incidența optimă la intrare $\alpha_1 = \beta_0 - \beta_1$ ([9], fig. 6.17), corespunzătoare grosimii relative $d/l = 10\,\%$. Pentru o altă valoare a grosimii relative, această incidență optimă se corectează cu formula epirică a lui S. Lieblein [2]

$$i_{opt} = K_d i_{10} - n\Theta, \tag{5}$$

în care : Θ este unghiul de curbură a profilului determinat în funcție de c_{p0} în [1] (fig. 113) și în [9] (fig. 6.9), coeficientul empiric K_d este dat în funcție de d/l în figura 1, coeficientul empiric n se află din figura 2 în funcție de β_1, iar unghiul i_{10} este

$$i_{10} = \alpha_1 - \Theta/2. \tag{6}$$

Cu valoarea i_{opt} găsită, se obține unghiul de așezare (determinat de coarda profilului cu frontul rețelei)

$$\beta_0 = \beta_1 + i_{opt} + \Theta/2. \tag{7}$$

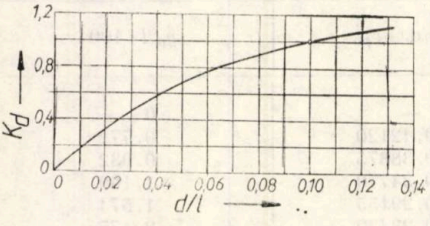


Fig. 1 — Coeficientul $K_d(d/l)$

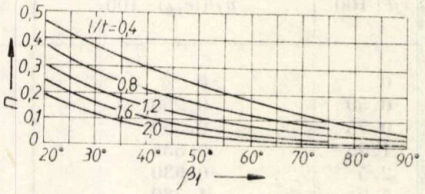


Fig. 2 — Coeficientul $n(\beta_1)$

Procedeul se aplică fiecărei secțiuni de calcul pentru diferite valori ale lui l/t, pentru care se determină randamentul hidraulic cu formula [9]

$$\eta_h = 1 - \frac{c_z}{u \sin^2\beta_\infty} \cdot \frac{c_r/c_p}{1 + \operatorname{ctg}\beta_\infty c_r/c_p}, \tag{8}$$

în care : c_z este componenta axială a vitezei ; $u = \omega r$ este viteza de transport corespunzătoare razei r a secțiunii de calcul ; unghiul β_∞ se află cu relația

$$\operatorname{ctg}\beta_\infty = \frac{1}{2}(\operatorname{ctg}\beta_1 + \operatorname{ctg}\beta_2), \tag{9}$$

iar raportul c_r/c_p se obține din [1] în funcție de α_1. Se reprezintă grafic $\eta_h(l/t)$ și valorii maxime a randamentului hidraulic îi corespund $(l/t)_{opt}$ și $\beta_{0.opt}$ aferent.

Pentru a evita interpolările necesare după l/t și după β_1 la determinarea randamentului hidraulic, se poate renunța la optimizarea raportului l/t, care se alege în funcție de rapiditate.

Randamentul hidraulic al fiecărei secțiuni se află cu relația

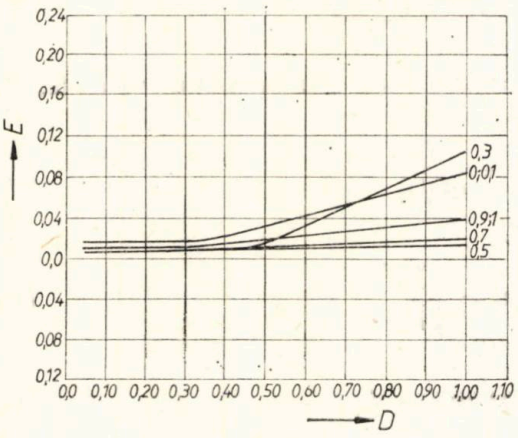


Fig. 3 — Graficul $E(D, k)$

$$\eta_h = \frac{Y}{Y_t} = \frac{Y_t - \zeta_1 w_1^2/2}{Y_t} =$$

$$= \frac{(c_{\mu 2} - c_{\mu 1})\, u_1^2 - \zeta_1 w/2}{(c_{u2} - c_{u1})\, u}, \qquad (10)$$

unde coeficientul pierderilor de sarcină ζ_1 se scoate din figura 3, în care $k = (r - r_b)/(r_e - r_b)$, cu r_e și r_b razele rotorului și butucului, dă poziția secțiunii de calcul, $E = \zeta_1 \sin \beta_2/(2\, l/t)$, iar D este factorul de difuzie a rețelei, introdus de S. Lieblein [2],

$$D = 1 - \frac{w_2}{w_1} + \frac{c_{u2} - c_{u1}}{2w_1} \cdot \frac{t}{l}. \qquad (11)$$

Randamentul hidraulic mediu al rotorului se calculează ca raport al energiei specifice medii $\overline{Y}$ și energia specifică teoretică medie $\overline{Y}_t$:

$$\overline{Y} = \frac{\int_{r_b}^{r_e} rc_z Y \, dr}{\int_{r_b}^{r_e} rc_z \, dr} = \frac{\int_{r_b}^{r_e} rc_z (c_{u2} - c_{u1}) u \, dr}{\int_{r_b}^{r_e} rc_z \, dr}; \qquad (12)$$

$$\overline{Y}_t = \frac{\int_{r_b}^{r_e} rc_z Y_t \, dr}{\int_{r_b}^{r_e} rc_z \, dr} = \frac{\int_{r_b}^{r_e} c_z (c_{u2} - c_{u1}) u \, dr}{\int_{r_b}^{r_e} rc_z \, dr}; \qquad (13)$$

$$\overline{\eta}_h = \overline{Y}/\overline{Y}_t. \qquad (14)$$

Integralele din expresiile (9) și (10) se efectuează cu ajutorul regulei trapezelor sau a lui Simpson în cazul cînd secțiunile clindrice de calcul al palei sînt echidistante.

În cazul cînd rotorul pompei nu este precedat de un aparat predirector, în formulele (7)—(10) se introduce $c_{u1} = 0$. Pe de altă parte, deoarece optimizarea experimentală s-a efectuat pentru $\beta_1 = 20°—60°$,

utilizarea diagramei de optimizare a coeficientului de curbură c_{p0} este posibilă fără extrapolare în raport cu β_1 dacă $\beta_{1,e} \geqslant 20°$, ceea ce înseamnă

$$\operatorname{tg}\beta_{1,e} = \frac{c_{z1}}{u_e} = \frac{240\,Q}{\pi D^2(1-\nu^2)\eta_v \pi n D} \geqslant \operatorname{tg} 20,°,$$

în care $D = 2\,r_e$, $\nu = r_b/r_e$, $\eta_v \cong 0{,}96$ este randamentul volumic. În funcţie de debitul dublu unitar

$$Q'_1 = \frac{Q}{D^2\sqrt{H}} \tag{15}$$

şi de turaţia dublu unitară

$$n'_1 = \frac{nD}{\sqrt{H}} \tag{16}$$

rezultă condiţia

$$\frac{Q'_1}{n'_1} \geqslant 0{,}0144(1-\nu^2). \tag{17}$$

Dacă această condiţie nu este satisfăcută, atunci în secţiunea de la periferie şi eventual în una sau două alăturate, este necesară extrapolarea coeficientului c_{p0} după β_1. Uneori este necesară încă o extrapolare după deviaţia ε, atunci cînd $\varepsilon < 2°$. Acesta este de obicei cazul secţiunii periferice a rotorului proiectat în ipoteza vîrtejului potenţial la ieşire, $c_{u_2}r = const.$

O asemenea situaţie a apărut la proiectarea de către autor a unei variante a modelului redus al unei pompe destinate staţiei de pompare Cernavoda de pe canalul Dunărea-Marea Neagră. Rotorul astfel proiectat a avut performanţe energetice şi cavitaţionale foarte bune, constatate la verificările experimentale efectuate de CCITPV-Bucureşti.

Se poate alege o altă ipoteză de încărcare a paletajului rotoric, astfel încît să nu mai fie necesară extrapolarea după ε.

Dacă rotorul este precedat de un aparat predirector, atunci acesta se poate proiecta astfel încît $\beta_1 \geqslant 20°$ la orice rază.

Pentru efectuarea comodă a calculului de rezistenţă, parametrii geometrici ai profilului NACA-65 se determină cu următoarele formule [8]:

— aria

$$A = 0{,}650854(d/l)\,l^2; \tag{18}$$

— coordonatele centrului de greutate

$$x_G = 0{,}477501\ l;\ y_G = 0{,}045700\,c_{p0}\,l; \tag{19}$$

— momentele de inerţie

$$I_x = [0{,}0369845(d/l)^3 + 0{,}00143686(d/l)c_{p0}^2]\,l^4; \tag{20}$$

$$I_{y'} = 0{,}034844\ (d/l)l^4, \tag{21}$$

unde Ox este de-a lungul coardei, iar axele Oy şi Oy' sînt perpendicularele ridicate pe coardă în bordul de atac şi respectiv în mijlocul coardei.

Faptul că rețelele liniare de profile NACA-65 au fost optimizate pe baza unor experimentări de mare precizie reprezintă o chezășie pentru obținerea unor performanțe ridicate ale pompelor axiale astfel proiectate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Emery, J. C., Herring, L. J., Erwin, J. R., Felix, A. R.*, Systematic Two-Dimensional Cascade Tests of NACA—65 — Series Compressor Blades at Low Speeds. NACA Rep. 1368 (1958).
2. *Lieblein, S.*, Loss and Stall Analysis of Compressor Cascades. ASME Paper. Nr. 58—A—91 (1958).
3. *Scholz, N.*, Aerodynamik der Schaufelgitter, Bd. I, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1965.
4. *Horlock, J. H.*, Axialkompressoren. Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1965.
5. *Pfleiderer, C., Petermann, H.*, Strömungsmaschinen. 4. Auflage. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New-York, 1972.
6. *Zidaru, Gh.*, Beitrag zur Auslegungsaufgabe der axialen Turbomaschinen. Revue Roum. scie. techn., série Electrot. et Energ., tome 18, nr. 1 (1974).
7. *Traupel, W.*, Thermische Turbomaschinen. Bd. I. Thermodynamischströmungstechnische Berechnung. 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New-York, 1977.
8. *Zidaru, Gh.*, Proprietăți geometrice ale profilelor NACA. St. cerc. mec. apl. tom. 36, nr. 5 (1977).
9. *Zidaru, Gh.*, Mișcări potențiale și hidrodinamica rețelelor de profile. Curs. Litografia Inst. politehnic București, 1979.

Entwerfen der Laufräder von Axialpumpen mit Hilfe der Profile der NACA—65 Serie

In dieser Arbeit liegen dem Entwerfen der Laufschaufeln von Axialpumpen die optimalen Werte des Wölbungsbeiwertes c_{z0} und des Anströmwinkels $\alpha_1 = \alpha = \beta_0 - \beta_1$ zugrunde, die für Verzögerungsgitter von Profilen der NACA—65 Serie mit dem Dickenverhältnis $d/l = 0{,}1$ im Windkanal erhalten wurden.

Es werden bestimmt: der Wölbungsbeiwert c_{z0} der optimale Schaufelwinkel β_0 für Gitterprofile mit $d/l \neq 0{,}1$ der hydraulische Wirkungsgrad des Profilgitters und das gesamte hydraulische Wirkungsgrad des Laufrades der Axialpumpe.

C.Z.: 621.2.01

MODELAREA TRANSFERULUI DE OXIGEN DIN AER ÎN APĂ ÎN PROCESE DE REAERARE ARTIFICIALĂ CU ECHIPAMENTE MECANICE DE AERARE

D. ROBESCU *

În lucrare se studiază transferul de masă pentru fenomene de reaerare artificială cu convecție forțată. Echipamentul mecanic se consideră ca o sursă ce contribuie la difuzia forțată a oxigenului. Rezultatele metodei propuse sînt prezentate sub forma diagramelor funcționale adimensionale și a coeficientului de transfer de masă care se compară cu rezultatele obținute la experimentările din laborator.

1. Introducere

Studiul transferului de masă a unui gaz într-un lichid prin forțarea interacțiunii celor două faze de către un agregat mecanic, prezintă aspecte practice deosebit de importante pentru cazul reaerării artificiale a apelor.

Studiul teoretic al difuziei gazului introdus forțat de un echipament de aerare prezintă dificultăți majore datorită numărului mare de factori fizico-chimici și tehnici care guvernează fenomenul. În anumite cazuri particulare se pot construi teorii care să redea cu o bună aproximație fenomenul fizic real și să prezinte concordanță cu cercetările experimentale.

Fenomenul de reaerare naturală, studiat de o serie de cercetători, ca Streeter și Phelps (1925), Whitmann și Lewis (1925), Levich (1944)i Higbie și Danckwerts (1951), Dobbins (1964) etc. a fost adaptat la necesitățile practice ale procesului de transfer a oxigenului din aer în apă. În reaerarea artificială, însă, fenomenul principal este aportul echipamentului mecanic la difuzia și dispersia oxigenului prin forțarea interacțiunii fazelor și prin crearea unor condiții hidrodinamice favorabile desfășurării procesului, efect necuprins în teoriile cercetătorilor menționați mai sus.

2. Determinarea distribuției concentrației în cazul general al regimului nepermanent.

Ecuația generală a difuziei convectiv moleculare, scrisă sub formă restrînsă, este

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{v}\,\text{grad}\,C = \nabla[(D_m + D_t)\nabla C] \tag{1}$$

Manuscris primit la data de 26 octombrie 1981

* Șef lucrări dr. ing., Catedra Hidraulică

unde $C(x, y, z, t)$ este concentrația gazului difuzat în punctul (x, y, z) și la momentul t de timp, $\vec{v}(u, v, w)$ — vectorul viteză spațială în punctul M, D_m, D_t — coeficienți de difuzie moleculară și respectiv turbulentă.

Se consideră ecuația în următoarele ipoteze simplificatoare:

a) regim nestaționar;

b) variația concentrației în planul orizontal xOy este neglijabilă în raport cu variația pe adîncime;

c) viteza indusă de echipament într-un punct din masa de apă este relativ mică ceea ce reduce influența termenilor convectivi.

Ecuația (1) se completează cu un termen $\varphi(z, t)$, o sursă de gaz ce contribuie la introducerea lui forțată modificînd pe această cale concentrația într-un punct de pe adîncime și la un moment anumit de timp. Ecuația (1) devine

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[(D_m + D_{tz})\frac{\partial C}{\partial z}\right] + \varphi(z, t) \tag{2}$$

sau dacă se notează $D_m + D_{tz} = D_m(D_m + D_{tz})/D_m = D_m\,\mathrm{Nu}$, unde Nu este numărul lui Nusselt caracteristic procesului de difuzie, ecuația (2) devine

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_m\,\mathrm{Nu}\,\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \varphi(z, t) \tag{3}$$

cu condițiile inițiale și la limită $C(z, 0) = \psi(z)$, $C(O, t) = C_1(t)$, $C(H,t) = C_2(t)$.

Pe intervalul $z \in [0, H]$ rezultă pentru ecuația omogenă, $\varphi(z, t) = 0$, o infinitate de valori proprii $\{\lambda_k\} = k^2\pi^2/H^2$ cu $\lambda_k > 0$ și $\lambda_n \to \infty$, cînd $n \to \infty$, cărora le corespunde șirul funcțiilor proprii $\{Z_k(z)\}$ și soluția generală

$$C(z, t) = \int_0^H G(z, \zeta, t)\ \psi(\zeta)\ \mathrm{d}\zeta \tag{4}$$

unde

$$G(z, \zeta, t) = \frac{2}{H}\sum_{k=1}^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{k\pi\sqrt{D_m\,\mathrm{Nu}}}{H}\right)^2 t\right] \sin\frac{k\pi z}{H}\sin\frac{k\pi\zeta}{H} \tag{5}$$

fiind funcția Green pentru ecuația difuziei în regim nepermanent.

Soluția generală a ecuației complete, neomogene, este

$$C(z, t) = \int_0^H G(z,\ \zeta,\ t)\psi(\zeta)\ \mathrm{d}\zeta - D_m\,\mathrm{Nu}\int_0^t \mathrm{d}\tau\int_0^H G(z,\ \zeta,\ t-\tau)\varphi\ \ (\zeta, \tau)\ \mathrm{d}\zeta +$$

$$+ C_1(t) + \frac{z}{H}\left[C_2(t) - C_1(t)\right] \tag{6}$$

cu funcția Green dată de seria (5).

Se consideră că echipamentul de oxigenare este concentrat într-un punct, sau mai exact pe o zonă foarte mică cu grosimea δ. În baza acestei ipoteze factorul perturbator $\varphi(z, t)$ este definit pe stratul $[0, \delta]$ și nul în afara lui; astfel rezultă următoarele:

$$\text{a)} \quad \int_0^H \psi(\zeta, t)\, d\zeta = \int_0^\delta \psi(\zeta, t)\, d\zeta \to \frac{C(t)}{H} \text{ pentru } \delta \to 0; \tag{7}$$

$$\text{b)} \quad \int_0^H \psi(\zeta, \tau) \sin k\pi \frac{\zeta}{H} d\zeta = \int_0^\delta \psi(\zeta, \tau) \sin k\pi \frac{\zeta}{H} d\zeta \to$$

$$\to \frac{C(t)}{H} \sin k\pi \frac{\varepsilon}{H}, \text{ unde } \varepsilon \in (0, \delta). \tag{8}$$

Se consideră funcția $\varphi(\zeta)$ de forma

$$\varphi(\zeta) = -(C_s - C_0) \tag{9}$$

sugerată de expresia forțelor conducătoare a procesului de transfer de masă.

În baza expresiilor (7), (8), (9), prin aplicarea unei teoreme de mediere, soluția generală (6) devine

$$C(z, t) = -2(C_s - C_0) \sum_{k=1}^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{k\pi\sqrt{D_m}\sqrt{\mathrm{Nu}}}{H}\right)^2 t\right] \sin^2\left(k\pi \frac{\varepsilon}{H}\right) -$$

$$- \frac{2 D_m \mathrm{Nu}}{H} \sum_{k=1} \sin^2\left(k\pi \frac{\varepsilon}{H}\right) \int_0^t C(\tau) \exp\left[-\left(\frac{k\pi\sqrt{D_m}\sqrt{\mathrm{Nu}}}{H}\right)^2 (t - \tau)\right] d\tau +$$

$$+ C_1(t). \tag{10}$$

În baza ipotezelor $C(\tau) = -(C_s - C_0)$ și $C_1(t) = C_s$ se efectuează integrala și se însumează seriile (convergente pe domeniul $0 < \varepsilon/H < 1$), Rezultă în final, după efectuarea tuturor calculelor distribuția concentrației în timp și spațiu, exprimată în adimensional, sub forma

$$C(\bar{z}, t) = C_s - (C_s - C_0)\left[\frac{1}{3}\frac{H^2}{D_m \mathrm{Nu}\, t}\bar{z}^4 - \frac{2}{3}\frac{H^2}{D_m \mathrm{Nu}\, t}\bar{z}^3 -\right.$$

$$\left. - \left(\frac{2}{3}\frac{H^2}{D_m \mathrm{Nu}\, t} - 1\right)\bar{z}^2 + \left(\frac{H^2}{D_m \mathrm{Nu}\, t} - 1\right)\bar{z}\right] \tag{11}$$

în care $\bar{z} = \varepsilon/H$, cu $[\bar{z}] \leqslant 1$.

Pentru cazul concret al experimentării în laborator a aeratoarelor, efectuate în regim nepermanent, în care $H = 0{,}8$ m, $C_s = 11{,}25$ ppm, $C_0 = 0{,}5$ ppm, $D_m = 0{,}155$ m^2/s (la 10°C), relația (11) devine $C(zt) =$

$$= -0{,}246595\,\bar{z}^4 + 0{,}49319\,\bar{z}^3 - 10{,}2568\,\bar{z}^2 + 10{,}0102\,\bar{z} + 11{,}25 \tag{12}$$

fiind reprezentată grafic în figura 1.

Se demonstrează astfel teoretic, fapt confirmat experimental, că, din punct de vedere a transferului de oxigen din aer în apă în procese cu convecție forțată, echipamentul de aerare conduce la valori mari ale concentrației în domeniul imersiunilor relative mici pozitive, (mașina hidraulică este imersată). La valori mari ale imersiunii $\bar{z}$ echipamentul joacă rolul unui amestecător mecanic omogenizînd oxigenul transferat numai prin suprafața de contact a nivelului liber. La imersiuni negative (rotorul scos afară din apă) efectul aeratorului este redus, curba pierzîndu-și sensul fizic acolo unde mașina hidraulică pierde contactul cu apa.

În figura 2 se prezintă modul de variație al concentrației oxigenului transferat din aer în apă în raport cu timpul pentru imersiunea optimă $\bar{z} = 0{,}2$; modul de variație este corespunzător procesului de creștere a concentrației oxigenului în cazul experimentărilor unui echipament de aerare prin dezoxigenarea apei cu sulfit de sodiu.

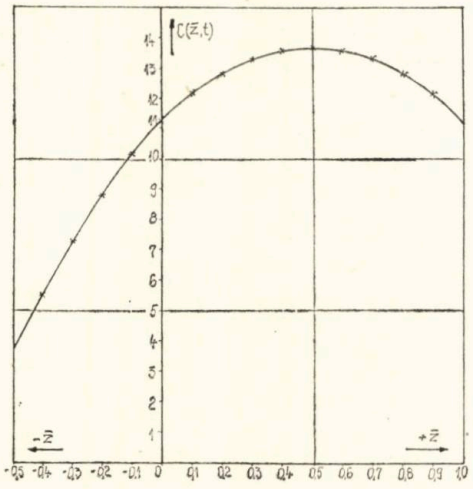


Fig. 1

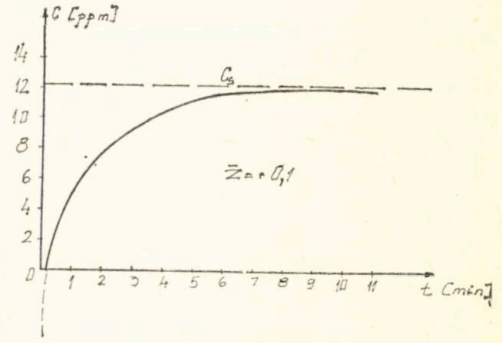


Fig. 2

Variația concentrației în raport cu imersiunea relativă $\bar{z}$.

3. Concluzii

Modelarea fenomenului fizic de introducere forțată a aerului datorită funcționării echipamentului de oxigenare, prin considerarea unui factor perturbator în ecuația de transfer scrisă global conduce la rezultate corecte din punct de vedere fizic și comparabile cu realitatea experimentală.

Coeficientul de transfer obținut pe această cale este apropiat de valorile obținute experimental, [4].

Metoda poate fi utilizată în cazul concret al determinării performanțelor echipamentelor de oxigenare cu aplicație la epurarea apelor uzate și la tratarea apelor de consum.

BIBLIOGRAFIE

1. *Eckenfelder, W. W.*, Absorbtion of oxigen from air bubles in water, Journal water pollution control Federation, 85, 1959.
2. *Kafarov, V.*, Fundamental of mass transfer, Editura Mir, Moscova, 1975.

3. *Kalinske, A. A.*, Evaluation of oxygenation capacity of localized aerators, Journal water pollution control Federation, 37, 1965.
4. *Robescu, D.*, Contribuții teoretice și experimentale la studiul epurării apei, Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1975.
5. *Robescu, D.*, Instalații de depoluare a apei și aerului. (litografiat), Institutul politehnic București, 1979.
6. *Weber, W. J.*, Physicochemical processes for water quality control. John Wiley, New York, 1972.
7. * * * Chemical Engineers Handbook, John Wiley, New York, 1975.

Mass Transfer in the Artificial Reaeration Processes

The gas-liquid transfer mechanism in the artificial reaeration processes is particularly complex on accorent of the great variety of physical, chemical and biological factors which determines it. For the mathematical simulation of the effect given by the mechanical aerator it is considered in the equation of diffusion-convection of concentration a perturbative factor which represents the aeration mechanical systems itself.

The diffusion mathematical simulative models in the suction zone have led to concrete results from a physical point of view and perfectly adaptable to the investigated problem.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
MECANICĂ, CONSTRUCŢII DE MAŞINI, TRANSPORTURI — AERONAVE

apare de 3 ori pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
МЕХАНИКА, МАШИНОСТРОЕНИЕ, ТРАНСПОРТ – САМОЛЁТОСТРОЕНИЕ

Выходит три раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti", «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
MECHANICS, MACHINE BUILDING, TRANSPORT — AERONAUTICS

The Bulletin is issued three times a year, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
MÉCANIQUE, CONSTRUCTIONS MÉCANIQUES, TRANSPORTS — AÉRONAUTIQUE

parait tous les quatre mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMANIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)

1983 JUL 1 3

Lei 35

F1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA: MECANICĂ, CONSTRUCȚII DE MAȘINI, TRANSPORTURI-AERONAVE

TOMUL XLIV NUMĂRUL 3 ANUL 1982
IULIE—SEPTEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL: Academician *Radu Voinea*

MEMBRII: Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Conf. dr. ing. *Cornel Berbente*; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific); Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu*; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Octavian Floarea*; Prof. dr. ing. *Julieta Florea*; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald*; Prof. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan*; Prof. ing. *Jean Moncea*; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu*; Prof. dr. docent ing. *Florea Oprea*; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean*; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu*; Prof. dr. ing. *Ion Popescu*; Conf. dr. ing. *Mircea Radeș*; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi*; Conf. dr. ing. *Sorin Roșca*; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu*; Prof. dr. *Octavian Stănășilă*; Prof. dr. ing. *Voicu Tache*; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu*; Prof. dr. docent ing. *Andrei Țugulea*; Prof. dr. ing. *Silvia Vacu*; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

D. Mangeron, L. E. Krivoschein, A. M. Krall, D. L. Fernandez
Contribuţii la studiul problemelor de contur pentru ecuaţii integro-diferenţiale cu operatori polivibranţi. (l. germană) 3

C. Stănăşilă, C. Berbente, O. Stănăşilă
Consideraţii asupra unui model de instalaţie energetică eoliană 12

G. Mănoiu
Asupra problemei plăcii plane dreptunghiulare perforate încovoiate plastic; conceptul de placă echivalentă cu o analogie de tip Duhamel-Neumann 19

O. Iordache, S. Corbu
Mişcarea brauniană a unei particule. (l. engleză) 27

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

T. Turcoiu
Cercetări în legătură cu răcirea pistonului la unele motoare diesel, răcite cu aer 31

AERONAVE

I. Stiharu
Un model liniar, în variabile de stare, pentru aeronave de transport, în regim subsonic de zbor 38

V. Stanciu
Regimurile limită în funcţionarea compresoarelor axiale supersonice 47

MAŞINI UNELTE ŞI SCULE

C. Minciu, I. Tănase
Generarea danturii roţilor conice de modul mic 54

Cai Shude
Optimizarea parametrilor sistemelor dinamice cu distribuitoare cu sertar. (l. engleză) 60

TEHNOLOGIA MATERIALELOR ŞI SUDURĂ

Gh. Amza, V. Popovici, I. Roşca
Nomograme de calcul şi construcţie a concentratoarelor de energie ultrasonoră 70

TRANSPORTURI

Al. Nancu, I. Tănăsuică, S. Raicu, I. Cataramă
Elaborarea procedurilor sistemului informatic pentru analiza activităţii staţiilor tehnice dotate cu minicalculatoare Coral 78

HIDRAULICĂ

Gh. Zidaru, V. Tcacenco
Calculul elicei înfubate în ipoteza vîrtejului potenţial şi a vîrtejului forţat 83

D. Robescu
Asupra elevatoarelor hidraulice cu ax melcat 89

NOTĂ

P. Sterian
Asupra „simultaneităţii" măsurărilor variabilelor conjugate canonic în relaţiile de incertitudine ale lui Heisenberg 95

Summary

MATHEMATICS

D. Mangeron, L. E. Krivoschein, A. M. Krall, D. L. Fernandez
On the Boundary Value Problems Concerning Integro-Differential Systems with Polyvibrating or Polywave Operators 3

C. Stănăşilă, C. Berbente, O. Stănăşilă
On Some Model of a Wind Power Station 12

G. Mănoiu
On the Rectangular Plates Loaded beyond Elastic Plates 19

O. Iordache, S. Corbu
Brownian Motion in the Inertial Region 27

INTERNAL COMBUSTION ENGINES

T. Turcoiu
Researches in Connection with Cooling Piston at Some Diesel Engines Air Cooled 31

AERONAUTICS

I. Stiharu
Linear Model in State Variables for Conventional Aircraft, in Subsonic Flight 38

V. Stanciu
The Limit Regimes in the Working of the Axial Supersonic Compressors . . . 47

MACHINE BUILDING

C. Minciu, I. Tănase
The Generation of Teeth of the Bevel Wheels with Small Module 54

Cai Shude
Optimization of Parameters for Dynamical Systems of Spool Valves 60

Gh. Amza, V. Popovici, I. Roşca
The Calculation Nomograms and Construction of the Ultrasonic Energy Concentrators 70

RAILWAY TRANSPORT TECHNOLOGY

Al. Nancu, I. Tănăsuică, S. Raicu, I. Cataramă
Procedure Development of Informatic System for the Analysis of Technical Stations Activities Provided with Coral Minicomputers 78

HYDRAULICS

Gh. Zidaru, V. Tcacenco
Calculus of a Ducted Propeller by the Hypothesis of the Potential and Forced Vortex 83

D. Robescu
Hydraulic Conveyor with Screw Shaft 89

P. Sterian
On the "Simultaneity" of the Measurements for the Conjugate Variables in Heisenberg's Uncertainty Relations 95

C.Z.: 517.94

BEITRAG ZUM STUDIUM DER RANDWERTPROBLEME FÜR POLYWELLEN-INTEGRODIFFERENTIALGLEICHUNGEN

D. MANGERON [1], L. E. KRIVOSCHEIN [2], A. M. KRALL [3], D. L. FERNANDEZ [4]

Einer der Verfasser hat erstmalig in [1], [2] Randwertprobleme für Polywellen-differentialgleichungen mit totalen Ableitungen im Sinne von M. Picone [8] aufgestellt und untersucht. Der Prototyp der so erhaltenen Probleme von nichtelliptischen Typus ist durch (1), (2) oder durch seine gleichgeltenden variationellen Modellen (3) — (4) oder (4) — (5) gegeben, *Das Neue* bei diesen Problemen besteht unter anderem in der Tatsache, dass das „Rechteck" R m-dimensional, ∂R die Grenze des Gebietes R und $M_m^n \equiv \partial^{mn}/\partial x_1^n\, \partial x_2^n \ldots \partial x_m^n$ die totale Ableitung n-ter Ordnug ist.

In dieser Arbeit sind einige Randwertaufgaben für eine Klasse der nichlinearen Polywellen/integrodifferentialgleichungen mit totalen Ableitung k-ter Ordnung untersucht und die Probleme die das Existenz-Eindeutigkeit — und Darstellungder angenäherten Lösungen des betrachteten Randwertproblems (9), (10) betreffen mit Hilfe der Integralgleichungsmethode [2], [3] gelöst.

An die verstorbenen EHRENMITGLIEDER und MITGLIEDER der Abteilung für Mathematik, Mechanik und Astronomie der Rumänischen Akademie: E. Bompiani, Gh. Demetrescu, L. Godeaux, J. Hadamard, M. Haimovici, O. Mayer, Gr. C. Moisil, A. Myller, M. Nicolescu, M. Picone, D. Pompeiu, C. Popovici, T. Popoviciu, S. Sanielevici, B. Segre, S. Stoilow, V. Vâlcovici, Gh. Vrînceanu zum Gedächtnis.

1. **Einleitung.** Die erstaunlich rasche Entwicklung der Theorie und Praxis der nichtlinearen Integrodifferentialgleichungen, denen die meisten Referate und Arbeiten verschiedenen veranstalteten Konferenzen — wie z. B. [13] — [16] — gewidmet waren, macht die Festsetzung der Studien in dieser Richtung unentbehrlich.

Da die Charakteristiken der Regelungssysteme mit mehrfacher Rückkopplung durch gewisse nichtlineare Integrodifferentialgleichungen

Eingangs datum 20 November 1981

[1] Institutul politehnic GHEORGHE ASACHI din Iași.

[2] Math. Inst. der Kirgizian Staatsuniversität, Frunze, UdSSR.

[3] Dept. Math. The Pennsylvania State University, University Park, Pennsylvania 16802, U.S.A.

[4] Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, 13100 Campinas, S. P. BRASILIEN.

beschrieben werden [17] und eine Reihe neuer Theorien — wie z. B. die von dem Mitglied der Rumänischen Akademie E. Carafoli aufgestellte Theorie der seitlichen Flüssigkeitsstrahlen [18] — sich auf verschiedene Klassen von Integrodifferentialgleichungen stützt [19], [20], haben die Verfasser allein oder gemeinsam mit anderen Mitarbeitern lineare und nichtlineare "polykalorische", "polyharmonische" und "Polywellenintegrodifferentialgleichungen" höherer Ordnung studiert, qualitative Eigenschaften und Stabilität der Lösungen verschiedener zugehöriger Randwertprobleme untersucht und bei einer Klasse linearisierter Probleme durch Entwicklung der Greenschen Funktionen nach Fundamentallösungen Spektralzerlegungen gewonnen [21] — [24].

In dieser Arbeit sind einige Randwertaufgaben für eine Klasse der nichtlinearen Polywellenintegrodifferentialgleichungen mit totalen Ableitung im Sinne von M. Picone [8] k-ter Ordnung untersucht und die Probleme die das Existenz-Eindeutigkeit — und Darstellung der angenäherten Lösungen des betrachteten Randwertproblems (9), (10) betreffen mit Hilfe der Intergralgleichungsmethode [2], [3] gelöst.

2. **Transformation der Polywellenintegrodifferentialgleichung $2k$-ter Ordnung.** Die Polywellenintegrodifferentialgleichung $2k$-ter Ordnung

$$M_2^{(k)}[v(\xi, \eta)] = f_1^*(\xi, \eta) + \lambda \iint\limits_{R_1^*} K_1(\xi, \eta\,;\ \xi_0, \eta) X \tag{6}$$

$$f_2^*(\xi_0, \eta_0)\,;\ v(\xi_0, \eta_0))\,\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta_0,$$

in der λ ein Parameter ist, $M_2^{(1)} \equiv \dfrac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \dfrac{\partial^2}{\partial \eta^2}$ bedeutet, die Funktionen f_1^*, K_1, f_2^* in dem Gebiet $(\xi,\ \eta), (\xi_0, \eta_0) \in R_1^* = [a_1,\ b_1] \times [a_3,\ b_2]$,

$$\alpha \leqslant v \leqslant \beta$$

bekannte stetige Funktionen ihrer Argumente sind und die Funktion f_2^* nichtlinear von v abhängt, geht durch die Substitution

$$\xi = (1/2)\,(x + y).\ \eta = (1/2)\,(x - y)$$

in die folgende Intergrodifferentialgleichung mit Ableitungen höherer Ordnung in Sinne vom Picone [8] über:

$$M_2^{(k)}[u(x, y)] = F_1(x, y) + \lambda \iint\limits_{R^*} K_2(x, y\,;\ t, \tau) X \tag{7}$$

$$f(t, \tau\,;\ u(t, \tau))\,\mathrm{d}t\ \mathrm{d}\tau,$$

worin

$$u(x, y) = v\left[\frac{1}{2}(x + y), \frac{1}{2}(x - y)\right],\ F_1(x, y) \equiv f_1^*\left[\frac{1}{2}(x + y), \frac{1}{2}(x - y)\right],$$

$$K_2(x, y; t, \tau) \equiv K_1\left[\frac{1}{2}(x+y), \frac{1}{2}(x-y); \frac{1}{2}(t+\tau), \frac{1}{2}(t-\tau)\right] \quad (8)$$

$$f(t, \tau; u(t, \tau)) = f^*\left[\frac{1}{2}(t+\tau), \frac{1}{2}(t-\tau); v\left(\frac{1}{2}(t+\tau), \frac{1}{2}(t-\tau)\right)\right],$$

$$R^* \equiv [a, c] \times [b, d]$$

ist.

3. **Das Dirichletsche Randwertproblem für eine neue Klasse nichtlinearer Integrodifferentialgleichungen.** Es werde das Existenz — und Eindeutigkeitsproblem für die folgende nichtlineare Randwertaufgabe betrachtet:

$$u(A)|_{\partial R^*} = \varphi_0(A)|_{\partial R^*}, \; M_2^{(i)}[u(A)]|_{\partial R^*} = \varphi_i(A)|_{\partial R^*} \; (i = 0, 1, \ldots k-1), \quad (9)$$

$$M_2^{(2k)}[u(A)] + \sum_{i=0}^{k-1}\sum_{j=0}^{k-1} B_{ij}(A)\frac{\partial^{i+j}u(A)}{\partial x^i \, \partial y^j} = f_1[A, u(A)] +$$

$$\iint K(A, B) \times f_2[B, u(B)]\, dB, \quad (10)$$

worin $M_2^{(1)} \equiv \partial^2/\partial x \partial y$ das Symbol der totalen Ableitung erster Ordnung von M. Picone ist; $B_{ij}(A) \equiv B(x, y)$, $\varphi_i(A)$, $K(A, B)$ für alle $A, B \in R^* = [a, c] \times [b, d]$ bekannte stetige Funktionen ihrer Argumente und $dB = d\xi d\eta$, $f_1[A, u(A)]$, $f_2[B, u(B)]$ für alle $A, B, u \in G\{R^*, r_1 \leqslant |u| \leqslant r_2\}$ bekannte, im allgemeinen nichtlineare Funktionen des zweiten Argumentes sind. ∂R^* ist die Grenze des Gebietes R^*, R_1 ist das durch

$$R_1 = \begin{cases} x = a, \; b \leqslant y \leqslant d, \\ y = b, \; a \leqslant x \leqslant c, \end{cases}$$

gegebene Gebiet und ähnlicher Weise R_2 ist das durch

$$R_2 = \begin{cases} x = c, \; b \leqslant y \leqslant d, \\ y = d, \; a \leqslant x \leqslant c, \end{cases} \quad \partial R^* = R_1 + R_2,$$

gegebene Gebiet.

Es sei $\Phi(A)$ eine bekannte $4k$-mal differenzierbare Funktion, die die inhomogenen Randbedingungen (9) befriedigt, und $G(A, B)$ die Greensche Funktion [25] des Randwertproblems

$$u(A)|_{\partial R^*} = 0; \; M_2^{(i)}[u(A)]|_{R_1} = 0, \; M_2^{(i)}[u(A)]|_{R_2} = 0, \; M_2^{(2k)}[u(A)] = 0, \quad (10')$$

$$(i = 0, 1, \ldots, k-1),$$

wo $G(x, y; \xi, \eta) \equiv G(A, B)$ ist.

Aus (9) und (10) erhält man

$$u(A)=\Phi(A)+\iint_{R^*} G(A,\,B)\,[f_1[B,\,u(B)]-\sum_{i=0}^{k-1}\sum_{j=0}^{k-1}B_{ij}(B)\frac{\partial^{i+j}u(B)}{\partial\xi^i\partial\eta^j}$$

$$+\iint_{R^*}K(B,\,C)\;f_2[C,\,u(C)]\mathrm{d}C]\,\mathrm{d}B \tag{11}$$

$$=\Phi(A)-\iint_{R^*}G(A,\,B)\,S[u(B)]\,\mathrm{d}B+\iint_{R^*}f_3[A,\,B,\,u(B)]\,\mathrm{d}B,$$

wo

$$f_3[A,\,B,\,u(B)]=G(A,\,B)f_1\,[B,\,u(B)]+$$

$$f_2[B,\,u(B)]\iint_{R^*}G(A,\,C)\;K(C,\,B)\,\mathrm{d}C, \tag{12}$$

$$S[u(B)=\sum_{i=0}^{k-1}\sum_{j=0}^{k-1}B_{ij}(B)\;\frac{\partial^{i+j}u(B)}{\partial\xi^i\;\partial\eta^j}$$

ist.

Führen wir die Funktion

$$\varphi(A)=S[u(A)] \tag{13}$$

ein und wenden den Operator S an, so geht die Gleichung (11) in die Integralgleichung

$$\varphi(A)=\Phi_1(A)+\iint_{R^*}G_2(A,\,B)\;\varphi(B)\,\mathrm{d}B+\iint_{R^*}f_4[A,\,B,\,u\,(B)]\,\mathrm{d}B \tag{14}$$

über, worin $\Phi_1(A)$, $G_2(A,\,B)$ für alle $A,\,B\in R^*$ bekannte Funktionen sind und $f_4[A,\,B,\,u(B)]\equiv S\;[f_1[A,\,B,\,u(B)]]$ ist.

Es sei $\Gamma(A,\,B)$ der lösende Kern des Kernes $G_2(A,\,B)$. Damit folgt aus (14)

$$\varphi(A)=\Phi_1(A)+\iint_{R^*}f_4[A,\,B,\,u(B)]\,\mathrm{d}B+$$

$$+\iint_{R^*}\Gamma(A,\,B)\,[\Phi_1(B)+\iint_{R^*}f_4[B,\,C,\,u(C)]\,\mathrm{d}C]\,\mathrm{d}B \tag{15}$$

$$\equiv\Phi_2(A)+\iint_{R^*}f_5[A,\,B,\,u(B)]\;\mathrm{d}B.$$

Aus (11) und (15) erhält man

$$u(A)=\Phi_3(A)+\iint_{R^*}f_6[A,\,B,\,u(B)]\,\mathrm{d}B. \tag{16}$$

Die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung des Problems (9), (10) sind also auf Grund des klassischen Banachschen Prinzips gesichert, wenn die Funktion $f_6[A, B, u(B)]$ in Gebiet

$$G = \{R^*, r_1 \leqslant |u| \leqslant r_2\}$$

bezüglich des dritten Argumentes einer Lipschitzbedingung mit einem Koeffizienten $\gamma(A, B)$ genügt, der die Ungleichung

$$\max_{R^*} \iint_{R^*} \gamma(A, B)\, dB < 1 \tag{17}$$

erfüllt.

Es gibt der folgende

Satz 1. *Ist $G(A, B)$ die Greensche Funktion des Randwertproblems (10′), 1 kein Eigenwert des Kernes $G(A, B)$, $\Gamma(A, B)$ der lösende Kern des Kernes $G_2(A, B)$ und genügt die Funktion $f_6[A, B, u(B)]$ in Gebiet G bezüglich des dritten Arguments einer Lipschitzbedingung mit den Koeffizienten $\gamma(A, B)$, der der Ungleichung (17) genügt, so besitzt die Randwertaufgabe (9), (10) eine eindeutige 4k-mal stetig differenzierbare Lösung, die nach der Methode der sukzessiven Approximationen im Sinne von E. Picard — M. Picone konstruiert werden kann.*

4. **Angenäherte Lösung des Randwertproblems (9), (10) mit Hilfe der Intergralgleichungsmethode.** Da die Lösung des Randwertproblems (9), (10) der Lösung der Integralgleichung (16) gleichwertig ist, lösen wir anstelle des Problems (9), (10) die Integralgleichung (16) und benutzen dazu die vom einer der Verfasser ausgearbeitete Methode der Integralgleichungen [2], [3]. Zu diesem Zweck betrachten wir die Funktionalhifsgleichung

$$w(A) = \Phi_3(A) + \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} c_{ij} f_6[A, (x_i, y_j), w(x_i, y_j)], \tag{18}$$

$$(x_i, y_j) \in R^*,$$

worin c_{ij} die Koeffizienten der gewählten bekannten Kubaturformeln sind [27].

Schreibt man die Gleichung (18) nacheinander für alle $A = (x_k, y_l) \in \in R^*(k = 1, 2, \ldots, s;\ l = 1, 2, \ldots, r)$ auf, so erhält man, in Matrix-Vektor-Form geschrieben, das folgende System nichtlinearer Gleichungen:

$$\mathbf{W} = \mathbf{\Phi}_4 + \mathbf{T}(\mathbf{W}). \tag{19}$$

Genügt die Norm des Operators $\mathbf{T}$ der Ungleichung

$$\|\mathbf{T}\| < 1, \tag{20}$$

so folgen aus (19) unmittelbar Existenz und Eindeutigkeit der Lösung des Systems (19). Folglich ist auch die Funktion $w(A)$ eindeutig bestimmt. Ist

die Lösung des Systems (19) nur näherungsweise bekannt, so bestimmt man auch die Funktion $w(A)$ nur näherungsweise.

Es sei $\sigma_{ij}(i = 1, 2, \ldots, s\,;\, j = 1, 2, \ldots r)$ eine (exakte oder näherungsweise) Lösung des Systems (19). Als Näherungslösung des Problems (9), (10) nimmt man dann die Funktion

$$u_{rs}(A) = \Phi_3(A) + \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} c_{ij} f_6[A, (x_i\, y_j), \sigma_{ij}]. \tag{21}$$

Zur näherungsweisen Bestimmung der Funktion $\varphi(A)$ benutzt man, wenn der Kern $\Gamma(A, B)$ unbekannt ist, anstelle der Gleichung (14) die vereinfachte Gleichung

$$\overline{\varphi}(A) = \Phi_1(A) + \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} c_{ij} G_2(A, (x_i, y_j)) \overline{\varphi}(x_i, y_j) + \psi[A, \bar{u}], \tag{22}$$

in der

$$\psi[A, \bar{u}] = \iint_{R^*} f_4[A, B, \bar{u}(B)]\, dB$$

ist. Wenn die Ungleichung

$$\det (c_{ij}\, G_2(x_\alpha, y_\beta), (x_i, y_j)) \neq 0 \tag{23}$$

erfüllt ist, kann man aus (22) zunächst $\overline{\varphi}(x_i, y_j)$ bestimmen und erhält dann

$$\overline{\varphi}(A) = \Phi_{sr}(A) + \iint_{R^*} f\,[A, B, u(B)]\, dB, \tag{24}$$

wo $\Phi_{sr}(A)$ und $f_2[A, B, \bar{u}(B)]$ bekannte Funktionen ihrer Argumente sind.

Durch Substitution von (24) in (11) erhält man die Integralgleichung

$$\begin{aligned} z_{sr}(A) = \Phi_{sr}(A) &+ \iint_{R^*} f_7[A, B, z_{sr}(B)]\, dB - \\ -\iint_{R^*} G\,(A, C)\, [\Phi_{sr}(C) &+ \iint_{R^*} f_7[C, B, z_{sr}\,(B)]\, dB]\, dC \\ \equiv \psi_{sr}(A) &+ \iint_{R^*} f_8[A, B, z_{sr}(B)]\, dB, \end{aligned} \tag{25}$$

die die näherungsweise Bestimmung der Lösung $z_{sr}\,(A)$ gestattet.

Aus (25) ersieht man, dass die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung $z_{sr}(A)$ bei Gültigkeit der Ungleichungen

$$|f_6[A, B, V_2(B)] - f_8[A, B_1, V_1(B)]| \leqslant l(A, B)|\, V_2(B) - V_1(B)|, \tag{26}$$

$$\max \iint_{R^*} l(A, B)\, dB < 1 \tag{27}$$

gesichert ist, wobei $\{V_1, V_2, B\} \in G$ und $l(A, B)$ die Lipschiftuz — "Konstante" ist.

Falls die Ungleichungen (26) und (27) bestehen, kann die Funktion $z_{rs}(A)$ nach dem Picardschen — Picones Verfahren der schrittweisen Annäherung verbessert werden. Gelten die Ungleichungen (26), (27) nicht, betrachten wir eine reduzierte Gleichung der Form

$$u_{sr}(A) = \psi_{sr}(A) + \sum_{\alpha=1}^{\nu} \sum_{\beta=1}^{\lambda} c_{\alpha\beta} f_s[A, (x_\alpha, y_\beta), u_{sr}(x_\alpha, y_\beta)], (x_\alpha, y_\beta | \in R^*.$$

Dann stellt man wie oben das System

$$u_{sr}(x_i, y_j) = \psi_{sr}(x_i, y_j) + \sum_{\alpha=1}^{\nu} \sum_{\beta=1}^{\lambda} c_{\alpha\beta} f_s[A, (x_\alpha, y_\beta), u_{sr}(x_\alpha, y_\beta)]$$

$$(\alpha = 1, 2, \ldots, \nu;\ \beta = 1, 2, \ldots, \lambda)$$

auf, bestimmt zuerst (exakt oder angenähert) die Werte $u_{sr}(x_\alpha, y_\beta)$ und anschliessend die Näherungslösung $\bar{u}_{sr}(A)$ des Problems (9), (10). Es gelten folgende Sätze:

Satz 2. *Wenn* 1. *das Randwertprbolem* (9), (10) *in* R^* *eine eindeutige* 4*k-mal stetig differenzierbare Lösung besitzt*, 2. $\Gamma(A, B)$ *der lösende Kern des Kernes* $G_2(A, B)$ *ist und* 3. *die Ungleichung* (20) *gilt, dann ist die gesuchte Näherungslösung des betrachteten Randwertproblems durch den Ausdruck* (21) *gegeben.*

Satz 3. *Wenn* 1. *das Randwertproblem* (9), (10) *in* R^* *eine eindeutige* 4k-*mal stetig differentzierbare Lösung besitzt und* 2. *die Ungleichungen* (23), (26), (27) *gelten, dann kann man eine Näherungslösung des betrachteten Randwertproblems in der Form*

$$\bar{u}_{sr}(A) = \psi_{sr}(A) + \iint_{R^*} f_s[A, B, \omega_{rs}(B)]\, dB \tag{28}$$

gewinnen, worin $\omega_{rs}(A)$ *die (exakte oder angenäherte) Lösung der Integralgleichung*

$$v(A) = \psi_{sr}(A) + \iint_{R^*} f_s[A, B, v(B)]\, dB \tag{29}$$

ist, die mit der gleichen Methode wie die Lösung von (19) *konstruiert werden kann.*

Bemerkungen. 1. In einigen Arbeiten der Verfasser, die in „Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Padova" veröfentlicht wurden [26] und verschiedene Randwertprobleme für Polywellenintegrodifferentialgleichungen betreffen, wurde ein anderer Weg zur Lösung des problems (9), (10) angegeben. Es wurden verschiedene spezielle Aufgaben, die die Eigenschaften des Kernes $K(A, B)$, wie z, B.

$$K(A, B) = \begin{cases} K_1(A, B) \not\equiv 0, & a \leqslant t \leqslant x;\ b \leqslant \tau \leqslant y, \\ 0, & x \leqslant t,\ y \leqslant \tau, \end{cases}$$

betreffen, gelöst. In 27 hat man eine neue einheitliche Theorie ausgearbeitet, die verschiedene Klassen der elliptischen, hyperbolischen und parabolischen partiellen Differentialgleichungen höherer Ordnung vereiningt.

2 . In einer vorigen Arbeit eines der Verfasser in Zusammenhang mit dem bedauersweise verstorbenem Kollege G. Miltzlaff waren die Differentiationsregel einer Fredholmschen Determinante sowie ihrer Minoren nach einem Parameter abgeleitet. Ferner war eine Relation hergeleitet, die zwischen den Fredholmschen Minoren zweiter Ordnung eines komponierten Kernes uns seiner Komponenten besteht. Einige Anwendungen dieser Ergebnisse werden in einer der späteren Arbeiten dargestellt.

3 . Trotz der Tatsache, dass die obere Darstellung zu dem klassischen Muster gehört, es lohnt sich aus ebenfalls der Fall der Randwertaufgaben die die Integrodifferentialgleichungen mit Operatoren höherer Ordnung M_m^{2K+1} betreffen grundsätzlich zu studieren, während das Studium dieser Art der Probleme vom abstrakten Standpunkte aus findet man in den „Bulletin der Technischen Hochschule zu Iaşi — Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy" "[28].

LITERATUR

1. *D. Mangeron*, a) Nuovi problemi al contorno. Rend. Accad. Sci. fis., mat., Napoli, (4) 2, 29—40 (1932); b) Rend. Accad. Naz. dei Lincei. Cl. Sci. fis., mat. nat., (6) 16, 16, 305—310 (1932). *Nuovi problemi al contorno non lineari.*
2. *D. Mangeron*, Integral equations method in nonlinear Mechanics. IUTAM Proc. nonlinear Mechanics of vibrations. Inst. of Math. Ukrain. Acad. Sci., Kiev, 4 p., (1961).
3. *D. Mangeron*, Neue graphisch — analytische Methoden zum Studium der nichtlinearen Schwingungen Abh. Deutschen Akad., Wiss. zu Berlin. III. Konferenz über nichtlineare Schwingungen, I, 76—90 (1964).
4. *M. N. Oguztoreli*, Some problems concerning Mangeron polyvibrating equations. Conference on functional equations. The Univ. of Waterloo, Abstracts, 15—16 (1970).
5. *S. Easwaran*. Problems, concerning Mangeron equations of higher order. Doctoral Dissertation. Dept. of Math., The University of Alberta, 1972.
6. *G. M. Nielsen*, Applications of D. Mangeron's Theorem S.I.A.M. Annual Congress, Atlanta, Georgia, Abstracts, 11—12 (1976).
7. *G. Birkhoff, S. Gordon*, On the draftsmen and related equations. J. Approx. Theory, 1, 199—208 (1968).
8. *M. Picone*, a) MAURO PICONE in d. Band "Duodecim Doctorum Vitrorum Vitae at Operum Notita". Pontificia Academia Scientiarum, Città del Vaticano , 118—146 (1972); b) *La mia vita*, Accademia Naz. dei Lincei, 1972. c) Nuovi metodi di calcolo delle soluzioni delle equazioni alle derivate parziali della Fisica Matematica. Ann. Sci. Univ. Jassy, Sect. I, 26, 183—232 (1940).
9. *K. V. Leung, T. Musuraliev & al.*, Problèmes à la frontière aux autocontrôles concernant une classe d'équations intégrodifférentielles aux opérateurs hyperboliques. Bull. Univ. Galaţi, 1, Fasc. II, 7—14 (1978).
10. *W. Gordon*, Automated Design of free form surfaces. General Motors Research Series, Warren, Michigan, 1968.
11. *A. Kutanov, D. Salandi & al.*, Contributions to the study of Mangeron equations. Bul. Inst. politehn. Iaşi, N. S. 24, 1—2, 11—16 (1974).
12. *G. Birkhoff*, Piecewise Interpolation and Approximation in Polygons in d. Band „Approximations with special Emphasis on Spline Functions, Academic Press, New York, 185—211, 1969.
15. *F. Calogero*, Editor, Nonlinear evolution equations solvable by the spectral transform. Pitman, London, San Francisco, Melbourne. Research Notes in Mathematics 26, XVII + 257 p. (1978).

14. *R. J. Knops*, Editor, *Nonlinear Analysis and Mechanics*; Heriot-Watt Symposium, Pitman, London, San Francisco, Melborune, Research Notes in Mathematics 17, 27, 30, 39, 1977.
15. *Cl. L. Simionescu, I. Benko*, Editors, *Proceedings of the International Symposium on Applications of Mathematics in System Theory*, Dec. 27—30, 1978. The University of Braşov, Vols. I, II.
16. * * * The Fifth World Congress of the Theory of Machines and Mechanisms Proceedings, Vols. I—2, July 9—13, 1979. CONCORDIA University, Montreal, P. Q. CANADA.
17. *R. Reissig*, Über die Arbeiten der Abteilung "Nichtlineare Mechanik und Regelungstheorie". III. Konferenz über Nichlineare Schwingungen, Berlin 25.—30.5. 1964. Akademie —Verlag, Berlin (1965).
18. *E. Carafoli*, The theory of lateral fluid jets. Revue Roumaine Sci. Techn. Méc. appl., 14, 11, 637—641 (1962).
19. *D. Mangeron* a) Méthodes nouvelles d'approximation des solutions de certains problèmes aux limites non linéaires relatifs aux équations intégro-différentilles aux dérivées partielles. Colloque d'approximation des fonctions, avec applications au calcul numérique. Institutul de Calcul Cluj 15—19. XI, 1963; b) On the theory and applications of polywave or polyvibrating equations, I. Memoirs of the Sci. Sect. of the Romanian Academy, Series IV, Vol. I, 9—75 (1977—1978).
20. *D. Mangeron, L. E. Krivoshein*, Solutions computing of various integro-differential systems of Mathematical Physics. Romanian J. Appl. Mech., 9 (1964), pp. 1195—1221; 10. (1965), pp. 3—34.
21. *P. Crăciunaş, D. L. Fernandez, A. M. Krall* and L. E. Krivoshein, Problèmes d'autocontrôle concernant une classe d'équations non linéaires aux opérateurs héréditaires et polyvibrants d'ordre supérieur. Bull. Univ. Galaţi (im Druck).
22. *D. L. Fernandez, L. E. Krivoshein, D. Mangeron, M. Shimbo*, Sur la résolubilité des systèmes aux autocontrôles qui généralisent les équations non linéaires d'évolution (submitted).
23. *D. L. Fernandez, A. M. Krall, L. E. Krivoshein, D. Mangeron*, Goursat-Darboux problems concerning certain nonlinear systems with polyvibrating and hereditary operators and selfcontrols in the limits of integration (submitted).
24. *D. Mangeron*, Toward an unified theory of polywave; polycaloric and polyharmonic equations, Proc. IV th Congress of Romanian Mathematicians. May 27-June 4, 1956.
25. *D. Mangeron, L. E. Krivoshein*, Problemi al contorno per svariati sistemi intero-differenziali. Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 33, 226—266 (1963), 34, 344—368 (1964), 35, 341—368 (1965).
26. *A. M. Krall*, The development of general differential and general differential boundary systems. Rockey Mt. J. Math., 5, 493—542 (1975).
27. *D. V. Ionescu*, Les formules de quadrature généralisées, de Lacroix, de Newton. Ann. Sci. Univ. AL. I. CUZA, Iaşi, S., Sect. I, 20, 151—159 & 161—165 (1974).
28. *D. L. Fernandez*, Interpolation of 2^n Banach spaces, I. Bull. Polytechn. Inst. Jassy (im Druck).

Contribuţii la studiul problemelor de contur pentru ecuaţii integro-diferenţiale cu operatori polivibranţi

Autorii examinează problemele de existenţă, unicitate şi de determinare a soluţiilor aproximative referitoare la un sistem integro-diferenţial neliniar cu operatori polivibranţi de ordin k, folosind în acest scop metoda ecuaţiilor integrale, elaborată de unul dintre autori [2] — [3].

C.Z.; 519.283 :621.548

CONSIDERAȚII ASUPRA UNUI MODEL DE INSTALAȚIE ENERGETICĂ EOLIANĂ

C. STĂNĂȘILĂ, C. BERBENTE, O. STĂNĂȘILĂ*

În lucrare se propune o soluție de preluare a energiei eoliene de la înălțimi mari prin folosirea unui panou cu masă mică pe unitatea de suprafață, reglabil convenabil de la o stație aflată la sol. Se stabilesc totodată, matematic, elementele de optimizare a puterii medii (energia obținută într-un interval de timp suficient de mare în raport cu durata unui ciclu).

1. Introducere

În vederea captării energiei vîntului, s-au imaginat numeroase instalații [1] mai des utilizate fiind cele avînd la bază elicea cu două sau mai multe pale. În vederea reducerii costului instalației, s-a realizat chiar adaptarea unor elici deja existente, construite ca elici tractive [2], spre exemplu elici de elicoptere scoase din uz.

În cele ce urmează, vom studia o instalație simplă, sub forma unui panou legat de o stație la sol prin cabluri care prezintă avantajul de a putea fi ridicat la înălțimi mari, unde viteza vîntului crește și este, eventual, mai constantă. Fără a ne ocupa de modul prin care panoul este stabilizat, în cele ce urmează vom studia randamentul maxim care ar putea fi obținut în următoarele ipoteze simplificatoare:

a) viteza vîntului este constantă și are direcția orizontală;

b) mecanismul de captare a energiei eoliene se bazează exclusiv pe rezistența la înaintare opusă de panou, portanța servind numai la echilibrarea greutății panoului. În principiu, modelul propus lucrează în două etape. În cursa activă, incidența panoului este mare (peste incidența corespunzătoare portanței maxime); rezistența opusă vîntului fiind de asemenea mare, panoul se deplasează pe orizontală iar energia obținută este înmagazinată la sol.

În cursa pasivă, incidența panoului este mică (sub incidența corespunzătoare portanței maxime). Ca urmare, rezistența sa la înaintare este mai mică și panoul poate fi readus în poziția inițială cheltuind numai o parte din energia înmagazinată în cursa activă.

Manuscris primit la data de 22 iunie 1982

* Cercet dr. ing.; Conf. dr. ing., Catedra Aeronave; Prof. dr., Catedra Matematică

În condițiile precizate, este de așteptat ca randamentul de captare să fie mai mic decît al elicilor care funcționează continuu (fără cursă pasivă) și totodată pe principiului portanței. Se știe că actualmente cele mai perfecționate elici eoliene, captează pînă la 60—70% din așa numita limită a lui Betz [1], adică 50—60% din puterea venei de aer corespunzătoare proiecției suprafeței discului elicei pe normala la curent. În cazul modelului propus, randamentul obținut ar putea fi estimat la mai puțin de jumătate (20—25%) dat fiind că pe cursa pasivă nu numai că nu se produce, ci chiar se consumă energie.

Totuși, modelul propus, mai puțin costisitor, este interesant de studiat pentru a-i vedea performanțele. De asemenea, ar putea prezenta un interes teoretic diferențele de randament de captare între cele două mecanisme: pe bază de portanță și pe bază de rezistență la înaintare.

2. Modelul matematic

Notăm viteza vîntului cu v (în raport cu solul), viteza panoului cu v_a la îndepărtarea de stație (faza activă) și cu v_p la apropiere (faza pasivă). Vitezele v_a și v_p au aceeași direcție cu v pentru funcționarea la regim nominal a instalației (fig. 1).

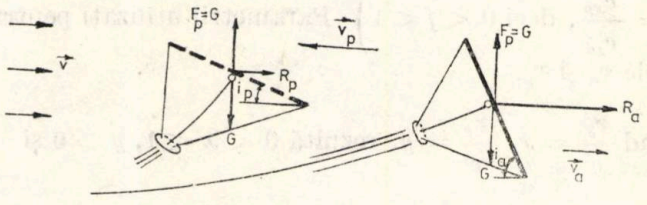


Fig. 1

Notăm suprafața panoului cu S, coeficientul de rezistență la înaintare prin aer cu c_x(c_{xa}, respectiv c_{xp} în cele două faze) și timpul de deplasare pe distanța l a suprafeței S cu t_a și t_p pentru faza activă, respectiv pasivă.

Presupunînd viteza vîntului constantă (nu neapărat orizontală), rezistența la înaintare pe cele două faze ale ciclului R_a și R_p sînt orientate după direcția vitezei v și au expresiile (la regim nominal):

$$R_a = \frac{Sc_{xa}\rho(v - v_a)^2}{2} \text{ și } R_p = \frac{Sc_{xp}\rho(v + v_p)^2}{2} \tag{1}$$

(ρ fiind densitatea aerului). Pentru simplificare considerăm că deplasarea panoului se face orizontal cu viteze constante v_a și v_p pe cele două faze ale ciclului. Greutatea G este echilibrată în orice moment de portanța F_p. În aceste condiții durata t_c a unui ciclu este dată de relația

$$t_c = \frac{l}{v_a} + \frac{l}{v_p}, \tag{2}$$

unde l este cursa panoului. Energia produsă în decursul unui ciclu, presupunînd forţele R_a şi R_p de asemenea constante, va fi

$$E_c = (R_a - R_p)l. \tag{3}$$

Pentru un interval de funcţionare T fixat, energia produsă este

$$E = E_c \cdot \frac{T}{t_c} = T \cdot \frac{R_a - R_p}{\frac{1}{v_a} + \frac{1}{v_p}}. \tag{4}$$

Ceea ce ne propunem să optimizăm este puterea medie P (energia obţinută în intervalul T, presupus suficient de mare în raport cu durata t_c a ciclului). Se poate scrie

$$P = \frac{E}{T} = \frac{\rho S c_{xa} v^3}{2} \cdot \frac{\left(1 - \frac{v_a}{v}\right)^2 - f\left(1 + \frac{v_p}{v}\right)^2}{\frac{v}{v_a} + \frac{v}{v_p}} \tag{5}$$

$\left(\text{am notat } f = \frac{c_{xp}}{c_{xa}}, \text{ deci } 0 < f < 1\right)$. Parametrii utilizaţi pentru optimizare sînt vitezele v_a şi v_p.

Notînd $\frac{v_a}{v} = x$, $\frac{v_p}{v} = y$, rezultă $0 < x < 1$, $y > 0$ şi

$$P = \frac{\rho S c_{xa} v^3}{2} \cdot \frac{(1 - x)^2 - f(1 + y)^2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \tag{6}$$

Urmărim maximizarea puterii P, deci ne interesează *maximul* funcţiei $F : (0, 1) \times (0, \infty) \to R$, definită prin

$$F(x, y) = \frac{(1 - x)^2 - f(1 + y)^2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}, \tag{7}$$

unde f este un parametru, $0 < f < 1$. Punînd condiţiile necesare de extrem $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$, se obţine sistemul

$$\begin{cases} y(x-1)^2 - fy(y+1)^2 + 2x(x+y)(x-1) = 0 \\ x(x-1)^2 - fx(y+1)^2 - 2fy(x+y)(y+1) = 0 \end{cases} \tag{8}$$

sau echivalent

$$\begin{cases} y(x-1)^2 - fy(y+1)^2 + 2x(x+y)(x-1) = 0 \\ x^2(x-1) + fy^2(y+1) = 0. \end{cases} \tag{9}$$

O soluție este $x = 1$, $y = -1$, ceea ce sugerează schimbarea de variabile $(x, y) \to (\alpha, \beta)$ dată prin

$$\alpha = \frac{x-1}{x}, \quad \beta = \frac{y+1}{y} \tag{10}$$

Deoarece $0 < x < 1$ și $y > 0$, rezultă $\alpha < 0$ și $\beta > 1$.

Sistemul (9) devine

$$\begin{cases} \alpha^2(\alpha-1)(\beta-1)^2 - f\beta^2(\alpha-1)^3 - 2\alpha(\beta-\alpha)(\beta-1)^2 = 0 \\ \alpha(\beta-1)^3 - f\beta(\alpha-1)^3 = 0. \end{cases} \tag{11}$$

Eliminînd parametrul f se obține relația

$$\alpha(\alpha-\beta)(\alpha+\beta+1) = 0. \tag{12}$$

Cazurile $\alpha = 0$, $\alpha = \beta$ conduc la $v_a = v$, respectiv $v_a = -v_p$ și sînt excluse. Rămîne de analizat cazul $\alpha + \beta + 1 = 0$. Înlocuind $\alpha = -\beta - 1$ în relația secundă (11), se obține $(\beta+1)(\beta-1)^3 - f\beta(\beta+2)^3 = 0$, adică

$$\begin{cases} f = \dfrac{(\beta+1)(\beta-1)^3}{\beta(\beta+2)^3}, \\ \alpha + \beta + 1 = 0. \end{cases} \tag{13}$$

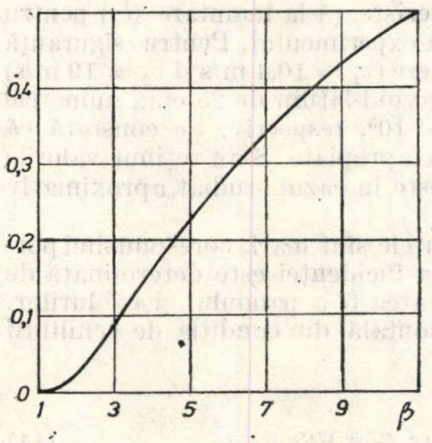


Fig. 2

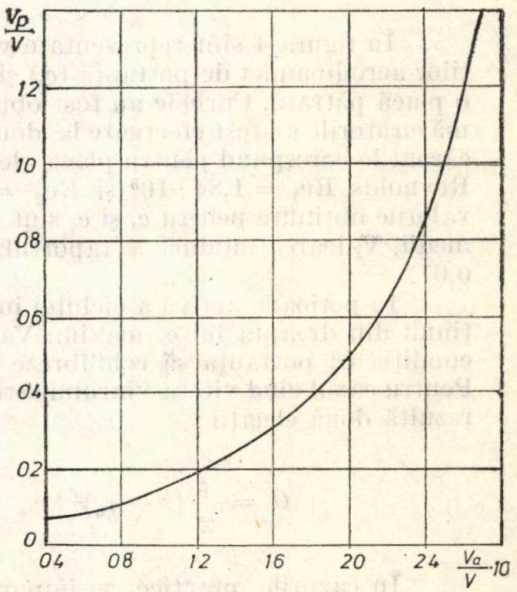


Fig. 3

Graficul funcţiei $f = f(\beta)$, pentru $\beta > 0$ este indicat în figura 2. Deoarece $f > 0$ porţiunea de interes este $\beta > 1$. Soluţiile optime pentru diverse valori ale lui f (obţinute cu ajutorul calculatorului) sînt date în tabelul 1.

În figura 3 este redată curba de dependenţă de valorile lui f a perechilor de valori optime ale raportelor $\frac{v_a}{v}$, $\frac{v_p}{v}$. (Pentru $f = \frac{3}{128} \approx 0{,}023$ avem $\beta = 2$ deci $v_p = v$).

Tabelul 1

f	α	β	$\frac{v_a}{v}$	$\frac{v_p}{v}$
0,01	-2,6781	1,6781	0,2719	1,4748
0,02	-2,9274	1,9274	0,2546	1,0783
0,03	-3,1281	2,1281	0,2422	0,8864
0,04	-3,3060	2,3060	0,2322	0,7657
0,05	-3,4705	2,4705	0,2237	0,6800
0,06	-3,6265	2,6265	0,2161	0,6148
0,07	-3,7768	2,7768	0,2093	0,5628
0,08	-3,9231	2,9231	0,2031	0,5200
0,09	-4,0667	3,0667	0,1974	0,4839
0,10	-4,2085	3,2085	0,1920	0,4528
0,15	-4,9112	3,9112	0,1692	0,3435
0,20	-5,6363	4,6363	0,1507	0,2750
0,30	-7,2592	6,2692	0,1209	0,1898
0,50	-12,1134	11,1134	0,0763	0,0989

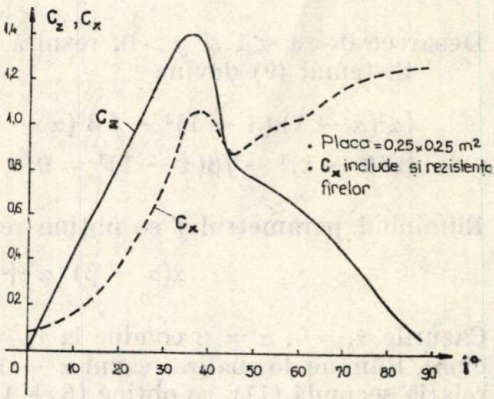


Fig. 4

3. Măsurători experimentale. Exemple de calcul. Concluzii

În figura 4 sînt reprezentate variaţiile cu incidenţa $i°$ ale coeficienţilor aerodinamici de portanţă (c_z) şi de rezistenţă la înaintare (c_x) pentru o placă pătrată. Curbele au fost obţinute experimental. Pentru siguranţă măsurătorile au fost efectuate la două viteze ($v_1 = 10{,}4$ m/s şi $v_2 = 19$ m/s) cărora le corespund pentru placa aleasă, avînd latura de 25 cm., numerele Reynolds $\mathrm{Re}_1 = 1{,}84 \cdot 10^5$ şi $\mathrm{Re}_2 = 3{,}37 \cdot 10^5$, respectiv. Se constată că valorile obţinute pentru c_z şi c_x sînt foarte apropiate. S-au reţinut valorile medii. Valoarea minimă a raportului f este în cazul studiat aproximativ 0,07.

În perioada activă a ciclului incidenţele sînt mari, corespunzînd porţiunii din dreapta lui c_z maxim. Valoarea incidenţei este determinată de condiţia ca portanţa să echilibreze greutatea G a panoului şi cablurilor. Pentru cazul cînd viteza vîntului este orizontală, din condiţia de echilibru rezultă două ecuaţii :

$$G = \frac{\rho}{2}(v - v_a)^2 S c_{za} = \frac{\rho}{2}(v + v_p)^2 S c_{zp}. \qquad (14)$$

În cazurile practice, se impun viteza v a vîntului şi raportul $\frac{G}{S}$.

Rămîn atunci nedeterminate : incidențele i_a, i_p ale panoului și vitezele v_a, v_p adică, în total, patru parametri. Dispunem însă de cele patru ecuații (13) și (14) și prin urmare problema este complet determinată. Din (14) și (10) se obține

$$\frac{\alpha}{\alpha - 1} = \sqrt{\frac{2G}{\rho v^2 S c_{za}}}; \quad \frac{\beta}{\beta - 1} = \sqrt{\frac{2G}{\rho v^2 S c_{zp}}} \tag{15}$$

iar din (13) :

$$\frac{c_{xp}}{c_{xa}} = \frac{(\beta + 1)(\beta - 1)^3}{\beta(\beta + 2)^3}; \quad \alpha + \beta + 1 = 0. \tag{16}$$

Pentru $i_a \geqslant 50°$ și $i_p \leqslant 30°$ (ceea ce corespunde cu situațiile reale) curbele c_{za}, c_{xa} funcție de i_a și c_{zp}, c_{xp} funcție de i_p au forme simple și se pot interpola cu ușurință. Sistemul format de ecuațiile (15) și (16) se reduce la

$$\lambda \sqrt{c_{zp}} = \frac{3 - 2\lambda \sqrt{c_{za}}}{2 - \lambda \sqrt{c_{za}}}; \tag{17a}$$

$$\frac{c_{xp}}{c_{xa}} = \frac{(2 - \lambda \sqrt{c_{zp}})\lambda^3 \, c_{zp}^{3/2}}{(3 - 2\lambda \sqrt{c_{zp}})^3}, \tag{17b}$$

unde am notat $\lambda = \sqrt{\frac{\rho v^2 S}{2G}}$. Rezultă că incidențele optimale depind de parametrul λ și de caracteristicile aerodinamice ale panoului. Odată determinate c_{za} și c_{zp} din relațiile (17), se calculează

$$\frac{v_a}{v} = 1 - \frac{1}{\lambda \sqrt{c_{za}}}; \quad \frac{v_p}{v} = \frac{1}{\lambda \sqrt{c_{zp}}} - 1. \tag{18}$$

Exemplu. Pentru $v = 8{,}06$ m/s și $\frac{G}{S} = 5\text{N/m}^2$, rezultă ; $\lambda = 2{,}827$; $i_a = 81°$, $c_{za} = 0{,}200$, $c_{xa} = 1{,}25$; $i_p = 1{,}13°$, $c_{xp} = 0{,}088$, $c_{xp} = 0{,}0514$; $\frac{v_a}{v} = 0{,}209$; $\frac{v_p}{v} = 0{,}561$; $f = 0{,}07$; $P/\frac{\rho v^3 S}{2} c_{xa} = 0{,}0693$ și $P/S = 27{,}84\ \text{W/m}^2$.

În aceste condiții 8,6% din puterea curentului de aer care are secțiunea egală cu aria panoului este recuperată de instalație $\left(P/\frac{\rho v^3 S}{2} = 0{,}086\right)$. O concluzie interesantă este că acest procentaj se îmbunătățește atunci cînd f scade, iar c_{xa} crește. Deoarece c_{xp} este datorat în special firelor de prindere, calea practică este mărirea lui c_{xa}, ceea ce se poate realiza prin

utilizarea unor panouri concave. Pentru $c_{xa} = 2{,}18$ şi $f = 0{,}04$, de exemplu, se obţine un coeficient dublu de transformare $\left(P/\frac{\rho v^3 S}{2} = 0{,}180\right)$; pentru $c_{xa} = 2{,}5$, $f = 0{,}04$ se obţine randamentul de captare 0,207.

BIBLIOGRAFIE

1. *Le Gourières, D.*, "Energie Eolienne" Editions Eyrolles, Paris 1980.
2. *Găletuşe S.*, "Asupra proiectării elicei eoliene de randament maxim", St. cerc.mec.apl., 4 (1981).

On Some Model of a Wind Power Station

In the paper a possible wind facility to yield energy from high altitude wind is proposed. To this aim a panel of low surface area density, controled from an earth station, is used. The average power (within a time interval sufficiently large as compared with the working cycle) is optimal under some conditions determinal by computation.

CZ: 539.3 :536.4

ASUPRA PROBLEMEI PLĂCII PLANE DREPTUNGHIULARE PERFORATE ÎNCOVOIATE PLASTIC; CONCEPTUL DE PLACĂ ECHILAVENTĂ CU O ANALOGIE DE TIP DUHAMEL-NEUMANN

G. MĂNOIU *

Bazat pe analogia dintre forţele masice şi forţele cauzate de un gradient termic în analiza tensiunilor termice, se dezvoltă o metodă de analiză a încovoierii plastice a plăcilor dreptunghiulare, în particular asupra plăcilor dreptunghiulare perforate.

Fundamentarea metodei de analiză

Ipotezele Kirchhoff din teoria încovoierii plăcilor se află la baza prezentei analize. Aceste ipoteze sînt:

1. Ipoteza normalelor drepte, adică o dreaptă perpendiculară la planul median înaintea deformaţiei, rămîne normală la suprafaţa mediană — după deformare.

2. Tensiunile normale acţionînd în plane paralele la suprafaţa mediană, pot fi neglijate în comparaţie cu alte componente ale tensiunilor.

Considerăm x, y, z, un sistem de axe de coordonate rectangulare, cu axele x, y, paralele cu două muchii perpendiculare ale plăcii dreptunghiulare considerate.

Din prima ipoteză Kirchhoff, componentele deformaţiei pot fi scrise [1]:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x_0} - Z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y_0} - Z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{1}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy_0} - Z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Manuscris primit la data de 23 septembrie 1981

* Ing., MEXIM

unde: ε_{x_0}, ε_{y_0} și γ_{xy_0} = componentele deformației în planul median, și W = deplasarea normală la planul plăcii — în fiecare punct considerat al suprafeței plăcii.

Deformațiile dincolo de limita elastică constau din două părți: partea elastică cauzată de deformația elastică a rețelei atomice structurale și partea plastică cauzată de lunecarea unui strat de atomi peste un altul. Partea elastică este asociată cu indicele „e", iar partea plastică cu indicele „p". Scriind deformația elastică ca diferența dintre deformația totală și deformația plastică, relația liniară dintre tensiunile și deformațiile elastice ale unui corp izotrop (cu $\sigma_z = 0$ conform celei de a doua ipoteze Kirchhoff) devine:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot [(\varepsilon_x - \varepsilon_x^p) + \mu(\varepsilon_y - \varepsilon_y^p)] \tag{2a}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot [(\varepsilon_y - \varepsilon_y^p) + \mu(\varepsilon_x - \varepsilon_x^p)] \tag{2b}$$

$$\tau_{xy} = 2G \cdot (\gamma_{xy} - \gamma_{xy}^p) \tag{2c}$$

unde: σ_x, σ_y, τ_{xy} = tensiunile
E = modulul de elasticitate Young
G = modulul de alunecare
μ = raportul Poisson.

Grosimea considerată uniformă a plăcii este notată cu h.

Forțele secționale și momentele secționale pe unitatea de lungime sînt definite respectiv ca:

$$N_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot dz \qquad N_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \cdot dz \qquad N_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} \cdot dz \text{ și} \tag{3}$$

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot z \cdot dz \qquad M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \cdot z \cdot dz \qquad M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz \tag{4}$$

Din ecuațiile (1)—(4) și relația: $E = 2G\,(1 + \mu)$:

$$N_x = \frac{E \cdot h}{1-\mu^2}(\varepsilon_{x_0} + \mu \cdot \varepsilon_{y_0}) - \overline{N}_x \tag{5a}$$

(5b) $$N_y = \frac{E \cdot h}{1 - \mu^2} \cdot (\varepsilon_{y_0} + \mu \cdot \varepsilon_{x_0}) - \bar{N}_y$$

(5c) $$N_{xy} = G \cdot h \cdot \gamma_{xy_0} - \bar{N}_{xy}$$

unde:

(6a) $$\bar{N}_x = \frac{E}{1 - \mu^2} \int (\varepsilon_x^p + \mu \cdot \varepsilon_y^p) \cdot dz$$

(6b) $$\bar{N}_y = \frac{E}{1 - \mu^2} \int (\varepsilon_y^p + \mu \cdot \varepsilon_x^p) \cdot dz$$

(6c) $$\bar{N}_{xy} = 2G \cdot \int \gamma_{xy}^p \cdot dz$$

și

(7a) $$M_x + \bar{M}_x = -D \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

(7b) $$M_y + \bar{M}_y = -D \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

(7c) $$M_{xy} + \bar{M}_{xy} = D \cdot (1 - \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y}$$

unde:

(8a) $$\bar{M}_x = \frac{E}{1 - \mu^2} \int (\varepsilon_x^p + \mu \cdot \varepsilon_y^p) \cdot z \cdot dz$$

(8b) $$\bar{M}_y = \frac{E}{1 - \mu^2} \int (\varepsilon_y^p + \mu \cdot \varepsilon_x^p) \cdot z \cdot dz$$

(8c) $$\bar{M}_{xy} = -\frac{E}{1 + \mu} \int \gamma_{xy}^p \cdot z \cdot dz$$

Considerăm n și t vectorul unitar normal și tangent la conturul plăcii într-un punct și considerăm θ ca fiind unghiul dintre axa n și axa x.

Conform [1]

$$\bar{N}_n = \bar{N}_x \cdot \cos^2 \theta + \bar{N}_y \sin^2 \theta$$

(9) $$N_t = \frac{1}{2} (\bar{N}_x - \bar{N}_y) \cdot \sin^2 \theta$$

$$\bar{M}_n = \bar{M}_x \cdot \cos^2 \theta + \bar{M}_y \sin^2 \theta$$

$$M_t = \frac{1}{2} (\bar{M}_x - \bar{M}_y) \sin^2 \theta.$$

Considerăm X și Y a fi forțele aplicate de-a lungul axelor x și y, pe unitatea de suprafață a plăcii; condițiile de echilibru în planul plăcii:

(10a) $$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + X = 0$$

(10b) $$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} + Y = 0$$

Substituind ecuațiile (5) în ecuațiile (10) obținem:

(11a) $$\frac{E \cdot h}{1 - \mu^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon_{x_0} + \mu \cdot \varepsilon_{y_0}) + \frac{E \cdot h}{1 - \mu} \cdot \frac{\partial \gamma x_{y_0}}{\partial y} + X + \bar{X} = 0$$

(11b) $$\frac{E \cdot h}{1 - \mu^2} \cdot \frac{\partial \gamma_{xy_0}}{\partial x} + \frac{E \cdot h}{1 - \mu^2} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\varepsilon_{y_0} + \mu \cdot \varepsilon_{x_0}) + Y + \bar{Y} = 0$$

în care:

(12a) $$\bar{X} = - \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \int (\varepsilon_x^p + \mu \cdot \varepsilon_y^p) \cdot dz - 2G \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int \gamma_{xy}^p \cdot dz$$

(12b) $$\bar{Y} = - \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int (\varepsilon_y^p + \mu \cdot \varepsilon_x^p) \cdot dz - 2G \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int \gamma_{xy}^p \cdot dz$$

Se observă că forțele $\bar{X}$ și $\bar{Y}$ au același efect în cauzarea deformațiilor ε_{x_0}, ε_{y_0}, ε_{z_0} ca și forțele masice X și Y, astfel că $\bar{X}$ și $\bar{Y}$ sînt numite *forțe masice echivalente.*

Considerăm q = încărcarea transversală pe unitatea de arie a plăcii considerate. Cu ajutorul expresiilor N_x, N_y, N_{xy}, condițiile de echilibru pentru forțele normale la placă [2]:

(13) $$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \cdot \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial y \, \partial x} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + q + N_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 N_{xy} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0$$

Substituind ecuația (7) în ecuația (13) obținem:

$$D \cdot \nabla^4 w = q + \bar{q} - N_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - N_y \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2N_{xy} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \, \partial y} \tag{14}$$

unde:

$$\bar{q} = -\left[\frac{E}{1-\mu^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int (\varepsilon_x^p + \mu \cdot \varepsilon_y^p) \cdot z \cdot dz + \right.$$

$$\left. + \frac{2E}{1+\mu} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x \, \partial y} \int \gamma_{xy}^p \cdot z \cdot dz + \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int (\varepsilon_y^p + \mu \cdot \varepsilon_x^p) \cdot z \cdot dz \right] \tag{15}$$

are același efect în cauzarea deformațiilor, ca și încărcarea transversală aplicată plăcii și ca urmare este considerată ca o *încărcare transversală echivalentă* indusă de deformațiile plastice. Deplasarea verticală a plăcii cu deformații plastice supusă la o încărcare transversală dată q, forțele masice X și Y și forțele și momentele de contur N_n, N_t, M_n, M_t este aceeași cu deplasarea verticală a unei plăci identice *fără deformații plastice*, dar cu o încărcare transversală adițională, forțele masice $\bar{X}$, $\bar{Y}$, forțele de contur $\bar{N}_n$, $\bar{N}_t$ și momentele de contur $\bar{M}_n$, $\bar{M}_t$.

Această analogie este similară analogiei Duhamel-Neumann din teoria deformațiilor termice [4].

Ecuația (14) în cazul plăcii supusă încovoierii pure, cu caracteristica identică tracțiune-compresiune, devine:

$$D \cdot \nabla^4 w = q + \bar{q} \tag{16}$$

sau incremental:

$$D \cdot \nabla^4 (\Delta w) = \Delta q + \Delta \bar{q}. \tag{17}$$

Soluția în domeniul elastic al ecuației (16) sub sarcina transversală q și momentele de contur este dată în lucrarea [1]. De la forma cunoscută a acestor soluții, deplasarea normală $w(x, y)$ și tensiunile σ_i (x, y, z) pot fi exprimate ca funcții ale încărcării transversale $q(\xi, \eta)$ în punctul (ξ, η):

$$W(x, y) = \sum_{\xi} \sum_{\eta} a_{xy}^{\xi\eta} \cdot q(\xi, \eta)$$

$$i = x, \; y, \; xy \tag{18}$$

$$\sigma_i(x, y, z) = \sum_{\xi} \sum_{\eta} b_{ixyz}^{\xi\eta} \cdot q(\xi, \eta) \tag{18}$$

unde: $a_{xy}^{\xi\eta}$ și $b_{ixyz}^{\xi\eta}$ sînt coeficienții de influență pentru deplasări și tensiuni în punctul (x, y, z).

Dacă distribuția deformațiilor plastice este cunoscută, soluția elastică și analogia pentru cazul tensiunii nule în plan, este aplicabilă la calculul distribuției tensiunilor în placă.

Pentru calculul deformațiilor plastice incrementale, se va apela la condiția de cedare von Mises și legea de curgere asociată [3].

Această condiție de cedare este reprezentată de tensiunea efectivă definită ca:

$$\sigma = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \tag{19}$$

și legea asociată de curgere dată de:

$$\frac{d\varepsilon_x^p}{S_x} = \frac{d\varepsilon_y^p}{S_y} = \frac{d\gamma_{xy}^p}{S_{xy}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{d\varepsilon^p}{\sigma} \tag{20}$$

unde:

$$S_x = \frac{1}{3} \cdot (2\sigma_x - \sigma_y)$$

$$S_y = \frac{1}{3} \cdot (2\sigma_y - \sigma_x) \tag{21}$$

$$d\varepsilon^p = \frac{2}{\sqrt{3}} [(d\varepsilon_x^p)^2 + (d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_x^p)(d\varepsilon_y^p) + (d\gamma_{xy}^p)^2]^{1/2}$$

Relația tensiunea efectivă σ — deformarea plastică efectivă ε^p este obținută experimental prin încercarea de tracțiune.

$$\sigma = \sigma(\varepsilon^p) \tag{22}$$

și

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} \cdot d\varepsilon^p \tag{23}$$

Din ec. (19)

$$d\sigma = \frac{2\sigma_x - \sigma_y}{2\sigma} \cdot d\sigma_x + \frac{2\sigma_y - \sigma_x}{2\sigma} \cdot d\sigma_y + \frac{3\tau_{xy}}{\sigma} \cdot d\tau_{xy} \tag{24}$$

Din ec. (23) și (24) înlocuind diferențiala prin increment finite, în vederea rezolvării numerice:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} \cdot \Delta\varepsilon^p = \frac{2\sigma_x - \sigma_y}{2\sigma} \cdot \Delta\sigma_x + \frac{2\sigma_y - \sigma_x}{2\sigma} \cdot \Delta\sigma_y + \frac{3 \cdot \tau_{xy}}{\sigma} \cdot \Delta\tau_{xy} \tag{25}$$

Considerăm: $\Delta\sigma_{xe}$, $\Delta\sigma_{ye}$, $\Delta\tau_{xye}$ incrementele tensiunilor cauzate de Δq, ΔM_n, ΔM_t, considerînd placa a fi pur elastică.

Considerăm: $\Delta\sigma_{xp}$, $\Delta\sigma_{yp}$, $\Delta\tau_{xy}^p$ incrementele tensiunilor cauzate de încărcarea echivalentă și momentele de contur:

Considerăm: $\Delta\sigma_{xr}$, $\Delta\sigma_{yr}$, $\Delta\tau_{xyr}$ componentele tensiunilor reașezate de $\Delta\varepsilon_x^p$, $\Delta\varepsilon_y^p$, $\Delta\gamma_{xy}^p$.

Ecuația (25) poate fi scrisă:

$$(26)\qquad \frac{d\sigma}{d\varepsilon^p}\cdot\Delta\varepsilon^p=\frac{2\sigma_x-\sigma_y}{2\sigma}\cdot(\Delta\sigma_{xe}+\Delta\sigma_{xp}+\Delta\sigma_{xr})+$$

$$+\frac{2\sigma_y-\sigma_y}{2\sigma}(\Delta\sigma_{ye}+\Delta\sigma_{yp}+\Delta\sigma_{yr})+\frac{3\gamma_{xy}}{\sigma}\cdot(\Delta\tau_{xye}+\Delta\tau_{xyp}+\Delta\tau_{xyr})$$

unde:

$$(27a)\qquad \Delta\sigma_{xr}=-\frac{E}{1-\mu^2}(\Delta\varepsilon_x^p+\mu\cdot\Delta\varepsilon_y^p)$$

$$(27b)\qquad \Delta\sigma_{yr}=-\frac{E}{1-\mu^2}(\Delta\varepsilon_y^p+\mu\cdot\Delta\varepsilon_x^p)$$

$$(27c)\qquad \Delta\tau_{xyr}=-2G\cdot\Delta\gamma_{xy}^p$$

Independent de prezența contururilor interioare (perforațiilor) pe suprafața plăcii plane considerate, ecuația anterioară (16): $\nabla^4 w=\frac{1}{D}\cdot(q+\bar{q})$ revine la o egalitate de forma: $\nabla^4 w(m)=\frac{1}{D}[q(m)+\bar{q}(m)]$, mulțimea punctelor m aparținînd plăcii.

Egalitatea este valabilă în orice punct M aparținînd plăcii și în vecinătatea oricît de mică a punctului M; punctul (și vecinătatea sa) din cîmpul plăcii pot fi la limită în imediata apropiere a conturului interior.

Deci ecuația (16) are loc în orice regiune cu proprietatea că odată cu un punct conține o vecinătate a acelui punct. Se consideră că punctele de pe contururile interioare nu aparțin plăcii.

Prezența contururilor interioare (perforațiilor) modifică numai condițiile la limită pe contururi, dar nu ecuația (16) valabilă astfel general și în cazul plăcilor plane perforate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Timoshenko, S. P.* and *Woinowsky-Krieger, S.* Theory of Plates and Shells, Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York, 1959, p. 39—41.

2. *Timoshenko S.*, and *Gere, J.*, Theory of Elastic Stability, Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York, 1961.
3. *Hill, R.*, Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press, London, England, 1950.
4. *Tung H. Lin, Ernest Y Ho*, Elast -Plastic Bending of Rectangular Plates, Journal of the Engineering Mechanics Division, February, 1968.

On the Rectangular Plates Loaded beyond Elastic Plates

A method of solving rectangular plates loaded beyond elastic limit is given. The method is also applicable to materials with arbitrary stress — strain relations under varying loading conditions.

C.Z.: 519.217

BROWNIAN MOTION IN THE INERTIAL REGION

O. IORDACHE, S. CORBU*

Using a discrete non-linear Langevin equation, the Brownian motion of a particle is studied here. The generating function's method give us a Heun type equation. Their eigenvalues are obtained numerically. The limit behaviour is also examined.

The Brownian motion of a free particle characterized by the nonlinear Langevin equation [1].

$$\frac{du}{dt} = -\beta u^2 + A(t) \tag{1}$$

is discussed in the sequel.

Here u denotes the velocity of the particle, βu^2 the dynamical friction and $A(t)$ the fluctuating random particle acceleration function. Such a model valid in the inertial region of flow is useful to describing the motion of discrete particles in a turbulent medium. Knowledge of this kind of Brownian motion is of interest in studying gas and liquid cleaners, chemical reactors based on the fluidized-solids system, bubble columns, pneumatic conveying, coal washing, combustion of pulverized or atomized fuels etc. [1]

The model

The connection between the Ehrenfest model of diffussion and the linear Langevin equation is well-known [2]. In what follows we shall be concerned with a discrete approach to the model (1).

Assume that a particle can have at any time $n = 0, 1, 2, \ldots$ one of the velocities $j = 0,1,2, \ldots h$. Let us denote by $p(n, j)$ the probability that a particle is in j at n and by p_{ij} the transition probabilities from i to j during a time step. Considering that

$$p_{j,j-1} = \left(\frac{j}{h}\right)^2, \quad p_{j,j+1} = 1 - \left(\frac{j}{h}\right)^2, \quad j = 0, 1, \ldots, h \tag{2}$$

Manuscript received 26 November 1981

* Lecturer, dr. eng. Chair of Chemical Engineering; Assistant, Chair of Mathematics

the Champan-Kolmogorov of the corresponding Markov chain is:

$$p(n,j)=\left[1-\left(\frac{j-1}{h}\right)^2\right]p(n-1,j-1)+\left(\frac{j+1}{h}\right)^2 p(n-1,j+1) \quad (3)$$

According to (2) $p_{0,1}=p_{h,h-1}=1$ that is o and h are reflecting boundaries.

Solution. Introducing the discrete transform

$$u(j,\lambda)=Z[p(n,j)]=\sum_n p(n,j)\lambda^{-n} \quad (4)$$

we obtain from (3)

$$[h^2-(j-1)^2]\,u(j-1,\lambda)+(j+1)^2\,u(j+1,\lambda)-h^2\lambda u(j,\lambda)=0 \quad (5)$$

$$u(0,\lambda)=1\,;\ u(1,\lambda)=\lambda h^2$$

Here we use the fact that $Z[p\,(n-1,j)]=\lambda^{-1}Z[p(n,j)]$
Multiplying (5) by z^j and summing after j it results

$$\sum_j (j+1)^2\,u(j+1,\lambda)z^j+\sum_j [h^2-(j-1)^2]\,u(j-1,\lambda)z^j-$$

$$-h^2\lambda\sum_j u(j,\lambda)z^j=0 \quad (6)$$

Introducing the new discrete transform:

$$u(z)=\sum_j u(j,\lambda)z^j \quad (7)$$

we obtain from (6) the equation

$$z(1-z^2)u''(z)+(1-z^2)u'(z)+h^2(z-\lambda)u(z)=0 \quad (8)$$

This is a Fuchsian equation of the second order with four singularities named „Heun" equation.
We are interested only in solutions $u(z)$ which are polynomial of degree h in z giving us the values of $u(j,\lambda)\,;\ 0\leqslant j\leqslant h$.
According to (5) $u(j,\lambda)$ is a polynomial of degree j in λ.
The necessary and sufficient conditions that the solutions of (8) be a polynomial of degree h in z are [3]

i) — h or h should be of the form — n, $n\in N$

ii) λ is a root of the equation $u(h+1,\lambda)=0$, where $u(h+1,\lambda)$ is defined by (5).
In the considered here case i) is always accomplished.

Using recursively the equation (5) as well as the condition ii) we obtain :

if $h = 1$, $\lambda = \pm 1$, $u(0, \lambda) = 1$, $u(1, \lambda) = \lambda$

if $h = 2$, $\lambda = 0$, $\lambda = \pm 1$, $u(0, \lambda) = 1$, $u(1, \lambda) = 4\lambda$,

$u(2, \lambda) = 4\lambda^2 - 1$

$h = 3$, $\lambda = \pm \sqrt{5/9}$, $\lambda = \pm 1$, $u(0, \lambda) = 1$, $u(1, \lambda) = 9\lambda$,

$u(2, \lambda) = (81\lambda^2 - 9)/4$, $u(3, \lambda) = (81\lambda^3 - 41\lambda)/4$

$h = 4$, $\lambda = 0$, $\lambda = \pm 1$, $\lambda = \pm \sqrt{5/32}$, $u(0, \lambda) = 1$, $u(1, \lambda) = 16\lambda$,

$u(2, \lambda) = 64\lambda^2 - 4$, $u(3, \lambda) = (1024\lambda^3 - 304\lambda)/9$,

$u(4, \lambda) = (1024\lambda^4 - 736\lambda^2 + 27)/9$

The equation giving us λ is if $h = 1$, $\lambda u(1, \lambda) - u(0, \lambda) = 0$

if $h = 2$, $4\lambda u(2, \lambda) - 3u(1, \lambda) = 0$

if $h = 3$, $9\lambda u(3, \lambda) - 5u(2, \lambda) = 0$

if $h = 4$, $16\lambda u(4, \lambda) - 7u(3, \lambda) = 0$

Some numerically obtained values of λ are presented in the table 1. We observe that $|\lambda_2| = 1 - \dfrac{3}{h+1}$ is a good approximation. Remember that λ_2 characterise the convergence to the stationary repartition [5].

Table 1

h	$\pm\lambda$
2	0 1
4	0 1.3952
6	0 1.5722.2351
8	0 1.6706.3902.1639
10	0 1.7325.4959.2918.1244
12	0 1.7749.5711.3893.2310.0995
14	0 1.8057.6270.4643.3182.1900.0825
16	0 1.8291.6702.5234.3890.2678.1606.0703
18	0 1.8475.7044.5709.4471.3334.2303.1387.0610
20	0 1.8623.7323.6099.4954.3889.2907.2014.1217.0538
22	0 1.8745.7553.6425.5361.4363.3432.2571.1787.1082.0480
24	0 1.8847.7748.6701.5708.4770.3888.3064.2300.1601.0973.0433
26	0 1.8934.7913.6938.6008.5124.4288.3500.2763.2077.1448.0882.0394
28	0 1.9009.8056.7143.6269.5434.4660.3888.3178.2511.1891.1321.0806.0361
30	0 1.9073.8181.7322.6498.5708.4953.4234.3551.2905.2301.1727.1228.071 .036

The stationary distribution

The probabilities of transition of the Markov chain given by (2) tell us that $\lambda = 1$ is a simple eigenvalue (the chain has only an essential set). Consequently there is a unique stationary distribution. We can obtain this leting $\lambda = 1$ in (8)
It results

$$z(1+z)u''(z) + (1+z)u'(z) - h^2u(z) = 0 \tag{9}$$

The equation (9) can be identified by slighty modifications with the standard form of the hypergeometric equation [4].

The general solution of (9) is

$$u(z) = C \cdot F(-h, h, 1, -z)$$

where C is an arbitrary constant. Because $u(1) = \sum_j u(j) = 1$ it results that $C = 1/F(-h, h, 1, -1)$. Hence

$$u(z) = F(-h, h, 1, -1)^{-1}\left(1 + \left(\frac{h}{1!}\right)^2 z - \frac{h^2(1-h^2)}{(2!)^2} z^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{h^2(1-h^2)(4-h^2)}{(3!)^2} z^3 + \dots\right) \tag{10}$$

The polynomial (10) give us the values of $u(j)$ that is the unique stationary distribution. Evidently this is a hypergeometric one. Remember that in the Kac work [2] a stationary binomial distribution is obtained and that the Ehrenfest model corresponds to a linear Langevin equation. For small values of h the two limit laws differs essentially.

Conclusions

The developed here method offer us a step by step procedure to obtain the eigenvalues and the eigenvectors of the Markov chain characterized by (2). Due to the fact that there are few direct informations on the nature of particle velocity distribution in various regimes of flow it is very difficult to discriminate between the presented here results and those based on linear Langevin equation. But such theoretical results can stimulate careful experimentation on the problem.

REFERENCES

1. *Houghton G.*, I.E.C. Fundam. 5 (1976), 153.
2. *Kac M.*, Amer. Math. Monthly, 5 (1947), 369.
3. *Lambe C. G., Ward D. R.*, Quart. J. Math., Oxford, 5 (1934), 81
4. *Nikiforov A., Ouvarov V.*, Éléments de la Théorie des Fonction Spéciales. Edition MIR. Moscou
5. *Iosifescu M.*, Lanturi Markov finite şi aplicaţii. Ed. Tehnică, 1977.

Mişcarea brauniană

În lucrare se studiază mişcarea brauniană a unei particule pe baza unei ecuaţii de tip Langevin neliniare. Se obţine o ecuaţie de tip Heun prin utilizarea metodei funcţiilor generatoare şi se calculează valorile proprii ale acesteia. În final se studiază comportarea limită a particulei.

C.Z.: 621.43

CERCETĂRI ÎN LEGĂTURĂ CU RĂCIREA PISTONULUI LA UNELE MOTOARE DIESEL, RĂCITE CU AER

T. TURCOIU *

Lucrarea prezintă rezultatele cercetărilor privind răcirea forțată a pistonului unui motor diesel rapid, răcit cu aer. Cercetările s-au condus pe un monocilindru cu puterea litrică de 17 CP/l și turația nominală de 3000 rot/min.

Pistonul s-a răcit continuu cu ulei proiectat pe partea interioară a capului, prin intermediul a două țevi cu orificii calibrate. Uleiul s-a preluat din sistemul de ungere al motorului, debitul de ulei de răcire fiind cuprins între 0—4,26 l/min.

Rezultatele cercetării au evidențiat reducerea regimului termic al cilindrului, reducerea consumului de combustibil și a temperaturii gazelor arse evacuate.

Introducere

Procedeul de răcire a motorului influențează starea termică a pistonului. În cazul motoarelor răcite cu aer nivelul maxim de temperatură a capului pistonului este cu 50—60 °C mai mare [1], decît în cazul motoarelor răcite cu apă. Aceasta determină, pe lîngă uzarea mai rapidă, micșorarea rezistenței mecanice, durității și factorului de solicitare termică a materialului pistonului , și reducerea gradului de umplere a cilindrului, cu consecințe negative asupra performanțelor energetice ale motorului. Răcirea și confecționarea pistonului din materiale cu proprietăți termice îmbunătățite reprezintă căile principale de sporire a încărcării termice a acestuia la același alezaj de motor, și de ameliorare a umplerii cilindrului, la un motor răcit cu aer, de exemplu.

Răcirea forțată a pistonului se practică, în general, la motoarele cu puterea raportată $P_A > 40$ CP/dm^2 (P_A — puterea raportată la aria pistoanelor) și, uneori, la motoarele rapide la care creșterea numărului de cicluri în unitatea de timp determină creșterea nivelului maxim de temperatură a pistonului. În afara acestor situații, răcirea forțată a pistonului se justifică fie ca o măsură specială de asigurare a unei fiabilități și durabilități sporite a motorului respectiv, fie ca o cercetare de sine stătătoare. Spre exemplu, la funcționarea în regim de suprasarcină a unui motor diesel rapid, răcit cu aer, la care $P_A < 40$ CP/dm^2, au apărut situații repetate

Manuscris primit la data de 1 octombrie 1981

Șef lucrări dr. ing. Catedra de Motoare cu ardere internă (Laborator L6—INMT)

de gripaj a pistonului [3] datorită, probabil, stării termice mai ridicate a acestuia ceea ce, pentru garantarea funcționalității motorului, a impus necesitatea răcirii forțate a pistonului.

În acest sens, lucrarea de față prezintă rezultatele cercetărilor privind răcirea forțată a pistonului unui motor diesel rapid, răcit cu aer, cu puterea litrică de 17 CP/l și turația nominală de 3000 rot/min, la care puterea raportată $P_A = 14$ CP/dm^2. Cercetările au urmărit să stabilească modul de comportare a cuplei piston-cilindru, în funcționare, (în special, dacă mai apar situații de gripaj), în condițiile răcirii diferențiate a capului pistonului, precum și influența răcirii capului pistonului asupra economicității motorului.

1. Soluții de răcire. Înregistrarea temperaturilor.

Inițial, în vederea reducerii stării termice a capului pistonului, s-a procedat la răcirea acestuia, prin intermediul bielei (fig. 1), cu ulei proiectat pe partea interioară a capului pistonului. Uleiul s-a preluat din sistemul de ungere al motorului cu ajutorul unei țevi anexate corpului bielei (concepția de proiectare a acestui motor nu prevede găurirea corpului bielei). Soluția, eficientă din punctul de vedere al răcirii, prezenta dezavantajul unei răciri intermitente și a lipsei de control a debitului de ulei de răcire.

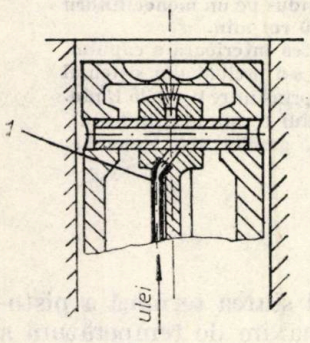


Fig. 1. Soluție de răcire intermitentă a capului pistonului : 1-țeavă anexată corpului bielei.

Tabelul 1

Valorile debitelor de ulei de răcire, utilizate pentru răcirea capului pistonului.

Varianta	Debitul de ulei (l/min)
1	0
2	0,48
3	1,98
4	4,26

Ulterior, partea interioară a capului pistonului s-a răcit cu un debit controlat de ulei, prin intermediul a două jeturi de ulei. Cu această soluție s-a asigurat răcirea continuă a capului pistonului, pe tot parcursul ciclului motor, precum și posibilitatea modificării debitului de ulei de răcire. În tabelul 1 sînt prezentate valorile debitelor de ulei de răcire utilizate în cadrul cercetării.

Răcirea capului pistonului, cu această soluție, s-a apreciat prin regimul termic al cilindrului evaluat cu ajutorul unui număr de șase termocupluri de tip Ni—Cr—Ni, amplasate conform schiței din fig. 2. Termocuplurile (fabricație Degusa), cu diametrul conductorilor de 0,2 mm, s-au etalonat într-o etuvă termostată tip Heraeus 240 ; măsurarea temperaturilor a fost efectuată cu un multimetru digital tip E 0302.

Influența răcirii capului pistonului asupra economicității motorului s-a apreciat prin consumul specific efectiv de combustibil, funcționînd cu motorul pe caracteristica de sarcină, la turația nominală. Pentru aceasta, motorul cercetat (un monocilindru răcit cu aer, model funcțional) a fost cuplat cu o frînă hidraulică Schönebeck (fig. 3). Consumul de combustibil s-a măsurat cu o instalație automată originală [2], care folosește principiul de măsurare gravimetric; consumul de aer s-a măsurat cu o diafragmă standard cu diametrul de 30 mm.

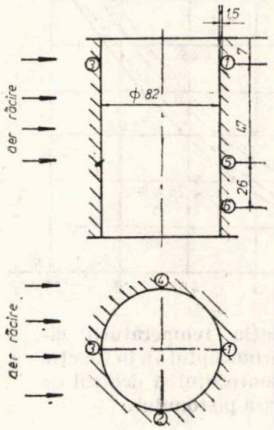


Fig. 2. Schema de montaj a termocuplurilor în cilindrul motorului.

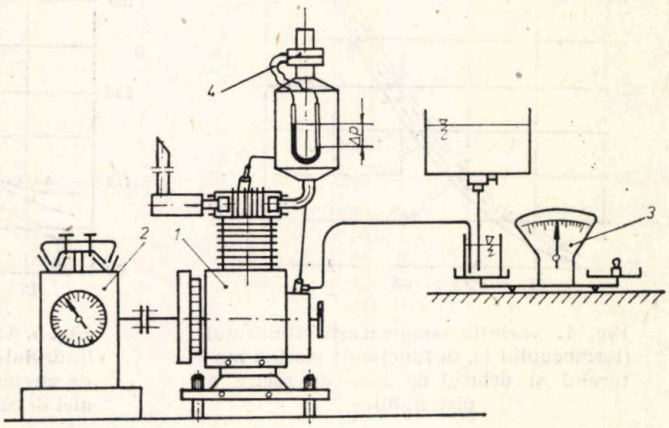


Fig. 3. Standul de încercare: 1-motor; 2-frînă hidraulică; 3-instalație automată de consum; 4-diafragmă pentru aer.

2. Rezultate

Regimul termic al cilindrului motorului cercetat, în condițiile răcirii diferențiate a capului pistonului, s-a evaluat cu ajutorul termocuplurilor montate în punctele indicate în figura 2.

În figurile 4 ... 7 s-au reprezentat grafic curbele de variație a temperaturii cilindrului, în funcție de sarcina motorului și debitul de ulei de răcire a capului pistonului, pentru punctele cu temperatura cea mai ridicată (situate pe generatoarea cilindrului, opus intrării aerului de răcire), și distribuția de temperatură pe conturul cilindrului, la regimul de suprasarcină de $1{,}1 \cdot P_e$ (7,45 OP, pentru motorul cercetat). De asemenea, în figura 8 s-a trasat variația de temperatură a cilindrului, pe direcție axială.

Analiza curbelor de variație a temperaturii cilindrului cu sarcina motorului și debitul de ulei de răcire a pistonului (fig. 4) pune în evidență faptul că, în punctul cel mai cald al cilindrului (termocuplul 1, situat în zona punctului mort interior), temperatura este cu circa 10°C mai mică dacă capul pistonului se răcește continuu cu un debit de ulei de 4,26 l/min; în aceeași zonă, temperatura este mai mică cu 14—16°C pe direcția curentului aerului de răcire (termocupulul 3, fig 7). Diferența crește la 25—28°C în zona punctului mort exterior al motorului (fig. 6 și 8) datorită, probabil,

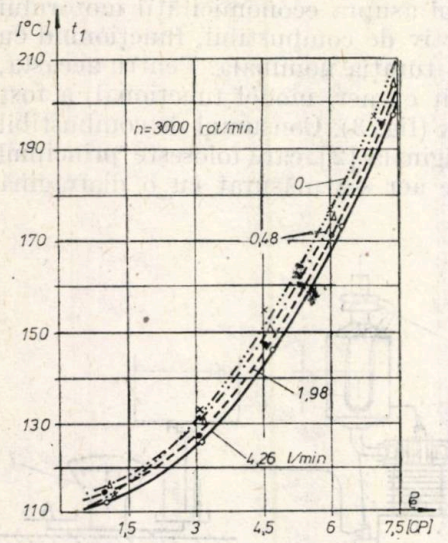


Fig. 4. Variaţia temperaturii cilindrului (termocuplul 1), în funcţie de sarcina motorului şi debitul de ulei de răcire a pistonului.

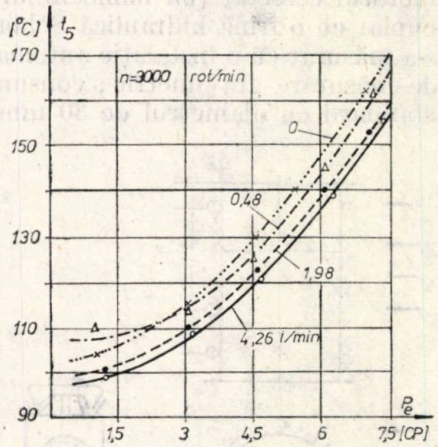


Fig. 5. Variaţia temperaturii cilindrului (termocuplul 5), în funcţie de sarcina motorului şi debitul de ulei de răcire a pistonului.

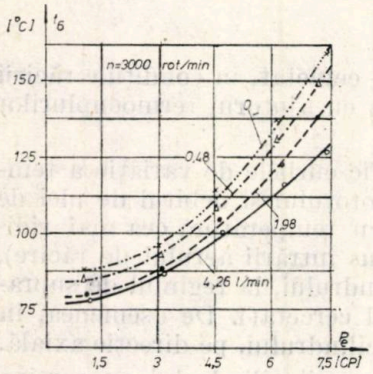


Fig. 6. Variaţia temperaturii cilindrului (termocuplul 6), în funcţie de sarcina motorului şi debitul de ulei de răcire a pistonului.

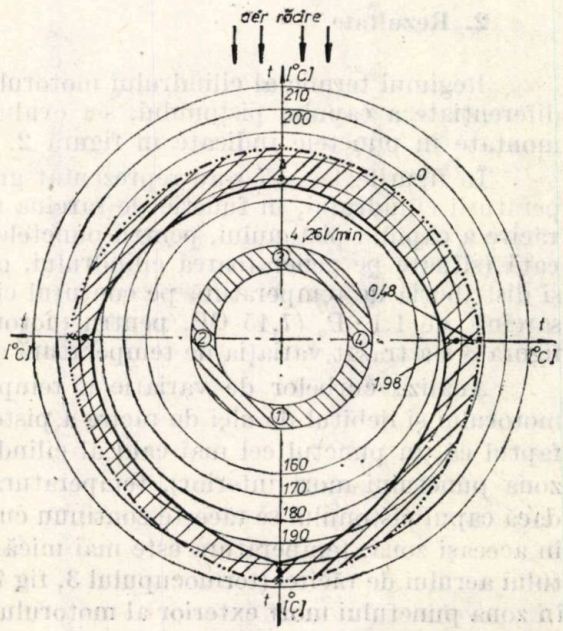


Fig. 7. Distribuţia de temperatură pe conturul cilindrului la regimul de suprasarcină 1,1 P_e (7,45 CP). ⟶

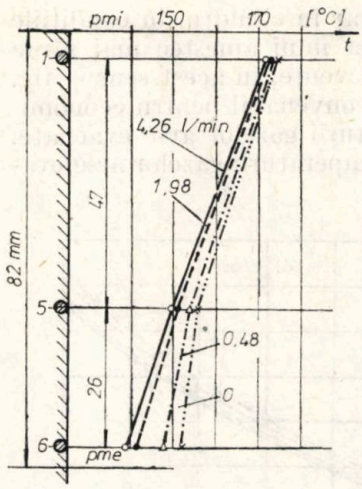


Fig. 8. Variaţia temperaturii cilindrului pe direcţie axială.

temperaturii capului pistonului mult mai redusă la PME şi evacuării mai eficiente a căldurii din piston, la acest nivel de temperatură, de către uleiul de răcire.

Distribuţia de temperatură pe conturul cilindrului (fig. 7), în situaţia răcirii diferenţiate a capului pistonului, evidenţiază acelaşi ecart de temperatură în zona PMI, precum şi faptul că răcirea capului pistonului nu modifică alura distribuţiei de temperatură. Aceste aspecte demonstrează efectul favorabil al răcirii continue şi controlate a capului pistonului, ceea ce permite evacuarea mai uniformă a căldurii din piston prin jeturile de ulei proiectate pe partea interioară a capului. Constatarea cea mai importantă însă, a fost aceea că, la funcţionarea îndelungată a motorului cercetat în condiţii de răcire continuă şi controlată a capului pistonului, nu s-a înregistrat nici-o situaţie de gripaj.

Răcirea capului pistonului influenţează favorabil umplerea cilindrului. În figurile 9 şi 11 s-au reprezentat curbele de variaţie a coeficientului de umplere (η_v) şi coeficientului excesului de aer (λ), în funcţie de sarcina motorului şi debitul de ulei de răcire a pistonului. Curbele de variaţie ale lui η_v (fig. 9), pun în evidenţă o umplere mai bună a cilindrului în si-

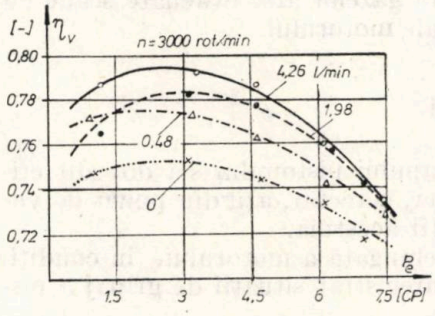


Fig. 9. Variaţia coeficientului de umplere în funcţie de sarcina motorului şi debitul de ulei de răcire a pistonului.

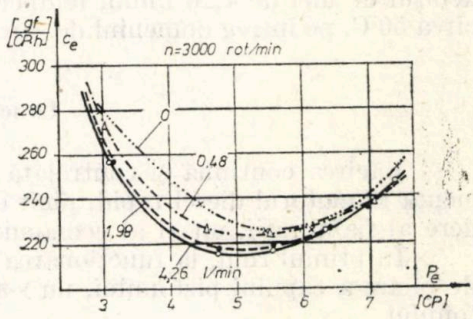


Fig. 10. Variaţia consumului specific efectiv de combustibil în funcţie de sarcina motorului şi debitul de ulei de răcire a pistonului.

tuaţia răcirii capului pistonului cu debitul de ulei de 4,26 l/min. Variind între 4 şi 6%, în domeniul sarcinilor parţiale, plină şi suprasarcină, umplerea mai bună a cilindrului, în condiţiile răcirii pistonului, determină reducerea consumului specific efectiv de combustibil al motorului. În figura 10 s-au trasat curbele de variaţie a consumului specific efectiv de combustibil, în funcţie de sarcina motorului şi debitul de ulei de răcire a pistonului. Consumul specific, în zona minimului(realizat la 75% din sarcina plină — 5,2 CP), este cu 5% mai mic în cazul răcirii pistonului cu debitul de ulei de 4,26 l/min.

Existența unei cantități de aer suplimentar în cilindru, în condițiile răcirii capului pistonului, favorizează formarea unui amestec mai sărac (curbele coeficientului excesului de aer sînt elocvente, în acest sens — fig. 11), pe tot domeniul de sarcini ale motorului, convenabil pentru economicitatea acestuia, precum și reducerea temperaturii gazelor arse evacuate. În figura 12 s-au trasat curbele de variație a temperaturii gazelor arse eva-

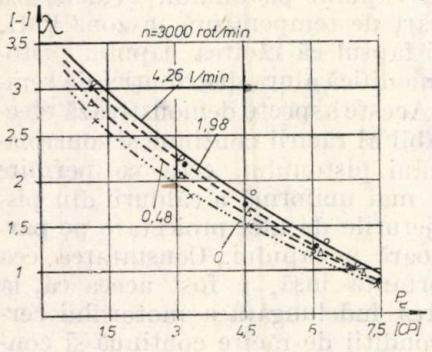


Fig. 11. Variația coeficientului excesului de aer în funcție de sarcina motorului și debitul de ulei de răcire a pistonului.

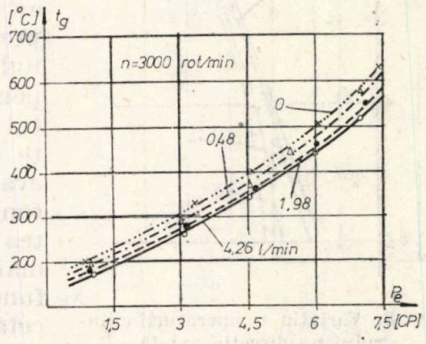


Fig. 12. Variația temperaturii gazelor arse evacuate în funcție de sarcina motorului și debitul de ulei de răcire a pistonului.

cuate, în funcție de sarcina motorului și debitul de ulei de răcire a capului pistonului. Analiza acestora arată că, în condițiile răcirii pistonului cu debitul de ulei de 4,26 l/min, temperatura gazelor arse evacuate scade cu circa 50°C, pe întreg domeniul de sarcini ale motorului.

Concluzii

Răcirea continuă și controlată a capului pistonului s-a dovedit eficientă la motorul diesel rapid, răcit cu aer, cercetat, atît din punct de vedere al fiabilității, cît și al economicității acestuia.

În primul rînd, la funcționarea îndelungată a motorului, în condiții de răcire a capului pistonului, nu s-au înregistrat situații de gripaj a pistonului.

În al doilea rînd, regimul termic al cilindrului și pistonului este mai scăzut, ceea ce permite sporirea durabilității acestor organe.

În al treilea rînd, răcirea capului pistonului permite sporirea economicității motorului (la motorul cercetat, consumul specific efectiv minim de combustibil a fost cu 5% mai mic în condițiile răcirii capului pistonului cu debitul de ulei de 4,26 l/min) și reducerea temperaturii gazelor arse evacuate (cu circa 50°C, la motorul cercetat).

La tipul de motor cercetat, răcirea capului pistonului poate fi aplicată și prin sistemul clasic : proiectarea unui jet de ulei pe partea interioară a capului pistonului, printr-un orificiu practicat în corpul bielei. Aceasta presupune reproiectarea bielei și, bineînțeles, evitarea utilizării unei soluții de răcire a pistonului, ca cea prezentată în lucrare.

BIBLIOGRAFIE

1. Grünwald B., Teoria, calculul și construcția motoarelor pentru autovehicule rutiere, Ed. did. ped., București, 1980.
2. *Nedelcu D., Turcoiu T.*, Instalație gravimetrică automată pentru măsurarea consumului de combustibil, Brevet 73568, România.
3. * * * Realizarea unei familii de motoare diesel răcire cu aer de 5—55 CP, Contract INMT, 14.2, 1981.

Researches in Connection with Cooling Piston at Some Diesel Engines Air Cooled

The paper presented results investigations in connection with the forced cooling piston at the speed diesel engine, air cooled. Researches was effected on the one diesel monocylinder with $P_L = 17$ CP/l and $n = 3000$ rpm.

The piston are continuously cooled with oil projected on the inner part of the piston crown, through agency two pipes with calibration orifices. The oil was assumed from engine lubrification system, oil cooled flow are included from 0 to 4,26 l/min.

Results investigations are praised reduction the cylinder thermal regime reduction the fuel consumption and the exhaust gas temperature.

C.Z.: 629.73

UN MODEL LINIAR, ÎN VARIABILE DE STARE, PENTRU AERONAVE DE TRANSPORT, ÎN REGIM SUBSONIC DE ZBOR

I. GR. STIHARU *

În lucrare se abordează posibilitatea construirii unui model liniar, în variabile de stare, pentru aeronave de transport, în regim subsonic de zbor.

Sînt prezentate : ipotezele de calcul ale modelului liniar, forma generală a modelului liniar în 8 variabile de stare, condițiile de decuplare ale ecuațiilor de mișcare, modelele longitudinal și lateral pentru regimuri de zbor decuplabile și modelul liniar al aeronavei în viraj coordonat orizontal.

Se studiază, de asemenea, limitele de calcul ale modelului liniar.

1. Metoda de calcul

Zborul aeronavei reprezintă mișcarea tridimensională a acesteia în atmosferă. Sistemul de ecuații diferențiale ce descriu această mișcare privită ca aceea a unui solid rigid liber, în mișcarea sa cea mai generală, poate fi pus sub forma :

$$\dot{X} = f(X,\ U,\ t) \tag{1}$$

unde considerăm drept „intrări" mărimile ce descriu comenzile aeronavei : $U(U_1, \ldots, U_m)$ și „stări" mărimile ce descriu vitezele și orientarea aeronavei, $X(X_1, \ldots, X_n)$. Se definește vectorul „ieșirilor" ca rezultat al citirii (măsurării) stărilor : $Y(Y_1, \ldots, Y_p)$.

Sistemul (1) reprezintă un set de ecuații diferențiale neliniar și nestaționar ; el poate fi adus la forma liniară staționară, în ipoteza micilor perturbații, pentru intervale mici de timp. Fie (X_0/U_0) starea de echilibru a sistemului (zbor de bază), față de care se vor scrie ecuațiile liniare ale sistemului. Micile perturbații față de această mișcare vor fi date de :

$$x = X - X_0\,;\ u = U - U_0. \tag{2}$$

Fie X_0 o soluție a sistemului (1), obținută cu comenzi U_0, pornind de la condiții inițiale date. Presupunînd cunoscută o soluție (X_0/U_0),

Manuscris primit la data de 23 septembrie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Catedra Aeronave

aceasta va verifica identic ecuația :

$$\dot{X}_0 = f(X_0, U_0) \tag{3}$$

Forma liniară a sistemului va rezulta în urma schimbărilor de variabilă (2) în (1) :

$$\dot{x} + \dot{X}_0 = f(x + X_0, u + U_0) \tag{4}$$

scăzînd (3) din (4) :

$$\dot{x} = f(x + X_0, u + U_0) \tag{5}$$

în care vom presupune pe f diferențiabilă și vom aproxima diferențialele cu diferențe finite, ajungînd la forma :

$$\dot{x} = \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)_0 x + \left(\frac{\partial f}{\partial U}\right)_0 u \tag{6}$$

În acest mod se observă că s-a adus problema stabilizării unui regim la problema aducerii sistemului în starea zero. În cazul în care starea X_0 și comanda U_0 sînt constante : $\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0$, $\left(\frac{\partial f}{\partial U}\right)_0 = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)_0$, ecuația (6) se reduce la forma simplificată :

$$\dot{x} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)_0 u \tag{7}$$

cu condiția inițială din : $f(X_0, U_0)=0$; astfel încît $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0 = A$ reprezintă Jacobianul sau matricea de stare a sistemului, iar $\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)_0 = B$ matricea de comandă a sistemului.

Pentru Y, procedînd analog, vom obține :

$$y = Y - Y_0 \tag{8}$$

Notînd cu C matricea de citire a stărilor, forma liniară a sistemului (1), în ipoteza micilor perturbații, pentru intervale de timp mici, va fi [1]:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \tag{9}$$

$A \in \mathfrak{M}(n, n, R)$, $B \in \mathfrak{M}(n, m, R)$, $C \in \mathfrak{M}(p, n, R)$

2. Dezvoltarea ecuațiilor de mișcare ale aeronavei

2.1. *Ipoteze de calcul* :

a) Clasa aeronavelor ce fac obiectul studiului este cea a avioanelor de transport, în regim subsonic de zbor.

b) Aeronava va fi considerată solid rigid, liber în mișcarea sa cea mai generală.

c) Se va neglija mişcarea de rotaţie a pămîntului, datorită faptului că mişcarea aeronavei se realizează cu viteze mai mici de 3000 Km/h.

d) Triedrul legat de pămînt (afixat centrului acestuia) va fi considerat inerţial pe durata considerării modelului liniar (neglijăm mişcarea de revoluţie a pămîntului).

e) Atmosfera pămîntului nu este în mişcare. Ipoteza este simplificatoare, dar poate fi eliminată prin măsurarea inerţială a tuturor parametrilor mişcării.

f) Triedrul legat fix de aeronavă, pe care se vor proiecta ecuaţiile de mişcare, şi care materializează axele sensibile ale aparaturii giroscopice de măsurare a stărilor, modelează la sol triedrul local orizontal.

g) Masa avionului, precum şi momentele de inerţie ale acestuia au valori constante pe durata considerării modelului liniar.

Ipotezele simplificatoare prezentate, introduc erori de estimare a modelului de aproximativ 10—15% (în special ipoteza de solid rigid). Modelul liniar rezultat, este suficient de precis pentru estimarea comenzii necesare la stabilizare sau efectuarea unei evoluţii oarecare, cu condiţia reactualizării coeficienţilor modelului la intervale mici de timp.

2.2. *Forma liniară a ecuaţiilor de mişcare, în variabile de stare*

Pornind de la ecuaţiile mişcării aeronavei în ipotezele de calcul specificate [2]:

$$
(10)\qquad \begin{cases} F_x = m(\dot{U} + WQ - VR) \\ F_y = m(\dot{V} + UR - WP) \\ F_z = m(\dot{W} + VP - UQ) \\ L = \dot{P}I_x - \dot{R}J_{xz} + QR(I_z - I_y) + QPJ_{xz} \\ M = \dot{Q}I_y + PR(I_x - I_z) + (P^2 - R^2)J_{xz} \\ N = \dot{R}I_z - \dot{P}J_{xz} + QP(I_y - I_x) + QRJ_{xz} \end{cases}
$$

şi explicitînd componentele vectorilor $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{M}$ funcţie de mărimile din membrul drept, cu ipoteza dependenţei liniare a acestora de mărimile din membrul drept (eventual şi de derivatele lor) precum şi de comenzile aeronavei (poziţia suprafeţelor de comandă), vor rezulta o parte din ecuaţiile în variabile de stare ale aeronavei.

Datorită apariţiei termenilor corespunzători greutăţii aeronavei în expresia forţelor, este necesară introducerea unghiurilor de orientare ale aeronavei (Euler), în ecuaţia (10). Va fi necesară completarea ecuaţiilor (10) cu ecuaţia matricială (cinematică):

$$
(11)\qquad \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\Phi \operatorname{tg}\Theta & \cos\Phi \operatorname{tg}\Theta \\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi \\ 0 & \sin\Phi \sec\Theta & \cos\Phi \sec\Theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}
$$

Sistemul (10), completat cu ecuaţiile cinematice (11) va descrie complet mişcarea oricărui tip de aeronavă.

Este necesară specificarea stărilor și intrărilor sistemului. Din considerente de accesibilitate și reconfigurabilitate a sistemului de senzori, se va adopta următoarea formă a vectorului de stare :

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ U \\ W \\ \Theta \\ P \\ R \\ V \\ \Phi \end{bmatrix} \tag{12}$$

Azimutul nu se va introduce ca stare, deoarece ψ este variabilă dependentă a stărilor $X_1, \ldots, X_8$.

Pentru o acoperire cît mai completă a clasei de avioane în studiu, vom considera ca intrări mărimile : Δ_p — bracarea profundorului, Δ_T — cursa manetei de gaze, Δ_e — bracarea eleronului, Δ_d — bracarea direcției, astfel încît vectorul intrărilor va avea forma :

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_p \\ \Delta_T \\ \Delta_e \\ \Delta_d \end{bmatrix} \tag{13}$$

Aducerea ecuațiilor de mișcare în forma (1) implică, în primă etapă, explicitarea derivatelor stărilor. Aceasta necesită exprimarea componentelor forțelor și momentelor funcție de stări și derivatele acestora. Din considerente experimentale [3], vom considera că doar F_z și M depind de o derivată (W), apărînd termeni suplimentari în ecuațiile acestor componente, în membrul stîng.

Se poate introduce, astfel, ipoteza micilor perturbații, dezvoltînd în serie componentele forțelor și momentelor în jurul stării de echilibru „0".

$$H = H_0 + \sum_{i=1}^{8} \left(\frac{\partial H}{\partial X_i}\right)_0 (X_i - X_0) + \sum_{j=0}^{4} \left(\frac{\partial H}{\partial U_i}\right)_0 (U_j - U_0) \tag{14}$$

$$H = \{F_x, F_y, F_z, L, M, N\}$$

Punctul „0" în jurul căruia s-a făcut dezvoltarea, definește zborul de bază, în raport cu care se stabilizează sau comandă avionul.

Folosind notațiile tradiționale :

$\frac{\partial H}{\partial X_i} = H_{x_i}$ — derivate de stabilitate și $\frac{\partial H}{\partial U_i} = H_{u_i}$ — derivate de comandă, (15)

rezultă următoarea formă a ecuațiilor de mișcare :

$$
(16)\quad
\begin{cases}
\dot{Q} - \dfrac{1}{I_y}\left(\dfrac{\partial M}{\partial \dot{W}}\right)_0 \dot{W} = E_1 = \dfrac{1}{I_y}\left[M_0 + \sum_{i=1}^{8}\left(\dfrac{\partial M}{\partial X_i}\right)_0 x_i + \sum_{j=1}^{4}\left(\dfrac{\partial M}{\partial U_j}\right)_0 u_j\right] - \\
\quad - PR\,(I_x - I_z) + (P^2 - R^2)\,J_{xz} + \dfrac{1}{I_y}\left(\dfrac{\partial M}{\partial \dot{W}}\right)_0 \dot{W}_0 \\
\dot{U} = E_2 = \dfrac{1}{m}\left[X_0 + \sum_{i=1}^{8}\left(\dfrac{\partial X}{\partial X_i}\right)_0 x_i + \sum_{j=1}^{4}\left(\dfrac{\partial X}{\partial U_j}\right)_0 u_j\right] - q\sin\Theta - WQ + RV \\
\dot{W}\left[1 - \dfrac{1}{m}\left(\dfrac{\partial Z}{\partial \dot{W}}\right)_0\right] = E_3 = \dfrac{1}{m}\left[Z_0 + \sum_{i=1}^{8}\left(\dfrac{\partial Z}{\partial X_i}\right)_0 x_i + \sum_{j=1}^{4}\left(\dfrac{\partial Z}{\partial U_j}\right)_0 u_j\right] + \\
\quad + g\cos\Theta\cos\Phi - PV + QU + \dfrac{1}{m}\left(\dfrac{\partial Z}{\partial \dot{W}}\right)\dot{W}_0 \\
\dot{\Theta} = E_4 = Q\cos\Phi - R\sin\Phi_8 \\
\dot{P}I_x - \dot{R}\,J_{xz} = E_5 = \left[L_0 + \sum_{i=1}^{8}\left(\dfrac{\partial L}{\partial X_i}\right)_0 x_i + \sum_{j=1}^{4}\left(\dfrac{\partial L}{\partial U_j}\right)_0 u_j\right] - \\
\quad - QR\,(I_z - I_y) - QPJ_{xz} \\
\dot{R}I_z - \dot{P}J_{xz} = E_6 = \left[N_0 + \sum_{i=1}^{8}\left(\dfrac{\partial N}{cX_i}\right)_0 x_i + \sum_{j=1}\left(\dfrac{\partial N}{\partial U_j}\right) u_j\right] - \\
\quad - (I_y - I_x)\,QP - QR\,J_{xz} \\
\dot{V} = E_7 = \dfrac{1}{m}\left[Y_0 + \sum_{i=1}^{8}\left(\dfrac{\partial Y}{\partial X_i}\right)_0 x_i + \sum_{j=1}^{4}\left(\dfrac{\partial Y}{\partial U_j}\right)_5 u_j\right] + g\cos\Theta\cos\Phi - \\
\quad - UR + WP \\
\dot{\Phi} = E_8 = P + (Q\sin\Phi + R\cos\Phi)\,\mathrm{tg}\,\Theta
\end{cases}
$$

În urma unor transformări algebrice elementare, sistemul (16) se va pune în forma lui (1):

$$(17)\quad \begin{cases} \dot{Q} = f_1 = E_1 + \dfrac{1}{I_y}\left(\dfrac{\partial M}{\partial \dot{W}}\right)_0 \left[1 - \dfrac{1}{m}\left(\dfrac{\partial Z}{\partial \dot{W}}\right)_0\right]^{-1} \cdot E_3 \\ \dot{U} = f_2 = E_2 \\ \dot{W} = f_3 = E_3\left[1 - \dfrac{1}{m}\left(\dfrac{\partial Z}{\partial \dot{W}}\right)_0\right]^{-1} \\ \dot{\Theta} = f_4 = E_4 \\ \dot{P} = f_5 = E_5 \dfrac{I_x}{I_x I_z - J_{xz}^2} + E_6 \dfrac{J_{xz}}{I_x I_z - J_{xz}^2} \\ \dot{R} = f_6 = E_5 \dfrac{J_{xz}}{I_x I_z - J_{xz}^2} + E_6 \dfrac{I_x}{I_x I_z - J_{xz}^2} \\ \dot{V} = f_7 = E_7 \\ \dot{\Phi} = f_8 = E_8 \end{cases}$$

Coeficienţii matricii A vor avea forma:

$$a_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial X_1} = \frac{1}{I_y}\left[M_q + \frac{mU + Z_q}{m - Z_{\dot{w}}} M_{\dot{w}}\right] = \bar{M}_q$$

$$a_{12} = \frac{\partial f_2}{\partial X_2} = \frac{1}{I_y}\left[M_u + \frac{mQ + Z_u}{m - Z_{\dot{w}}} M_{\dot{w}}\right] = \bar{M}_u$$

$$a_{13} = \frac{\partial f_3}{\partial X_3} = \frac{1}{I_y}\left[M_w + \frac{Z_w}{m - Z_{\dot{w}}} M_{\dot{w}}\right] = \bar{M}_w \quad \text{etc.} \quad [4]$$

Coeficienţii matricii B vor avea forma:

$$b_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial U_1} = \frac{1}{I_y}\left[M_{\delta_p} + \frac{Z_{\delta_p}}{m - Z_{\dot{w}}} M_{\dot{w}}\right] = \bar{M}_{\delta_p}$$

$$b_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial U_2} = 0 = \bar{M}_{\delta_T} \quad \text{etc.} \quad [4]$$

Astfel, forma modelului liniar (8 × 8), ce descrie mișcarea avionului în jurul unei poziții de echilibru, este următoarea :

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \hline \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{v} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc:cccc} \bar{M}_q & \bar{M}_u & \bar{M}_w & \bar{M}_\theta & \bar{M}_p & \bar{M}_r & \bar{M}_v & \bar{M}_\varphi \\ -W & \bar{X}_u & \bar{X}_w & \bar{X}_\theta & 0 & V & R & 0 \\ \bar{Z}_q & \bar{Z}_u & \bar{Z}_w & \bar{Z}_\theta & \bar{Z}_p & 0 & \bar{Z}_v & \bar{Z}_\varphi \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & a_{48} \\ \hline \bar{L}_q & 0 & 0 & 0 & \bar{L}_p & \bar{L}_r & \bar{L}_v & 0 \\ \bar{N}_q & 0 & 0 & 0 & \bar{N}_p & \bar{N}_r & \bar{N}_v & 0 \\ 0 & -R & P & \bar{Y}_\theta & \bar{Y}_p & \bar{Y}_r & \bar{Y}_v & \bar{Y}_\varphi \\ a_{81} & 0 & 0 & a_{84} & 1 & a_{86} & 0 & a_{88} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} q \\ u \\ w \\ \theta \\ \hline p \\ r \\ v \\ \varphi \end{array}\right] +$$

$$+ \left[\begin{array}{cc:cc} \bar{M}_{\delta_p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{X}_{\delta_T} & 0 & 0 \\ \bar{Z}_{\delta_p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \bar{L}_{\delta_e} & \bar{L}_{\delta_d} \\ 0 & 0 & \bar{N}_{\delta_e} & \bar{N}_{\delta_d} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Y}_{\delta_d} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \delta_p \\ \delta_T \\ \hline \delta_e \\ \delta_d \end{array}\right] \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{LN} \\ \dot{x}_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{LN} & A_{NT} \\ B_{TN} & A_{LT} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{LN} \\ x_{LT} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{LN} & B_{NT} \\ B_{TN} & B_{LT} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{LN} \\ u_{LT} \end{bmatrix} \tag{19}$$

3. Forme particulare ale ecuațiilor liniare de mișcare.

3.1. *Decuplarea ecuațiilor de mișcare* :

În cazul unui zbor rectiliniu, simetric : $P = R = V = \Phi = 0$, mișcarea longitudinală se decuplează de cea laterală :

$$\bar{M}_p = \bar{M}_r = \bar{M}_v = \bar{M}_\varphi = \bar{Z}_p = \bar{Z}_v = \bar{Z}_\varphi = a_{46} = a_{48} = 0 \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{M}_q & \bar{M}_u & \bar{M}_w & 0 \\ -W & \bar{X}_u & \bar{X}_w & \bar{X}_\theta \\ \bar{Z}_q & \bar{Z}_u & \bar{Z}_w & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ u \\ w \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{M}_{\delta_p} & 0 \\ 0 & \bar{X}_{\delta_T} \\ \bar{Z}_{\delta_p} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_p \\ \delta_T \end{bmatrix} \tag{21}$$

Ecuația (21) descrie mișcarea avionului în plan vertical, mișcarea longitudinală (simetrică), în variabile de stare, a aeronavei.

$$\bar{L}_q = \bar{N}_q = \bar{Y}_\theta = a_{81} = a_{84} = 0 \tag{22}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{v} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{L}_p & \bar{L}_r & \bar{L}_v & 0 \\ \bar{N}_p & \bar{N}_j & \bar{N}_v & 0 \\ \bar{Y}_p & \bar{Y}_r & \bar{Y}_v & \bar{Y}_\varphi \\ 1 & a_{86} & 0 & a_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ r \\ v \\ \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{L}_{\delta e} & \bar{L}_{\delta d} \\ \bar{N}_{\delta e} & \bar{N}_{\delta d} \\ 0 & \bar{Y}_{\delta d} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_d \end{bmatrix} \tag{23}$$

Ecuația (23) descrie mișcarea laterală (nesimetrică) a aeronavei, în variabile de stare.

3.2. *Modelul matematic liniar, în variabile de stare, al aeronavei în zbor orizontal, rectiliniu, uniform*

Condițiile zborului de bază rectiliniu, orizontal sînt date de: $\bar{\omega} = 0$ $(P = Q = R = 0)$, $|\bar{\vartheta}| = U = \text{ct.}$ $(V = W = 0)$, $\gamma = 0$ $(\alpha = \theta)$. Putem face simplificarea $\cos\Theta = 1$, $\sin\Theta = 0$, rezultînd decuplarea ecuațiilor de mișcare, deci ecuațiile (21), (23) în formă simplificată. Modelul matematic liniar, în variabile de stare, pentru zborul orizontal rectiliniu și uniform va rezulta, deci, din (21) și (23).

3.3 *Modelul matematic liniar, în variabile de stare, al aeronavei în zbor rectiliniu, în urcare (coborîre).*

Zborul rectiliniu al aeronavei în urcare (coborîre), definit prin unghiul γ (al traiectoriei), va îndeplini următoarele condiții:

$$|\bar{\vartheta}| = U = \text{ct.}\ (V = W = 0);\ \bar{\omega} = 0\ (P = Q = R = 0).$$

Modelul mișcării longitudinale va fi analog cu (21), după intrarea în zborul de urcare (la sfîrșitul regimului tranzitoriu de schimbare a traiectoriei). Pe timpul regimului tranzitoriu valoarea lui Θ se va lua acoperitor cea de la sfîrșitul regimului, Q fiind dat de [4]:

$$Q = \frac{(n-1)}{U} g$$

Modelul mișcării laterale va fi analog cu (23), cu aceleași precizări asupra regimului tranzitoriu și zborului de urcare (coborîre) care îl succed.

3.4 *Modelul matematic liniar, în variabile de stare, al avionului în viraj coordonat, orizontal*

Virajul coordonat orizontal al aeronavei este evoluția ce îndeplinește condițiile:

i. Viteza unghiulară a aeronavei este constantă și verticală.

ii. Rezultanta forțelor gravitaționale și centrifugă de inerție, în centrul de greutate al aeronavei, se găsește în planul de simetrie al acesteia (nu apar forțe laterale).

În cazul cînd zborul de bază este virajul coordonat, nu mai sînt îndeplinite condițiile de decuplare a ecuațiilor de mișcare, astfel încît modelul

liniar va conține toate variabilele de stare cuplate într-un sistem. Modelul liniar al mișcării va fi analog cu (18). Componentele vitezei liniare ce intervin în model sînt: $U(V = W = 0)$, iar cele ale vitezei unghiulare P, Q, R, rezultate din condițiile de viraj [4].

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \sin\Phi \\ \cos\theta \cos\Phi \end{bmatrix} \frac{g}{U} \operatorname{tg}\theta; \quad n = \frac{Z}{mg} = \sec\Phi$$

4. Limitele de calcul ale modelului liniar

Modelul liniar în variabile de stare prezentat poate fi utilizat pentru clasa aeronavelor prezentată în 2.1, în următoarele condiții:

a. Intervalul de timp de reactualizare a modelului trebuie calculat prin impunerea preciziei de urmărire a modelului neliniar, funcție de caracteristicile aeronavei în studiu.

b. Derivatele de stabilitate și comandă trebuie estimate cu sificientă precizie, afectînd precizia modelului liniar.

c. În regimurile tranzitorii de modificare a condițiilor de zbor trebuie micșorat timpul de reactualizare a modelului liniar, odată cu creșterea vitezei aeronavei în studiu.

BIBLIOGRAFIE

1. *Racoveanu, N.*, Automatica, Ed. Militară, București, 1980.
2. *Etkin, B.*, Dinamics of Atmosferic Flight, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1972.
3. *Blakelock, J. H.*, Automatic Control of Aircraft and Missiles, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965.
4. *Stiharu, I.*, Teză de doctorat, Institutul Politehnic-București, 1981.

A Linear Model in State Variables for Conventional Aircraft, in Subsonic Flight

In the paper is presented a way for the determination of a linear model in state variables for conventional aircraft, in subsonic flight.

There are presented: the assumption in determination of the linear model, general form of linear model in 8 state variables, the way to find uncoupled equations of motion: longitudinal and lateral and the linear model of the aircraft in stady horisontal turn.

Also, it is studied the limits in computation of the linear model.

C.Z.: 629.7 :621.45
629.7 :621.515

REGIMURILE LIMITĂ IN FUNCȚIONAREA COMPRESOARELOR AXIALE SUPERSONICE

V. STANCIU *

În lucrarea de față se urmărește stabilirea unei metode de determinare a limitei superioare a regimurilor supersonice ale rețelelor axiale de compresor. Sînt evidențiate totodată căile de creștere ale turației grupului turbocompresor în scopul îmbunătățirii performanțelor treptelor de compresor supersonic.

Introducere

Utilizarea pe scară tot mai largă a grupurilor turbocompresoare în instalații terestre pentru producerea energiei electrice și mai ales în construcția sistemelor de propulsie aerospațiale (motoare turboreactoare, motoare turbopropulsoare, motoare turboreactoare cu dublu flux și turbomotoare) impune o analiză mai detaliată a posibilităților energetice maxime ale acestora, precum și a modalităților de îmbunătățire și perfecționare a lor.

Deși construcțiile actuale asigură o răcire pronunțată paletelor fixe și mobile de turbină, totuși există o limită mecanică ce nu poate fi depășită.

Limitarea vitezei tangențiale la vîrful rețelelor mobile ale compresorului conduce la asigurarea unor regimuri cinematice limită.

Lucrarea de față își propune să stabilească o metodă de determinare a limitei superioare a regimurilor supersonice ale unei rețele de compresor, deci implicit a posibilităților maxime de comprimare ale unei rețele supersonice precizată geometric.

Pentru o abordare corespunzătoare a metodei este necesar pentru început să se precizeze cîteva aspecte fundamentale ale problemei, avînd în vedere schema principială și secțiunile principale ale grupului turbocompresor prezentate în fig. nr. 1.

Metoda are la bază corelația directă care există între parametrii funcționali, mecanici și energetici ai compresorului și turbinei în condițiile

Maunscris primit la data de 21 decembrie 1981
* Asist. ing. Catedra Aeronave

în care grupul funcţionează stabil, adică puterea furnizată de turbină P_T şi cea consumată de compresor P_c, împreună cu agregatele motorului P_{agr} respectă relaţia :

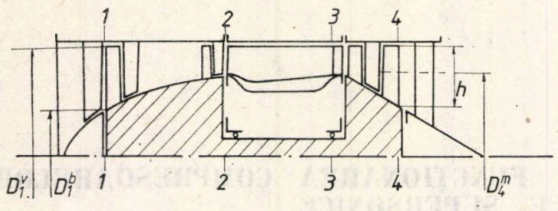


Fig. 1 — Schema principală şi principalele secţiuni ale grupului turbocompresor.

$$\dot{P}_T \eta_m = P_c + P_{agr} \tag{1}$$

în care η_m reprezintă randamentul mecanic al grupului.

Evident în această situaţie turaţiile compresorului n_c respectiv turbinei n_T sînt egale şi egale cu turaţia grupului turbocompresor n.

$$n_c = n_T = n \tag{2}$$

Expresia turaţiei compresorului

Turaţia compresorului se poate exprima în funcţie de parametrii geometrici şi cinematici ai acestuia

$$n_c = \frac{60 \cdot U_1^V}{\pi \cdot D_1^V} \tag{3}$$

unde U_1^V reprezintă viteza tangenţială la vîrful paletei primei reţele mobile de compresor, iar D_1^V este diametrul maxim al secţiunii de intrare în compresor (vezi fig. 1.).

Ecuaţia de conservare a masei aplicată în secţiunea 1—1 se poate scrie

$$\dot{M}_a = 0{,}04 \cdot \frac{\dot{P}_1^*}{\sqrt{T_1^*}} \cdot q(\lambda_1) \cdot A_1 \cdot \sin \alpha_1 \tag{4}$$

în care :

— $\dot{M}_a$ reprezintă debitul de aer care traversează motorul;
— p_1^*, T_1^*, reprezintă presiunea totală respectiv temperatura totală a aerului la intrare în compresor;
— A_1, reprezintă suprafaţa secţiunii 1—1;
— λ_1, reprezintă coeficientul de viteză a aerului în secţiunea 1 — 1;
— α_1, reprezintă unghiul de prerotire a aerului în prima reţea de compresor.

În condiţiile în care

$$A_1 = \frac{\pi}{4} D_1^{V2} (1 - \bar{d}_1^2)$$

$\bar{d}_1$ reprezentînd raportul diametrelor la bază D_1^b respectiv la vîrful reţelei D_1^V; $\bar{d}_1 = \frac{D_1^b}{D_1^V}$

ecuaţia (4) conduce la:

$$D_1^V = 5{,}642 \sqrt{\frac{\dot{M}_a \frac{\sqrt{T_1^*}}{P_1^*}}{(1 - \bar{d}_1^2)\, q(\lambda_1) \sin \alpha_1}} \tag{5}$$

Înlocuind (5) în (3) rezultă pătratul turaţiei compresorului de forma

$$n_c^2 = 11{,}46 \cdot \frac{U_1^{V2}}{\dot{M}_a \frac{\sqrt{T_1^*}}{p_1^*}} \cdot q(\lambda_1)(1 - \bar{d}_1^2) \cdot \sin \alpha_1 \tag{6}$$

Expresia turaţiei turbinei

Deoarece turbina este organul care limitează turaţia grupului turbocompresor, expresia turaţiei acesteia se va stabili pornind de la relaţia efortului unitar σ_r, la baza paletelor mobile a ultimei trepte (secţiunea 4—4) datorat acţiunii forţelor centrifuge

$$\sigma_r = 2 \cdot \rho_p \cdot U_T^{m2} \cdot \frac{h_4}{D_4^m} \cdot \Phi \tag{7}$$

unde

- ρ_p reprezintă densitatea materialului din care sînt confecţionate paletele mobile ale ultimei trepte;
- U_T^m reprezintă viteza tangenţială la raza medie a turbinei considerată de diametru mediu D_T^m = constant;
- h_4, D_4^m reprezintă înălţimea paletei, respectiv diametrul mediu al turbinei în secţiunea 4—4;
- Φ, reprezintă factorul de formă al paletei:

Viteza tangenţială se poate scrie:

$$U_T^m = \frac{\pi \cdot D_4^m \cdot n_T}{60} \tag{8}$$

Ecuaţia conservării masei aplicată în secţiunea 4—4 conduce la

$$A_T = 25{,}64 \frac{M_g \cdot \frac{\sqrt{T_4^*}}{P_4^*}}{q(\lambda_4) \sin \alpha_4} \tag{9}$$

în care

— M_g reprezintă debitul de gaze al motorului constituit din suma dintre debitul de aer M_a și debitul de combustibil injectat în cameră M_c:

$$M_g = M_a + M_c$$

— p_4^*, T_4^* reprezintă presiunea frîntă respectiv temperatura frîntă a gazelor în secțiunea 4—4;

— α_4 reprezintă unghiul deviației curentului de gaze la ieșirea din turbină.

Din relațiile (7), (8) și (9) rezultă:

$$n_T^2 = 22{,}91 \cdot \frac{\sigma_r}{\rho_p} \cdot \frac{q(\lambda_4) \cdot \frac{1}{\Phi} \cdot \sin \alpha_4}{\dot{M}_g \frac{\sqrt{T_4^*}}{p_4^*}} \tag{10}$$

Limita maximă a vitezei tangențiale

Din egalarea relațiilor (6) și (10) rezultă:

$$U_1^{r\,2} = 2 \cdot \frac{\sigma_r}{\rho_p} \cdot \frac{M_a \frac{\sqrt{T_1^*}}{P_1^*}}{\dot{M}_g \frac{\sqrt{T_5^*}}{P_4^*}} \cdot \frac{q(\lambda_4) \sin \alpha_4}{q(\lambda_1) \sin \alpha_1} \cdot \frac{1}{(1 - \bar{d}_1^2)\,\Phi} \tag{11}$$

Pentru simplificarea expresiei notăm prin parametrul Δ expresia:

$$\Delta = \frac{\dot{M}_a}{\dot{M}_g} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{T_4^*}{T_1^*}}} \cdot \frac{P_4^*}{P_1^*} \tag{12}$$

În aceste condiții expresia vitezei tangențiale U_1^r devine:

$$U_1^{r\,2} = 2 \cdot \frac{\sigma_r}{\rho_p} \cdot \Delta \cdot \frac{q(\lambda_4) \sin \alpha_4}{q(\lambda_1) \sin_1 \alpha_1} \cdot \frac{1}{(1 - \bar{d}_1^2)\,\Phi} \tag{13}$$

Valoarea maximă a vitezei se realizează în situația în care $\sigma_r = \sigma_{r\,max}$. Ținînd seama că în general

$$\sigma_r = \frac{\sigma_k}{n_\sigma}$$

în care

— σ_h reprezintă rezistenţa admisibilă de durată la temperatura paletei;

— n_σ reprezintă coeficientul de siguranţă admis.

Dacă admitem $n_{\sigma min} = 1{,}5$ atunci σ_r devine maxim, iar valoarea corespunzătoare maximă a vitezei tangenţiale rezultă.

$$U_{1\,max}^{V^2} = 1{,}33\,\frac{\sigma_h}{\rho_p}\cdot\Delta\cdot\frac{q(\lambda)\sin\alpha_4}{q(\lambda_1)\sin\alpha_1}\cdot\frac{1}{(1-\bar{d}_1^2)\,\Phi} \tag{14}$$

Calculul parametrului Δ

Expresia parametrului complex Δ poate fi extinsă prin evidenţierea parametrilor funcţionali ce definesc compresorul, turbina şi în general grupul turbocompresor.

Deoarece excesul de aer din camera de ardere α a motoarelor aeroreactoare este de obicei cuprins între 3 şi 5, iar $minL = 14{,}67$ Kg aer/Kg comb., ţinînd seama că

$$\frac{\dot{M}_a}{\dot{M}_g} = \frac{\alpha\cdot min\,L}{1+\alpha\cdot min\,L}$$

acest raport este cuprins între 0,978 şi 0,987.

În ceea ce priveşte raportul $\sqrt{\frac{T_4^*}{T_1^*}}$, ce intervine în expresia lui Δ, acesta se poate exprima în funcţie de temperatura maximă a ciclului T_3^*, gradul de comprimare al compresorului π_c^*, randamentul compresorului η_R^* şi randamentul turbinei η_T^* astfel:

$$\sqrt{\frac{T_4^*}{T_3^*}} \simeq \sqrt{\frac{T_3^*}{T_1^*}}\cdot\sqrt{1-\varphi\cdot\eta_T^*} \tag{15}$$

unde am notat prin φ expresia

$$\varphi = \frac{1}{\frac{T_3^*}{T_1^*}}\cdot\frac{\pi_c^{*\frac{k-1}{k}}-1}{\eta_c^*\cdot\eta_T^*\cdot\eta_m} \tag{16}$$

Pe de altă parte raportul $\frac{P_4^*}{P_1^*}$ devine:

$$\frac{P_4^*}{P_1^*} \simeq \pi_c^*\cdot\sigma_{ca}^*\,[1-\varphi\cdot\eta_m]^{\frac{k'}{k'-1}} \tag{17}$$

unde

— σ^*_{ca} reprezintă pierderea de presiune totală în camera de ardere a motorului.

Înlocuind expresiile (15) și (17) în (12) rezultă

$$\Delta \simeq \pi^*_c \cdot \sigma^*_{ca} \cdot \frac{[1 - \varphi \cdot \eta_m]^{\frac{k'}{k'-1}}}{\sqrt{1 - \varphi \cdot \eta^*_T}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{T^*_3}{T^*_1}}} \tag{18}$$

Prin urmare parametrul Δ depinde numai de π^*_c și $\frac{T^*_3}{T^*_1}$, adică

$$\Delta = \Delta\left(\pi^*_c, \frac{T^*_3}{T^*_1}\right)$$

dacă admitem constante toate celelalte mărimi, ce definesc perfecțiunea proceselor de lucru prin organele componente ale turbocompresorului.

Pentru aplicații practice este util să se definească și celelalte mărimi ce intervin în expresia vitezei tangențiale maxime.

Astfel s-a constatat experimental că expresia $q(\lambda_1)\,(1 - \bar{d}_1^2)\sin\alpha_1$ este cuprinsă între 0,55—0,65, valoarea coeficientului de viteză λ_4 depinde de tipul de motor în componența căruia intră grupul turbocompresor, fiind în general cuprins între 0,5—0,65, $\alpha_4 = 82° - 90°$, iar factorul de formă $\Phi = 0{,}5 - 0{,}6$.

Regimul limită de funcționare

Odată cunoscută valoarea maximă a vitezei tangențiale și valorile uzuale ale componentei axiale a vitezei la intrare în rotorul compresorului, viteza relativă maximă a aerului la intrare în rotor la vîrful rețelei este:

$$W^V_{1max} = \sqrt{C^2_{1a} + U^{V^2}_{1max}}$$

dacă admitem că în fața rotorului nu există o rețea de palete directoare, adică $\alpha_1 = 90°$.

Ținînd seama că

$$a_{cr} = \sqrt{2\frac{k-1}{k+1}L^*_H}, \quad \text{unde } i^*_H = i^*_1,$$

acestei valori îi corespunde M^V_{W1max}, sau $\lambda^V_{W1max} = \frac{W^V_{1max}}{a_{cr}}$.

Se poate aprecia imediat valoarea lui M^b_{W1max} la baza paletei de compresor, și evident caracterul supersonic al treptei.

Aplicaţie

Se consideră cazul unui grup turbocompresor funcţionînd la punct fix la care se cunosc

$T_0 = 288°K$ $\quad \rho_p = 7.800\ Kg/m^3$
$\pi_{co}^* = 10$ $\quad \lambda_4 = 0,6$
$T_3^* = 1270°K$ $\quad \alpha_4 = 85$
$\eta_c^* = 0,85$ $\quad q(\lambda_1)(1 - \bar{d}_1^2) \sin \alpha_1 = 0,6$
$\eta_T^* = 0,87$ $\quad \Phi = 0,55$
$\eta_m = 0,98$
$\sigma_{ca}^* = 0,97$
$C_{1a} = 150$ m/s
$\sigma_h = 4 \cdot 10^8$ N/m

Rezultă $\dfrac{T_3^*}{T_1^*} = 4,41$

$\varphi = 0,29$
$\Delta = 1,4$
$U_{1max}^V = 484$ m/s, respectiv
$W_{1max}^V = 506$ m/s
Întrucît $a_{cr} = 310$ m/s rezultă

$$\lambda_{1max}^V = \frac{506}{310} = 1,632$$

şi implicit $M_{1max}^V = 1,99$

BIBLIOGRAFIE

1. *Pimsner Victor, ş.a.*, Energetica turbomotoarelor cu ardere internă. Ed. Academiei R.S.R. Bucureşti 1964;
2. *Manole I.*, Soluţii constructive de turbomotoare de aviaţie, vol. 1, 2. Ed. A.M.G. Bucureşti 1977;
3. *Irving A, ş. a.*, Aerodynamic Design of Axial Flow Compressors, Cleveland, Ohio 1965.

The Limit Regimes in the Working of the Axial Supersonic Compressors

The present paper follows to establish a method to determin the top limits of the supersonic regimes of the axial compressor nets.

There are outlines also the ways to improve the rotation of turbocompressor group in aim to improve the performances of the supersonic compressor stages.

C.Z. : 621.914/.919

GENERAREA DANTURII ROȚILOR CONICE DE MODUL MIC ($m \leqslant 1$ mm)

C. MINCIU, I. TĂNASE *

În lucrare este prezentată cinematica generării danturii roților conice de modul mic ($m \leqslant 1$ mm) folosite în industria de mecanică fină, precum și o metodă de proiectare a sculelor cu care se danturează aceste roți, scule cunoscute sub denumirea de „freze fluture".

Prelucrarea danturii roților conice se face în general pe mașini care generează profilul evolventic al dinților prin rulare. Roțile dințate de module mici, utilizate în mecanica fină, pot fi prelucrate prin metoda rulării pe mașini specializate sau, în cazuri în care nu este necesară o precizie deosebită, pe mașini de frezat roți dințate, înlocuind freza melc cu o „freză fluture". Mașinile de frezat roți dințate de mecanică fină produse de firma Mikron au un dispozitiv care permite prelucrarea roților dințate conice cu astfel de freze folosind lanțul cinematic de rulare pentru divizarea continuă, iar profilul obținîndu-se prin copiere.

1. Procedeul de danturare

Freza fluture se construiește cu 2...8 dinți, cu 1 sau cu 2 pași (începuturi), generarea flancului dintelui făcîndu-se ca în fig. 1; primul și ultimul dinte fiind de finisare pe cîte un flanc, ceilalți dinți fiind de degroșare. Din figură se remarcă și alte două aspecte: înălțimea dinților este constantă și freza fluture prelucrează și conul exterior al roții dințate.

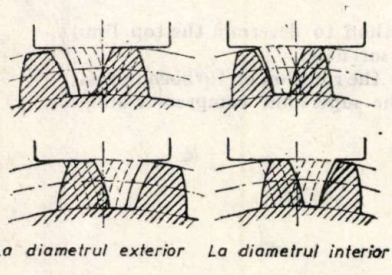


Fig. 1

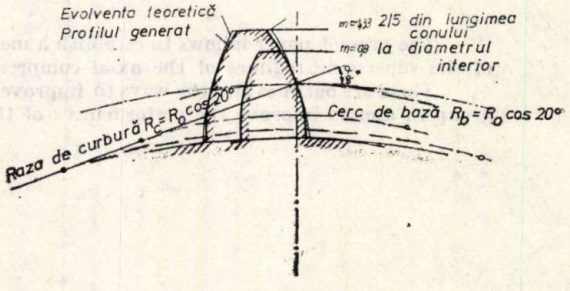


Fig. 2

Manuscris primit la data de 13 noiembrie 1981
* Conf. dr. ing.; Asistent, Catedra Mașini unelte și scule

Profilul frezei fluture poate fi evolventic sau, pentru simplificare, poate fi un arc de cerc ce înlocuiește evolventa corespunzătoare numărului de dinți ai roții de înlocuire și modulului interior. Arcul de cerc care înlocuiește evolventa are raza egală cu raza de curbură a evolventei pentru punctul de pe cercul de divizare la modulul interior (fig. 2).

Se observă că pentru același flanc, cu îndepărtarea de vîrful conului, odată cu creșterea modulului către valoarea extremă, abaterea față de evolventa teoretică crește, în special pentru porțiunile de cap ale dintelui (fig. 2.). Se reduce această abatere făcînd dintele de înălțime constantă, egală cu înălțimea corespunzătoare modulului minim (fig. 3.).

În acest fel se elimină o porțiune din capul dintelui, spre exteriorul conului, pe care nu se realizează contactul dintre cei doi dinți conjugați, suprafața de contact situîndu-se în zona interioară, apropiată de vîrful conului (fig. 4.)

Cercetările au arătat că, la danturarea cu frezele fluture, mărind lungimea dintelui roții conice nu crește în aceeași proporție și suprafața de contact; motiv pentru care ea se limitează la 0,2 ... 0,4 din lungimea generatoarei conului L_g. Alegerea acestei lungimi și prin urmare mărimea suprafeței de contact, este condiționată nu numai de modulul interior, dar și de numărul de dinți ai roții de înlocuire.

2. Particularități ale angrenajului

Fiind vorba despre un angrenaj conic cu profil și cu elemente dimensionale modificate, sînt necesare cîteva precizări în legătură cu proiectarea lui (fig. 5.)

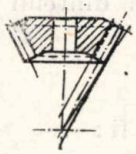


Fig. 3

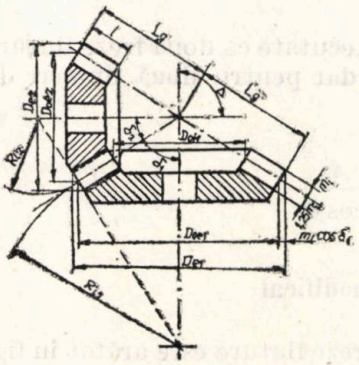
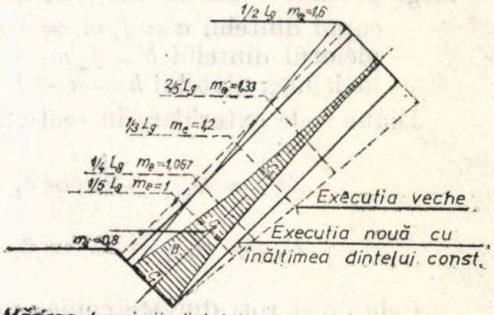


Fig. 5



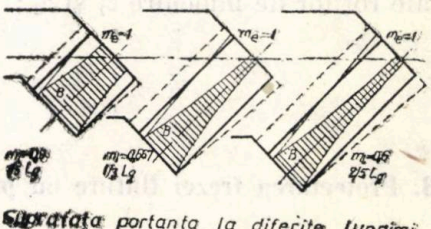


Fig. 4

Ca orice angrenaj conic și acesta este individualizat prin modulul exterior m_e și numerele de dinți z_1 și z_2 ale celor două roți, elemente alese din considerente cinematice, de rezistență, gabarit, tehnologice etc.

Se remarcă din fig. 5 înălțimea constantă a dintelui, conul de divizare avînd generatoarea paralelă cu a celui interior și exterior (și nu concurente ca în cazul clasic).

Pentru cazul $\Delta = \delta_1 + \delta_2 = 90°$, caz considerat general, semiunghiurile conurilor sînt date de relațiile:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{z_1}{z_2}; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{z_2}{z_1}$$

iar diametrele cercurilor de divizare la exterior vor fi:

$$D_{0e1} = m_e z_1; \qquad D_{0e2} = m_e z_2$$

Alegîndu-se lungimea dintelui $l = (0{,}2 \ldots 0{,}4) L_g$, în care $L_g = R_{0e1} \sin\delta_1 = R_{0e2} \sin\delta_2$, se poate determina modulul interior al angrenajului conic m_i, element de bază în dimensionarea roților dințate și a frezei fluture,

$$m_i = \frac{L_g - l}{L_g} m_e = \frac{m_e z - 2l \sin \delta}{z}$$

Această valoare astfel calculată se va rotunji în minus pînă la o valoare standardizată. Cu această valoare standardizată se calculează sau se alege profilul frezei fluture și se determină înălțimea dintelui roții:

— capul dintelui $a = f_1 m_i = 1 m_i$
— piciorul dintelui $b = f_2 m_i = 1{,}25 m_i$
— înălțimea dintelui $h = a + b = 2{,}25 m_i$

Diametrele exterioare în secțiunea extremă vor fi:

$$D_{e1} = D_{0e1} + 2a \cos \delta_1 = m_e z_1 + 2 m_i \cos \delta_1$$

$$D_{e2} = D_{0e2} + 2a \cos \delta_2 = m_e z_2 + 2m_i \cos\delta_2$$

Cele două roți dințate conice vor fi executate ca două freze fluture alese pentru un același modul interior m_i, dar pentru două numere de dinți ale roților de înlocuire z_1' și z_2':

$$z_1' = \frac{z_1}{\cos \delta_1}; \qquad z_2' = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$$

3. Proiectarea frezei fluture cu profil modificat

Un desen de execuție al unei astfel de freze fluture este arătat în fig. 6 în care apare o astfel de sculă cu 4+4 dinți avînd doi pași (2 începuturi).

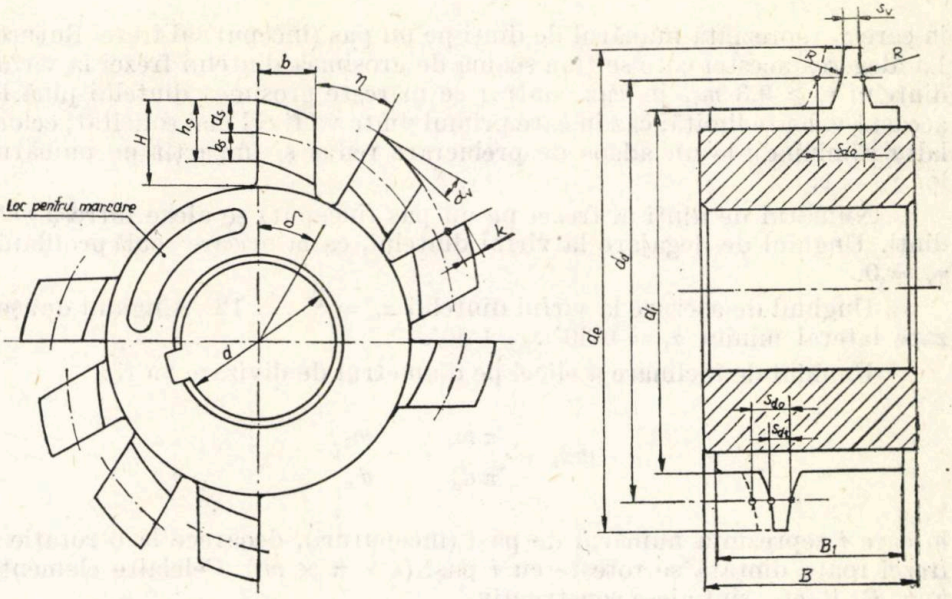


Fig. 6

În definitiv, o astfel de sculă este o freză melc cu unul sau două începuturi, dinţii fiind aşezaţi doar pe o porţiune a elicei, pe porţiunea incompletă făcîndu-se divizarea dintelui roţii conice. Freza fluture din figură prelucrează un gol cu primii 4 dinţi, în timp ce s-a rotit cu unghiul corespunzător porţiunii fără dinţi, roata s-a rotit cu un dinte, iar următorii patru dinţi execută următorul gol, ciclul reluîndu-se; prin urmare, divizarea este continuă.

Diametrul exterior d_e se alege cu valori între 25 şi 40 mm. Diametrul de divizare va fi:

$$d_d = d_e - 2a_s = d_e - 2b_r = d_e - 2 \times 1{,}25\ m_i = d_e - 2{,}5\ m_i$$

După cum s-a mai spus, această sculă prelucrează şi conul exterior al roţii, prin urmare diametrul interior va fi:

$$d_i = d_e - 2h_s = d_e - 2 \times 2{,}25\ m_i = d_e - 4{,}5\ m_i$$

în care m_i reprezintă modulul interior ales al roţii conice prelucrate.

Înălţimea dintelui frezei:

— capul dintelui $a_s = b = 1{,}25\ m_i$
— piciorul dintelui $b_s = a = 1\ m_i$
— înălţimea dintelui $h_s = a_s + b_s = 2{,}25\ \mathrm{m_i}$

Grosimea dintelui pe cercul de divizare s_{d1} se alege în funcţie de grosimea golului roţii dinţate pe cercul de divizare în secţiune interioară:

$$s_{d1} = \frac{s\,d_0}{z_f} = \frac{\pi m_i + j}{z_f}$$

în care z_f reprezintă numărul de dinți pe un pas (început) al frezei fluture. La alegerea acestei cote se ține seama de grosimea dintelui frezei la vîrful dintelui $s_v \geqslant 0{,}3\ m_i$, în caz contrar se mărește grosimea dintelui pînă la această valoare limită, caz în care primul dinte va fi cel mai solicitat, celorlalte rămînîndu-le un adaos de prelucrare redus și împărțit pe numărul lor $z_f - 1$.

Numărul de dinți ai frezei pe un pas (început) se alege între 2 și 4 dinți. Unghiul de degajare la vîrful dintelui, ca la oricare sculă profilată, $\gamma_v = 0$.

Unghiul de așezare la vîrful dintelui $\alpha_v = 8° \ldots 12°$. Unghiul de așezare lateral minim $\alpha_1 = 0°30' \ldots 1°30'$.

Unghiul de înclinare a elicei pe diametrul de divizare va fi :

$$\operatorname{tg} \beta_d = \frac{\pi m_i}{\pi d_d} i = \frac{m_i}{d_d} i$$

în care i reprezintă numărul de pași (începuturi), deoarece la o rotație a frezei roata dințată se rotește cu i pași ($i \times \pi \times m_i$). Celelalte elemente b, η, B, B_1 etc. sînt alese constructiv.

După cum s-a mai spus, profilul frezei este un arc de cerc cu raza de curbură egală cu a evolventei în punctul de pe cercul de divizare în secțiunea interioară (corespunzătoare modulului interior m_i).

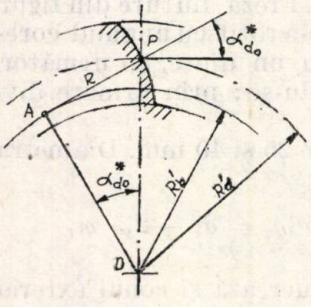


Fig. 7

Din figura 7 rezultă raza de curbură a profilului :

$$R = R'_d \sin \alpha^*_{d0} = \frac{m_i z'}{2} \sin \alpha^*_{d0}$$

Modulul interior uzual folosit în industria de mecanică fină pentru roți conice de modul mic are valorile 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,75 (1 ; 1,25 ; 1,5) mm. Unghiul de angrenare pentru asemenea roți dințate este $\alpha^*_{d0} = 20°$.

În relația de mai sus numărul de dinți z' corespunde roții dințate de înlocuire :

$$z' = \frac{z}{\cos \delta}$$

În funcție de numărul de dinți z' ai roții de înlocuire, care variază între 16 și peste 120, se poate determina profilul frezei fluture pentru un același modul interior m_i, recomandîndu-se ca întreg domeniul să fie acoperit de un număr de 20 freze care să corespundă următoarelor numere de dinți : 16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 20 ; 22 ; 24 ; 26 ; 28 ; 30 ; 32 ; 36 ; 40 ; 45 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ; 100 ; 120.

Corespunzător celor arătate, calculul de profilare se face foarte simplu folosind relația de mai sus.

Se va marca : ughiul de angrenare α^*_{d0}, numărul frezei sau numărul de dinți z' ai roții de înlocuire, modulul interior m_i, unghiul de înclinare a elicei medii β_d și sensul ei, precum și numărul de pași (începuturi).

În legătură cu mărimea unghiului de angrenare α^*_{d0} trebuie arătat că la prelucrarea unor roți dințate conice cu numărul dinților z' ai roții de înlocuire mai mic de 16 pentru evitarea fenomenelor de interferență, se admite un unghi de angrenare $\alpha^*_{d0} = 25°$ care scade numărul minim de dinți corespunzător.

Materialele din care sînt confecționate frezele fluture sînt oțelurile rapide Rp 3 sau Rp 4, sau amestecuri de carburi metalice. În general acestea din urmă se recomandă pentru danturarea roților nemetalice sau neferoase, și atunci sînt sintetizate din K 30 sau K 40.

BIBLIOGRAFIE

1. *Botez, E.*, Angrenaje. Editura Tehnică, 1962.
2. *Minciu, C. Matache, V.*, Proiectarea și tehnologia sculelor pentru mecanică fină, Editura Tehnică, 1981
3. Cartea mașinii, cataloage, prospecte firma Mikron (Elveția).

The Generation of Teeth of the Bevel Wheels with Small Module

One presents in the work the kinematiks of generation of the teeth of bevel wheels with small module ($m \leqslant 1$ mm), used in the fine mechanic industry. The work also, presents a projection method for the tools wich one makes that wheels, tools named also „butterfly-mills".

C.Z. : 532.1 :62—82 :681.3

OPTIMIZATION OF PARAMETERS FOR DYNAMICAL SYSTEMS OF SPOOL VALVES

CAI SHUDE*

This paper discusses some of the concepts of analysis of dynamic behaviour of fluid power systems with the help of analog computer and digital computer. The aims and procedure of dynamic analysis of fluid power systems based on known parameters are explained. The method of automatic control fluid power systems may also be applied to the approach of static fluid power systems' analysis. The problem of optimization of parameters for dynamical systems, based on desired dynamic properties, is derived, and the investigations take place at example of that spool valves and it is given method to its solution. Last, from the numerical experiments on the digital computer FELIX-256 it is shown that several problems should be taken into consideration.

Analysis of automatic control fluid power systems and elements within the systems aims at determining the dynamic response characteristics and the stability of the linearized dynamic equations for the systems or the elements. The key step in the fluid power systems analysis is to hypothesize a mathematical model which describes the element or the system as correctly as possible. The basic equations involved in the fluid power systems analysis are that of balance of forces on the system and that of continuation of flow rate through the system. In fact the most part of mathematical descriptions of fluid power systems are non-linear differential equations which, except in the simplest of cases, are analytically intractable. For instance, in the flow equation which can be written

$$Q = KX\sqrt{\Delta\delta}$$

the flow rate through orifice is not linear with pressure drop. For a dynamic analysis it is necessary to linearise a non-linear mathematical model. The equation frequently used in linearisation of valve characteristics is

$$\Delta y = \varphi(z_0)\left|\frac{\partial y}{\partial x}\right|_0 \Delta x + f(x_0)\left|\frac{\partial y}{\partial z}\right|_0 \Delta z \qquad (1)$$

Manuscript received 26 November 1981

* Eng., The 5th Plant designing Institute of the 1st Machine-building Industry Ministry, Tientsin, China

where $y = f(x) \cdot \varphi(z)$

Thus, we obtain a multiple-order differential equation including a dependent variable and an independent variable, which can then easily be transformed into the form of transfer function. Consider the basic form of the hydraulic servomechanism shown in Fig. 1, the linearised differential equation about some work point has the form of

$$A_3 \frac{d^3y}{dt^3} + A_2 \frac{d^2y}{dt^2} + A_1 \frac{dy}{dt} = X \qquad (2)$$

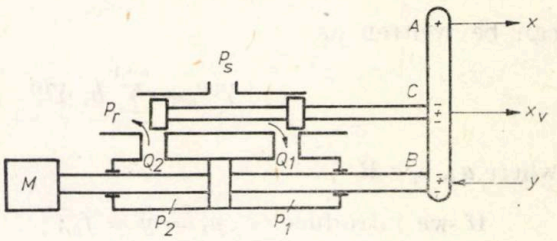


Fig. 1 — The basic valve and actuator with a feedback link

where A_1, A_2, A_3 are coefficients, concerning the size of the system, the bulk modulus of the fluid and discharge characteristics of servovalve orifices etc.

The differential equation (2) can be simulated on an analog computer or solved with the help of digital computer. When using analog computer, first, let the term with the highest order derivative be the function of the others, namely the equation (2) is transformed into the form :

$$\frac{d^3y}{dt^3} = \frac{X}{A_3} - \left[\frac{A_2}{A_3}\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{A_1}{A_3}\frac{dy}{dt}\right] \qquad (3)$$

When drawing the scheme block, we put the variable with the highest order derivative in the output of a sum operational amplifier, the number of the integrator-amplifiers is equal to the order of the derivative of the variable to be calculated. The result, that is the function $y = (t)f$, obtained from an analog computer, will be shown through an oscillograph.

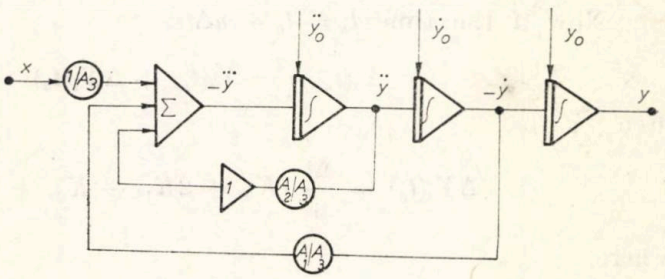


Fig. 2 — The scheme block of the differential equation (2) simulated on an analog computer

Fig. 2 shows the scheme block of the differential equation (2), simulated on an analog computer.

In order to solve the differential equation (2), employing a digital computer, it should be transformed into the form of differential equation

with one order. According to the method solving differential equation with n orders, i.e. the method Runge-Kutta, the equation

$$\sum_{i=1}^{n} a_i Y^{(i)} = 0 \tag{4}$$

can be written as

$$Y^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} b_i Y^{(i)} = 0 \tag{5}$$

where $a_i, b_i \in \mathrm{R}$

If we introduce $y_1 = y = f_0$;

$$Y_2 = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}t} = f_1;$$

. . . . . .

$$Y_3 = \frac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} = f_2;$$

$$Y_{n+1} = \frac{\mathrm{d}y_n}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^n y}{\mathrm{d}t^n} = -\sum_{i=0}^{n-1} b_i Y^{(i)} = -\sum_{i=0}^{n-1} b_i Y_{i+1} = f_n$$

then we can determine the value of y_i at interval of Δt, therefore

$$Y_i(t_0 + \Delta t) = Y_i(t_0) + \Delta Y_i \tag{6}$$

From these values obtained, $y(t_0 + \Delta t)$, we can determine the new value for Δy_i which permits to obtain other values for y_i (y_i represents the output of a system : position y, speed $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$, acceleration $\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}$ etc.)

Now if the time $t_n = t_0 + n\Delta t$

$$Y_i(t_{n+1}) = Y_i(t_n) + \Delta Y_i(t_n)$$

then

$$\Delta Y_i(t_n) = \frac{\Delta t}{6}(K_{0i} + 2K_{1i} + K_{2i} + 2K_{3i}) \tag{7}$$

where

$$K_{0i} = f^{(i)}(t_n, Y_i(t_n));$$

$$K_{1i} = f^{(i)}\left((t_n + \frac{\Delta t}{2}, Y_i(t_n) + \frac{K_{0i}}{2}\Delta t\right);$$

$$K_{2i} = f^{(i)}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2},\ Y_i(t_n) + \frac{K_{1i}}{2}\Delta t\right);$$

$$K_{3i} = f^{(i)}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2},\ Y_i(t_n) + K_{2i}\,\Delta t\right).$$

On the basis of the equations given above, the digital computer programming may solve the differential equation (2) written in the form $Y^{(n)} = \sum_{i=0}^{n-1} b_{i+1}\ Y^{(i)}$, the scheme blocks of the program is shown in Fig. 3.

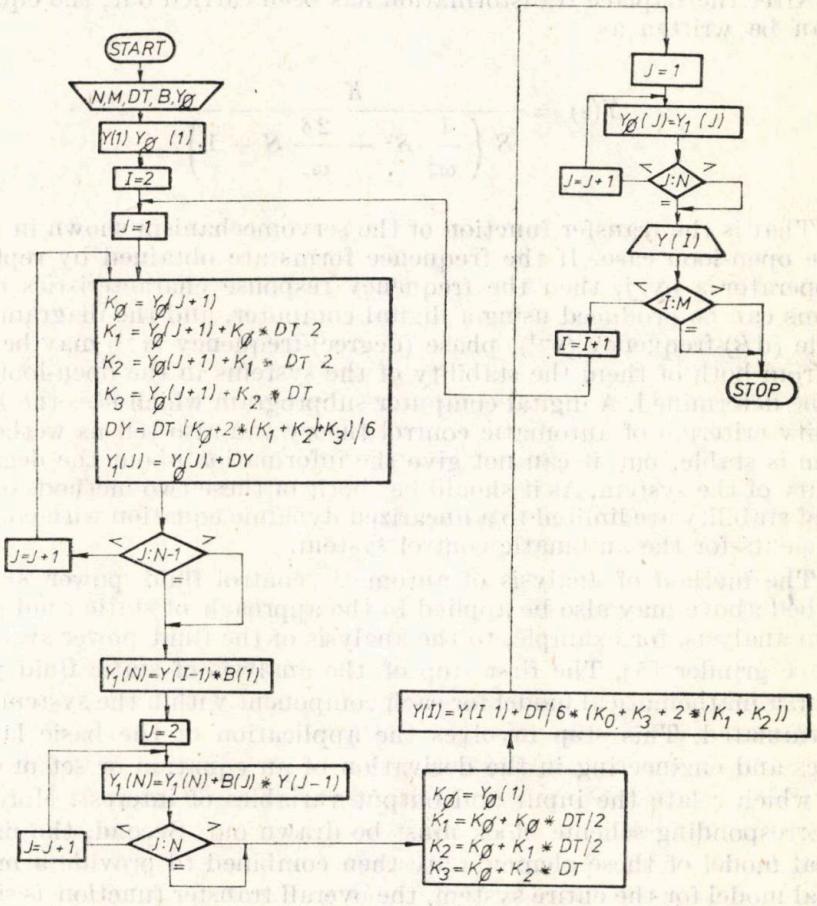


Fig. 3 — An algorithm for solving the differential equation (2) using the Runge-Kutta method

On the various blocks of this figure N refers to the order of differential equations; DT, the pace of time; M, the numbers of the variable y; Y, the table of one dimension, in which there are $M + 1$ positions contai-

ning the values of variable y varying with time, B, the table with N elements containing the initial conditions.

Comparing the two methods to solve differential equations described above, it is clear that the analog computer is best suited for analysing the dynamic response characteristics of fluid power systems, the differential equations can directly be simulated on it, but the implementation on an analog computer results in graphs, the precision of computation is not satisfactory. While employing a digital computer, it is necessary to transform the differential equation into certain form, therefore, this method is more complex, but the precision of calculation is higher, it can obtain not only the numerical solution, but also the printed graphs when using the sunprogram for printing graphs.

After the Laplace transformation has been carried out, the equation (2) can be written as

$$Y(s) = \frac{K}{S\left(\frac{1}{\omega_n^2}S^2 + \frac{2\delta}{\omega_n}S + 1\right)} \tag{8}$$

That is the transfer function of the servomechanism shown in Fig. 1 in the open-loop case. If the frequence forms are obtained by replacing the operator s by j, then the frequency response characteristics of the systems can be produced using a digital computer, and the diagrams amplitude (dB)-frequency (s^{-1}), phase (degree)-frequency (s^{-1}) may be printed, from both of them the stability of the systems in the open-loop case may be determined. A digital computer subprogram which uses the Routh stability criterion of automatic control theory can also tell us wether the system is stable, but it can not give the information about the degree of stability of the system. As it should be, both of these two methods of analysis of stability are limited to a linearized dynamic equation with constant coefficients for the automatic control system.

The method of analysis of automatic control fluid power systems discribed above may also be applied to the approach of static fluid power system analysis, for example, to the analysis of the fluid power system of the face grinder [5]. The first step of the analysis of static fluid power system, a mathematical model for each component within the system must be formulated. This step involves the application of the basic laws of physics and engineering in the derivation of an equation or set of equations which relate the input and output variables of interest. Moreover, the corresponding scheme block must be drawn out. Second, the mathematical model of these elements are then combined to provide a mathematical model for the entire system, the overall transfer function is simply the product of the individual component transfer functions, the scheme block diagram of the entire system must also be drawn out. The third step is to correlate the mathematical model of entire fluid power system with the dynamical characteristics of the technological processing of the grinder. The implementation on a digital computer results in obtaining

the diagram amplitude-frequency, the analysis of which may be carried out in order to find out the way to improve the structure of hydraulic loop or parameters of technological processing.

The analysis of dynamical model of fluid power systems implies that the prototype system has been built, or the project of the system has been made by designer, the parameters such as cylinder diameters, spool diameters, spring rates, partial volumes of the loops, Tass of parts, discharge characteristics of orifices, bulk modulus of fluid etc. may be measured or given by designer. Then designing of the system is made on the basis of steady state requirements, we may use the method of analysis of dynamical model, given above, to determine the dynamical characteristics of the system. If the dynamical characteristics obtained do not agree with the desired results, we can make a parameter change, based on subjective judgment, and resimulate the mathematical model. This process is continued until a satisfactory correlation between the desired results and the mathematical results is obtained. This method, called cut-and-try method, in general is laborious. Here a problem is brought about : how to design the parameters of the system according to the known dynamical response characteristics of the fluid power system? This problem is inverse of that of determining the dynamical characteristics of the system on the basis of the known parameters of the system. The modern calculation techniques and computers make it possible to solve this problem.

Now the dynamical model of a spool valve is considered. The response time of the spool valve will depend upon the instantaneous values of the forces acting in the axial direction of the spool. The force applied to the spool must overcome the inertia force due to the moving parts, the friction force due to shearing of the oil layer in the radial gap between spool and bore, the return spring force and any force due to the fluid flowing through the valve.

A balance of force on the spool gives the equation :

$$M\ddot{x} + f\dot{x} + K(\dot{x} + x_1 + x_2) + F_\beta \pm \rho LQ = F \tag{9}$$

where x is the spool displacement from the zero lap position
x_1 is initial spring compression
x_2 is the valve overlap
M is mass of moving parts
f is sliding friction coefficient
k is return spring stiffness
$F_\beta \pm \rho LQ$ is force due to the fluid flowing through the valve.

Lorenz and Stringer [3] have derived a solution for this equation, shown in Fig. 4, which predicts the time taken for the spool to slide a given distance. For this result the flow force effects have been ignored.

If the flow force effects are ignored and the initial conditions are taken into account, the equation (9) becomes :

$$M\ddot{x} + f\dot{x} + k(x + x_1 + x_2) = F \tag{10}$$

$$\dot{x}|_{t=0} = a, \quad \dot{x}|_{t=0} = b$$

The problem has grown to the point how to choice the values of the coefficients M, f, k etc. so the dynamical response characteristics as to agree with the desired response $x_d(t)$. The coefficient f is equal to $\mu\pi dL_1/\varepsilon$, where μ is fluid viscosity, d is bore diameter, L_1 is length of spool in sli-

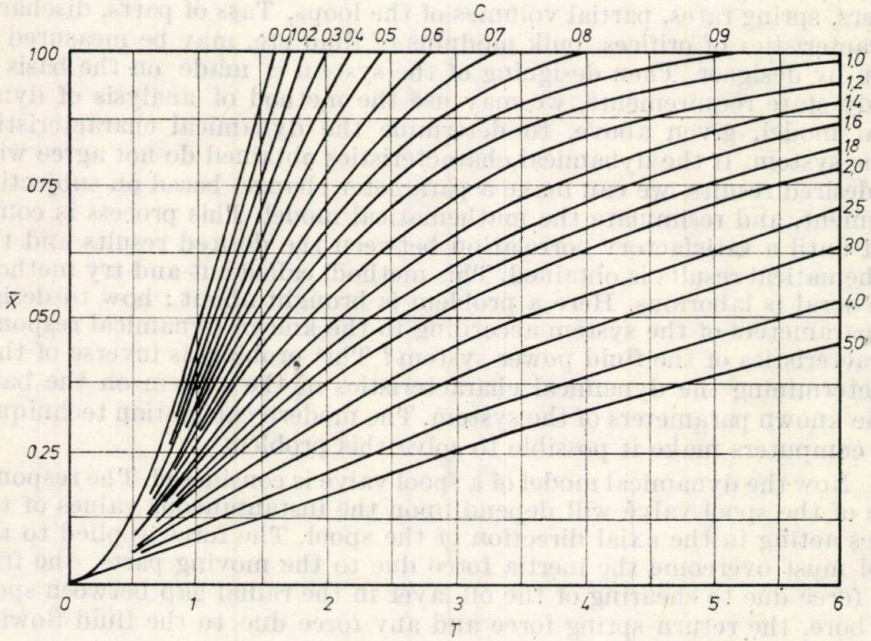


Fig. 4 — Solution of the equation $M\ddot{x} + f\dot{x} + k(x + x_1 + x_2) = F$

$$\bar{X} = \frac{K(X + X_2)}{F - KX_1} \qquad T = t\sqrt{\frac{K}{m}} \qquad C = \sqrt{\frac{f^2}{4KM}}$$

(after Lorentz and Stringer [3])

ding contact with the bore, ε is radial clearance between spool and bore. Therefore, if the coefficients M, f, k etc. could be chosen, the principle structure parameters can then be determined.

The solution $x = x(t;\ \bar{p})$ can be obtained by solving the differential equation (10), where

$$\bar{p} = \begin{bmatrix} M \\ f \\ k \\ x_{pr} \\ a \\ b \end{bmatrix}$$

is a vector representing the parameters to be optimized, including initial conditions. The parameter optimization problem under consideration is that of selecting $\bar{p}$ in such a way that the solution of Eq. (10) approxi-

mates a given function, $x_d(l)$, as closely as possible. The particular criterion function to be used as a basis for parameter adjustment in this paper is given by

$$\Phi(\bar{p}) = \int_0^T [x(t, \bar{p}) - x_d(t)]^2 \, dt \tag{11}$$

Gradient methods of optimization are based upon adjustment of parameters utilizing the local gradient vector. That is, a parameter change vector, $\bar{\Delta}_p$, is computed according to the rule

$$\bar{\Delta p} = -K \bar{\nabla} \Phi(\bar{p}) \tag{12}$$

where k is a positive definite matrix and $\bar{\nabla}\Phi$ is the column vector

$$\bar{\nabla}\Phi(\bar{p}) = \left[\frac{\partial \Phi}{\partial p_1}, \frac{\partial \Phi}{\partial p_2}, \ldots, \frac{\partial \Phi}{\partial p_m} \right]^T \tag{13}$$

Following the i-th such calculation, the value of the parameter vector is given by

$$\bar{p}^{(i+1)} = \bar{p}^{(i)} + \bar{\Delta} p^{(i)} \tag{14}$$

When the criterion function, Eq. (11), is directly integrable, the gradient vector components are the partial derivatives of the criterion function $\Phi(\bar{p})$ with respect to the parameters respectively. When it is difficult to integrate, i.e. an analytical expression for $\Phi(\bar{p})$ can not be obtained, the gradient vector components may be calculated in such a way

$$\bar{\nabla}\Phi(\bar{p}) = \int_0^T 2[x(t; \bar{p}) - x_d(t)] \; \bar{\nabla} x(t; \bar{p}) \, dt \tag{15}$$

where $\nabla x(t; x)$ represents the partial derivatives of the solution of Eq. (10) with respect to the parameters respectively.

If f^2 is asssumed to be greater than 4MK for Eq. (10) and $x_d = e^{st} - 1$ is assumed to be the desired response for Wq. (10), then the criterion function formed in Eq. (11) can easily be written:

$$\Phi = \int_0^T \left(c_1 e^{\alpha_1 t} + c_2 e^{\alpha_2 t} - x_{pr} + \frac{F}{K} - e^{ST} + 1 \right)^2 dt =$$

$$= \int_0^T (c_1 e^{\alpha_1 t} + c_2 e^{\alpha_2 t} - e^{St} + A)^2 \, dt = \frac{c_1^2}{2\alpha_1} e^{2\alpha_1 T} + \frac{c_2^2}{2\alpha_2} e^{2\alpha_2 T} +$$

$$+\frac{e^{2ST}}{2S}+A^2T+\frac{2c_1c_2}{\alpha_1+\alpha_2}e^{(\alpha_1+\alpha_2)T}-\frac{2c_1}{\alpha_1+S}e^{(\alpha_1+S)T}+$$

$$+\frac{2c_1A}{\alpha_1}e^{\alpha_1T}-\frac{2c_2}{\alpha_2+S}e^{(\alpha_2+S)T}+\frac{2c_2A}{\alpha_2}e^{\alpha_2T}-\frac{2A}{S}e^{ST}-$$

$$-\frac{C_1^2}{2\alpha_1}-\frac{C_2^2}{2\alpha_2}-\frac{1}{2S}-\frac{2c_1c_2}{\alpha_1+\alpha_2}+\frac{2c_1}{\alpha_1+S}-\frac{2c_1A}{\alpha_1}+$$

$$+\frac{2c_2}{\alpha_2+S}-\frac{2c_2A}{\alpha_2}+\frac{2A}{S} \tag{16}$$

where $\alpha_1=\dfrac{-f+\sqrt{f^2-4MK}}{2M}$; $\alpha_2=\dfrac{-f-\sqrt{f^2-4MK}}{2M}$

$$C_1=\frac{1}{2}\left(a+x_{pr}-\frac{F}{K}\right)+\frac{f\left(a+x_{pr}-\frac{F}{R}\right)+2bM}{2\sqrt{f^2-4KM}};$$

$$C_2=\frac{1}{2}\left(a+x_{pr}-\frac{F}{K}\right)-\frac{f\left(a+x_{pr}-\frac{F}{K}\right)+2bM}{2\sqrt{f^2-4KM}};$$

$$A=1+\frac{F}{K}-x_{pr}$$

$$x_{pr}=x_1+x_2.$$

It is evident from Eq. (16) that Φ is the function of the variables α_1, α_2, c_1, c_2, A:

$$\Phi=f(\alpha_1,\ \alpha_2,\ c_1,\ c_2,\ A)$$

While α_1, α_2, c_1, c_2, A are the function respectively of parameters to be optimized. Consequently, the criterion function Φ is the function of function of parameters to be optimized:

$$\Phi=f\left[\varphi\left(M,\ f,\ K,\ x_{pr},\ a,\ b\right)\right]$$

The Eq. (16) contains 19 terms. When writing the program in FORTRAN, the 19 terms of the criterion function Φ may be placed in dimension FS (19), Let the variable FOB be the criterion function Φ, then the value of FOB is calculated: FOB $=\sum_{I=1}^{19}$ FS(I) using DO circle statement. The gradient vector components GF(1), GF(2), ..., GF(6) can be calculated on the basis of rule of derivative of function of function. It is clear from experience that the parameters to be optimized are so

many that a satisfactory result could hardly be obtained. Among these six parameters, the last three, x_{pr}, the initial spring compression, a, the initial displacement, b, the initial speed, may be given required values, the parameter adjustement procedures are only for the first three.

The numerical experiments involved optimization of the three dimensional parameter vector associated with the Eq. (10) on the digital computer FELIX-256 using the DAVIDON-FLETCHER-POWELL method have shown that several problems should be paid attention to. There are British System of unit and SI unit. In the former system of unit, the unit of M is lb, f lbf · s/in, k lbf/in, F lbf, t s, x in, in the latter system of unit, the unit of M is kg, f Ns/m, F N, N/m, t s, x m. In the SI unit, the unit of FOB is $m^2 \cdot s$, while in the British System of unit, is $in^2 \cdot s$, therefore, in the same interval of integration T, the value of FOB in the SI unit is much less than that in the British System of unit. When $V = 1$ s, FOB will take a very large value in the British System of unit. T = 0.1 s seems to be appropriate. In the SI unit, T may take 1 s or even more. If the value of FOB is too large, overflow will take place in a computer implementation, if the value of FOB is too small, it will make the convergence slow. Therefore, the value of T may be chosen in such a way that the value of FOB is neither too large, nor too small. The starting point chosen has a great influence upon the result of the computation. The analytical expression of the criterion function is obtained on the assumption that $f^2 - 4 \cdot M \cdot k \geqslant 0$, if $f^2 - 4 \cdot M \cdot k < 0$, it will be quite different. The starting point satisfies the condition $f^2 - 4 \cdot M \cdot k\, 0$, however, after searching in the direction of gradient this condition will not always be satisfied. Once this situation appears, the computation will discontinue. This is the difficulty for such kind of parameter optimization, so care should be taken when selecting the starting point $\bar{X}_0$. In general, many times of numerical experiments on a digital computer taking different starting points are necessary so as to obtain a satisfactory result.

REFERENCES

1. *Unruh, D. R., Fitch, E. C., Sebesta, H. R.*, How computers aid analysis of fluid power systems HYDRAULICS AND PNEUMATICS March 1971.
2. *Bekey, G.A., McGhee, R.B.* Gradient methods for the optimization of dynamic system parameters by hybrid computation, University of Southern California
3. *McCloy, D.*, The control of fluid power, London, 1973
4. *Oprean, A.*, Hydraulics of machine tools, Bucharest, 1977
5. *Cretu, M.*, Contribution to the dynamic analysis of hydrostatic systems of machine tools in the continuous state, Cluj-Napoca Polytechnic Institute, 1980
6. *Reid, K. N.*, Mathematical modeling in the design of fluid power system, MAE 5453, Oklahoma State University, 1971
7. *Oprean, A., Marin, V., Dorin, Al.*, Hydraulic drive, Bucharest, 1976

Optimizarea parametrilor sistemelor dinamice cu distribuitoare cu sertar

În articol se prezintă unele aspecte de analiză dinamică ale sistemelor de acționare hidraulică cu calculatorul analogic și numeric. Sînt prezentate scopul și etapele analizei dinamice pe baza parametrilor cunoscuți ai sistemelor hidraulice. folosindu-se metodele analizei dinamice utilizate în cazul sistemelor de comandă automată. Studiul optimizării parametrilor sistemelor hidraulice pe baza comportării dinamice dorite a fost concretizat pentru un distribuitor cu sertar, programul fiind rulat pe calculatorul FELIX-256.

C.Z.: 621.78/.79 :534.321.9

NOMOGRAME DE CALCUL ŞI CONSTRUCŢE A CONCENTRATOARELOR COMBINATE DE ENERGIE ULTRASONORĂ

GH. AMZA, V. POPOVICI, I. ROŞCA *

Concentratorul de energie ultrasonoră este elementul terminal cel mai important al unui sistem acustic, de el depinzînd în principal randamentul întregului sistem acustic. De aceea, calculul şi construcţia concentratoarelor de energie ultrasonoră este o problemă de bază în proiectarea unui sistem acustic.

Deoarece concentratoarele de energie ultrasonoră au profile complicate, determinarea dimensiunilor nu este o problemă simplă şi care de cele mai multe ori necesită mult timp şi multe experimentări.

În lucrare se dă nu numai metodica de calcul a concentratoarelor de energie ultrasonoră, ci şi nomograme pentru determinarea rapidă a profilului şi dimensiunilor acestora.

În cadrul aplicaţiilor active, în care ultrasunetul îndeplineşte rolul unei scule ce efectuează lucru mecanic şi în care emiţătoarele sînt în majoritatea cazurilor magnetostrictive se folosesc bare de secţiune variabilă numite concentratoare acustice care, cuplate cu transductorul îndeplinesc următoarele funcţii : conduc energia ultrasonoră de la transductor la locul unde are loc prelucrarea, concentrează şi focalizează energia ultrasonoră în focarul prelucrării, amplifică valoarea vitezei particulei mărind amplitudinea părţii active şi implicit intensitatea acustică, prin forma lor permit o gamă foarte variată de prelucrări şi utilizarea la diferite procedee de prelucrare clasice, conferă un randament maxim procedeului de prelucrare etc.

Pentru a lucra cu un randament bun, concentratorul trebuie acordat cu o aproximaţie de cîteva perioade cu frecvenţa cu care este calculat transductorul, deci întregul sistem oscilant trebuie să lucreze în regim de rezonanţă, pentru ca amplitudinea vitezei particulei la vîrful concentratorului să fie cît mai mare şi deci şi intensitatea acustică să fie mare.

Pentru a determina parametrii constructivi şi de funcţionare ai unui concentrator de energie ultrasonoră trebuie cunoscut cîmpul acustic cu

Manuscris primit la data de 20 ianuarie 1982

* Şef lucrări dr. ing. Catedra Tehnologia materialelor şi sudură; Ing., I.M.U.A.; Şef lucrări dr. ing., Catedra Mecanică

toate mărimile sale. Pentru aceasta se pleacă de la ecuaţia diferenţială care defineşte propagarea undelor longitudinale plane printr-o bară de secţiune variabilă S (fig. 1) de forma:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial\varphi}{\partial x}\,\frac{\partial}{\partial x}\,(\ln S_x)=\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} \tag{1}$$

în care φ este potenţialul de viteze; S_x — aria secţiunii barei la distanţa x de originea acesteia: c — viteza de propagare a undelor longitudinale în materialul din care este confecţionat concentratorul. Ecuaţia undelor ia diferite forme în funcţie de modul de variaţie a secţiunii barei, astfel:

$$S_x=S_0\left(1-x\,\frac{D_0-D_L}{D_0\,L}\right)^2 \tag{2}$$

pentru secţiune conică;

$$S_x=S_0\,e^{-\beta x}=S_0\,e^{\frac{\ln S_0-\ln S_L}{L}\cdot x} \tag{3}$$

pentru secţiune exponenţială;

$$S_x=S_0\,\mathrm{ch}^2\left[\frac{1}{2\,L}\,\mathrm{arc\ ch}\,\frac{S_0}{S_L}\,(e-x)\right] \tag{4}$$

pentru secţiunea catenoidală.

Rezolvînd ecuaţia (1) şi particularizînd se pot determina elementele necesare proiectării unui concentrator de energie ultrasonoră, elemente cuprinse în tabelul 1 la cele mai des întîlnite tipuri de concentratoare.

Dintre concentratoarele mai des utilizate în practică, la cele cilindrice în trepte se poate obţine cel mai mare factor de amplificare. Totodată, experimental se constată că, dacă factorul de amplificare $N > 5$, ele lucrează instabil şi de cele mai multe ori are loc ruperea concentratorului în zona de trecere. Aceste dezavantaje pot fi înlăturate utilizînd concentratoare combinate (fig. 2), unde, existenţa porţiunii exponenţiale intermediare micşorează concentraţia tensiunilor, asigură condiţii favorabile propagării undelor ultrasonore, îmbunătăţeşte proprietăţile de rezistenţă şi nu modifică

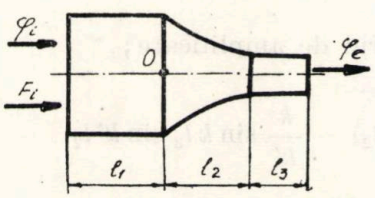


Fig. 1. — Concentrator combinat

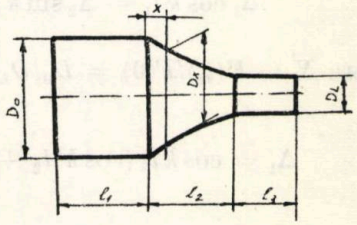


Fig. 2. — Ipoteze de calcul pentru concentratorul combinat

esenţial regimul de rezonanţă al sistemului de oscilaţie. Pentru a studia un concentrator combinat se pleacă tot de la ecuaţia diferenţială care defineşte propagarea undelor longitudinale plane scrisă sub forma.

$$\varphi'' + \frac{1}{S} S' \varphi' + k^2 \varphi = 0 \tag{5}$$

Forma generală a soluţiei ecuaţiei pe cele trei porţiuni ale concentratorului combinat este:

$$\varphi_1 = A_1 \cos k x + B_1 \sin k x, \text{ pentru } -l_1 < x < 0 \tag{6}$$

$$\varphi_2 = F(x)\,[A_2 \cos k' x + B_2 \sin k' x], \text{ pentru } 0 < x < l_2 \tag{7}$$

$$\varphi_3 = S A_3 \cos k x + B_3 \sin k x, \text{ pentru } l_2 < x\ l_2 + l_3 \tag{8}$$

în care: $k = 2\pi/\lambda$ este numărul de undă; $F(x) = l/r(x)$; $r(x)$—raza barei de secţiune variabilă: Ai; Bi — constante ce trebuie determinate.

Punînd condiţiile la limită:

$$x = l_2 + l_1; \qquad \varphi_3 = \varphi_e; \qquad \varphi_3' = 0 \tag{9}$$

$$x = l_2; \qquad \varphi_2 = \varphi_3; \qquad \varphi_2' = \varphi_3' \tag{10}$$

$$x = 0; \qquad \varphi_1 = \varphi_2; \qquad \varphi_1' = \varphi_2' \tag{11}$$

$$x = -l_1; \qquad \varphi_1 = \varphi_i; \qquad E S \varphi_1' = -F_{i0} \tag{12}$$

rezultă sistemul de ecuaţii în A_1, B_1 A_2, B_2, A_3, B_3, care rezolvat conduce la expresiile:

$$A_1 = \varphi_i \frac{\Delta_1}{\Delta_1 \cos k l_1 - \Delta_2 \sin k l_1}; \quad B_1 = \varphi_i \frac{\Delta_2}{\Delta_1 \cos k l_1 - \Delta_2 \sin k l_1} \tag{13}$$

$$A_3 = \varphi_i \frac{N \cos k (l_2 + l_3)}{\Delta_1 \cos k l_1 - \Delta_2 \sin k l_1}; \quad B_3 = \varphi_i \frac{N \sin k (l_2 + l_3)}{\Delta_1 \cos k l_1 - \Delta_2 \sin k l_1} \tag{14}$$

în care $N = F(l_2)/F(0) = D_0/D_L$ = factorul de amplificare;

$$\Delta_1 = \cos k l_3 (\cos k' l_2 + \delta_4 \sin k' l_2) - \frac{k}{k'} \sin k l_3 \sin k' l_2 \tag{15}$$

$$\Delta_2 = \sin k l_3 (\cos k' l_2 - \delta_1 \sin k' l_2) - \cos k l_3 (\delta_2 \cos k' l_2 - \delta_3 \sin k' l_2) \tag{16}$$

Mărimile δ_1, δ_2, δ_3, δ_4, depind numai de forma barei cu secţiune variabilă şi au forma următoare:

$$\delta_1 = \frac{1}{k'}\frac{F'(0)}{F(0)}; \quad \delta_2 = \frac{1}{k}\left(\frac{F'(l_2)}{F(l_2)} - \frac{F'(0)}{F(0)}\right)$$
$$\delta_3 = \frac{1}{k\cdot k'}\left(k^2 - \frac{F'(l_2)}{F(l_2)}\cdot\frac{F'(0)}{F(0)}; \quad \delta_4 = \frac{1}{k'}\cdot\frac{F'(l_2)}{F(l_2)}\right. \tag{17}$$

Factorul de amplificare M se defineşte ca raportul dintre mărimea de ieşire U_e şi cea de intrare U_i a vitezei, prin relaţia:

$$M = \left|\frac{U_e}{U_i}\right| = \left|\frac{N}{\Delta_1 \cos k l_1 - \Delta_2 \sin k l_1}\right| \tag{18}$$

Deoarece în majoritatea cazurilor calculele sînt foarte complicate şi durează destul de mult, deoarece în cele mai multe situaţii parametrii enumeraţi mai sus trebuie respectaţi cu rigurozitate au fost întocmite grafice şi nomograme care permit o determinare rapidă a principalilor parametri şi o proiectare rapidă şi riguroasă.

O astfel de nomogramă este dată în figura 3 pentru concentratorul compus din porţiunea cilindrică de lungime l_1 şi o porţiune exponenţială de lungime l_2, confecţionat din OLC 45 pentru factori de amplificare $N =$

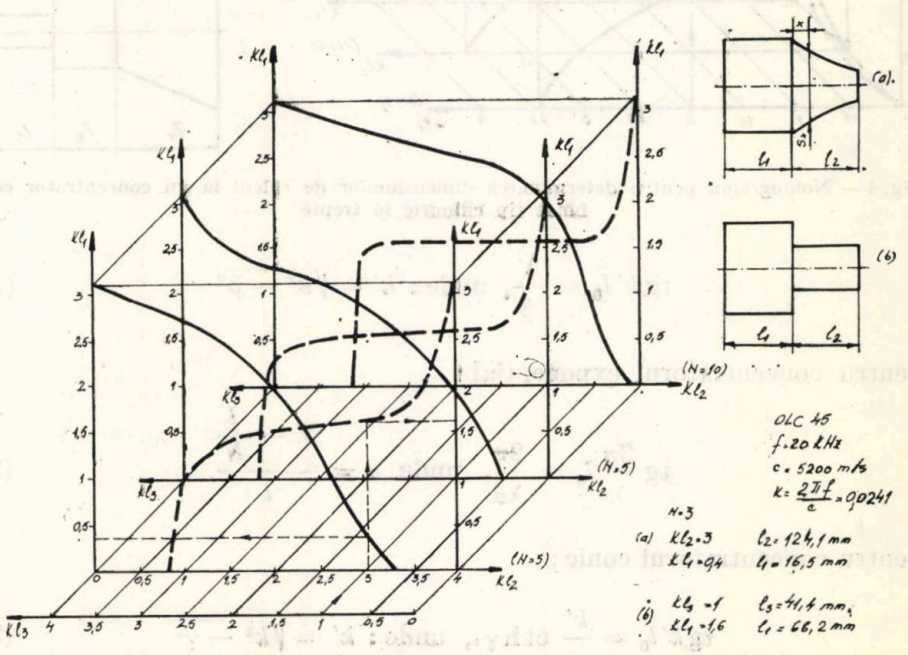


Fig. 3. — Nomogramă pentru determinarea dimensiunilor de calcul la un concentrator combinat tip cilindric + exponenţial

$= 3 \ldots 10$. În mod analog a fost construită şi nomograma din figura 4 pentru concentratorul combinat alcătuit din porţiunea cilindrică în trepte de lungimi l_2 şi l_3.

Una din problemele de importanţă majoră o constituie şi determinarea planului nodal, deoarece în funcţie de poziţia acestuia se stabileşte modalitatea de fixare a concentratorului — sculă în sistemul acustic. Determinarea planului nodal se face punînd condiţia ca viteza particulei să fie nulă, obţinînd în acest fel relaţiile :

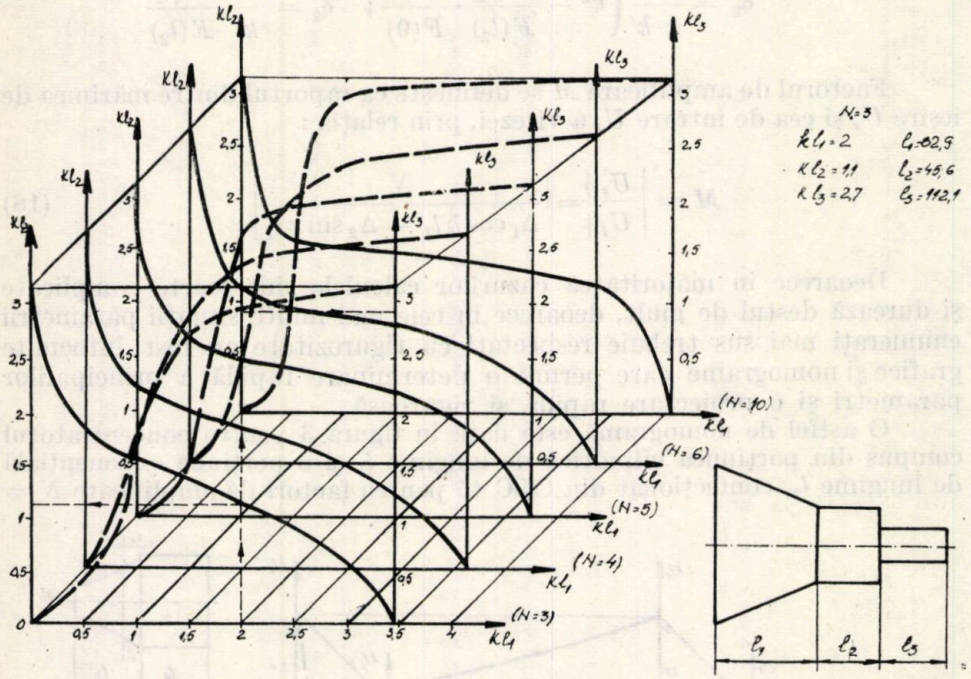


Fig. 4 — Nomogramă pentru determinarea dimensiunilor de calcul la un concentrator combinat tip cilindric în trepte

$$\operatorname{tg} k' l_0 = \frac{k'}{\beta}, \text{ unde : } k' = \sqrt{k^2 - \beta^2} \tag{19}$$

pentru concentratorul exponenţial :

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} l_0 = \frac{2\pi}{\lambda \alpha}, \text{ unde } \alpha = \frac{N - \frac{l}{N}}{l} \tag{20}$$

pentru concentratorul conic ;

$$\operatorname{tg} k' l_0 = \frac{k'}{\gamma} \operatorname{cth} \gamma l, \text{ unde : } k' = \sqrt{k^2 - \gamma^2} \tag{21}$$

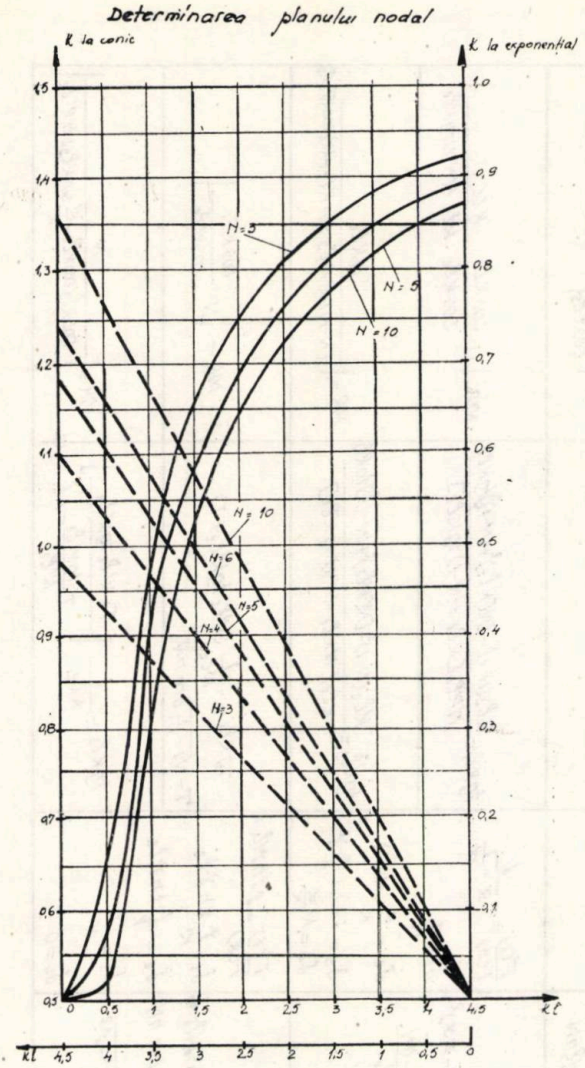


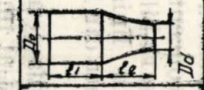
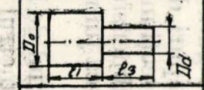
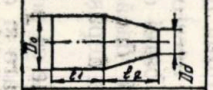
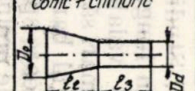
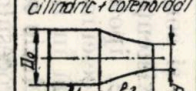
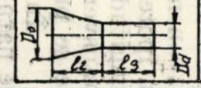
Fig. 5 — Nomogramă pentru determinarea poziției planului nodal la concentratorul conic și la cel exponențial

pentru concentratorul catenoidal. Determinarea rapidă a planului nodal poate fi făcută folosind nomograma din figura 5, pentru concentratoarele exponențiale și conice. Studiul acestor tipuri de concentratoare s-a făcut în ipoteza existenței în lungul barei de secțiune variabilă doar a undelor longitudinale, ipoteză valabilă dacă dimensiunile liniare ale secțiunii transversale celei mai mari să nu depășească jumătate din lungimea de undă ce se propagă în lungul barei.

În concluzie se poate spune că pornind de la diametrul final D_L impus de natura procesului de prelucrare și diametrul inițial impus de porțiunea finală a transductorului, ținînd cont de frecvența de rezonanță pentru care este construit transductorul, factorul de amplificare al vitezei particulei

Tabelul 1

Cele mai întrebuinţate tipuri de concentratoare de energie ultrasonoră şi principalii parametri de calcul şi construcţie

Tipul concentratorului	Legea de variaţie a secţiunii	Condiţii	Relaţia lungimilor	Factor de amplificare
cilindric + exponenţial 	$S = S_0 l^{-2\beta x}$ $\beta = \frac{\ell n N}{\ell_2}$ $K' = \sqrt{K^2 - \beta^2}$	$\frac{F'(x)}{F(x)} = \beta$ $\delta_1 = \delta_4 = \frac{\beta}{K'}$ $\delta_2 = 0$ $\delta_3 = \frac{K}{K'}$	$tg K\ell_1 = \frac{-K\ell_2}{\ell n N + K'\ell_2 \operatorname{ctg} K'\ell_2}$	$MR = \left\lvert \frac{N \cos K\ell_1}{\ell n N \frac{\sin K'\ell_2}{K'\ell_2} + \cos K'\ell_2} \right\rvert$
cilindric în trepte 	$\ell_2 \to 0$ $\beta \to 0$ $K'\ell_2 = j \ell n N$		$tg K\ell_1 = \frac{1}{N^2} tg K\ell_3$	$MR = \left\lvert \frac{\cos K\ell_1}{\cos K\ell_3} \right\rvert = \sqrt{1 + (N^4 - 1) \sin^2 K\ell_1}$
cilindric + conic 	$S = S_0 (1 - \alpha x)^2$ $\alpha = \frac{N-1}{\ell_2}$ $K' = K$	$\frac{F'(x)}{F(x)} = -\frac{1}{x - \frac{1}{\alpha}}$ $\delta_1 = \frac{\alpha}{K}$ $\delta_2 = \frac{\alpha}{K}(N-1)$ $\delta_3 = 1 + N(\frac{\alpha}{K})^2$ $\delta_4 = N\frac{\alpha}{K}$	$tg K\ell_1 = \frac{K\ell_2(N-1)^2 - [N(K\ell_2)^2 + (N-1)^2] tg K\ell_2}{NK\ell_2 [K\ell_2 + (N-1) tg K\ell_2]}$	$MR = \left\lvert N \frac{\cos K\ell_1}{\cos K\ell_2} \frac{K\ell_2}{K\ell_2 + (N-1) tg K\ell_2} \right\rvert$
conic + cilindric 			$tg K\ell_3 = \frac{K\ell_2(N-1)^2 - [N(K\ell_2)^2 + (N-1)^2] tg K\ell_2}{K\ell_2 [NK\ell_2 - (N-1) tg K\ell_2]}$	$MR = \left\lvert \frac{NK\ell_2}{(N-1)\cos K\ell_3 \sin K\ell_2 + K\ell_2 \cos K\ell_2 \cos K\ell_3} \right\rvert$
cilindric + catenoidal 	$S = S_2 \operatorname{ch}^2 \gamma(\ell_1 + x)$ $\gamma^2 = \frac{1}{\ell^2} \operatorname{arc\,th} N$ $K' = \sqrt{K^2 - \gamma^2}$	$\frac{F'(x)}{F(x)} = \gamma \operatorname{th} \gamma(\ell_1 + x)$ $\delta_1 = \frac{\gamma}{K'} \operatorname{th} \gamma\ell_2$ $\delta_2 = -\frac{\gamma}{K} \operatorname{th} \gamma\ell_2$ $\delta_3 = \frac{K_1}{K}$ $\delta_4 = 0$	$tg K\ell_1 = -\frac{1}{K\ell_2}(K'\ell_2 tg K'\ell_2 + T)$ $T = \sqrt{1 - \frac{1}{N^2}} \operatorname{arc\,th} N$	$MR = \left\lvert N \frac{\cos K\ell_1}{\cos K'\ell_2} \right\rvert$
catenoidal + cilindric 			$tg K\ell_3 = \frac{1}{K\ell_2} \left[\frac{T + K'\ell_2 tg K'\ell_2}{T \frac{tg K'\ell_2}{K'\ell_1} + 1} \right]$	$MR = \left\lvert \frac{N}{\cos K\ell_3 \cos K'\ell_2 - \frac{K'}{K} \sin K\ell_3 \sin K'\ell_2} \right\rvert$

şi viteza de propagare a undelor ultrasonore prin materialul din care este confecţionat concentratorul, folosind nomograme de tipul celor prezentate mai sus poate fi trasat profilul oricărei forme de concentrator folosit la diferite prelucrări prin deformare plastică.

BIBLIOGRAFIE

1. *Amza, Gh,* Contribuţii la studiul fenomenelor de deformare plastică în cîmpul ultrasonor, Teză de doctorat, Bucureşti, 1978
2. *Amza, Gh.*, Calculul şi construcţia blocurilor ultrasonice pe bază de ferite, Sesiunea „Tehnologii moderne în industria constructoare de maşini", Galaţi, nov. 1977.
3. *Markov, A. I.*, Ultrasonic Machining of intractable materials, Hlife Books, London, 1966
4. *Rosenberg, L. D.*, Fiziceskie osnovi ultrazvukovoi energii Izd. vo „Nauka". Moskva, 1970.
5. *Amza Gh., Drimer, D.* The design and construction of solid concentrators for ultrasonic energy — Ultrasonics London, september 1976, pag. 222—226.

The Calculation Nomograms and Construction of the Ultrasonic Energy Concentrators

One of the more important elements of an acoustic system is the ultrasonic energy concentrator. Calculation and construction of the concentrators requires time and many simplifying hypotheses.

For a faster designing of the sonic concentrators which are frequently used in practice, calculation nomograms have been established.

In the paper the nomograms for rapidly calculating, designing and constructing ultrasonic exponential and combined concentrators are presented.

C.Z.: 656.22:681.3

ELABORAREA PROCEDEURILOR SISTEMULUI INFORMATIC PENTRU ANALIZA ACTIVITĂȚII STAȚIILOR TEHNICE DOTATE CU MINICALCULATOARE CORAL

AL. NANCU, I. TANASUICA, S. RAICU, I. CATARAMA*

Lucrarea face parte dintr-un studiu mai amplu asupră procedurilor actuale privind activitatea stațiilor tehnice și prezintă procedurile adoptate pentru stațiile tehnice dotate cu minicalculatoare Coral, insistîndu-se asupra procedurilor automatizate de calcul al staționării vagoanelor de marfă, pentru care s-a elaborat o nouă metodologie, s-au stabilit modelele matematice și algoritmi.

Lucrarea în extenso a făcut un studiu amplu asupra procedurilor actuale privind analiza activității stațiilor tehnice și le prezintă pe cele adoptate pentru stațiile tehnice dotate cu minicalculatoare Coral, insistînd asupra procedurilor privind calculul staționării vagoanelor de marfă, elaborîndu-se o metodologie nouă pentru care s-au stabilit modelele matematice și algoritmii adecvați.

1. Stări sub care staționează vagoanele de marfă într-o stație

Vagoanele de marfă care se găsesc la un moment dat într-o stație de cale ferată pot fi : în tranzit fără manevră, în tranzit cu manevră sau pentru încărcare-descărcare (fig. 1).

La rîndul lor, cele în tranzit cu manevră se pot găsi în unul din subsistemele : secție de intrare-grupă de primire-dispozitiv de triere (SI—A—DT); dispozitiv de triere-grupă de triere-linii de tragere pentru formare (DT—B—LTF) și linii de tragere pentru formare-grupă de expediere-secție de ieșire (LTF—D—SE).

Vagoanele sosite pentru încărcări-descărcări în stația analizată pot fi supuse operațiilor simple de descărcare sau încărcare ori operațiilor duble, cînd după descărcare urmează să fie încărcat din nou cu alte mărfuri.

Lucrare susținută la Sesiunea științifică jubiliară, 100 ani de la reorganizarea Scolii naționale de drumuri și poduri, București, decembrie 1981.

* Prof. dr. ing.; Conf. dr. ing; Conf. dr. ing.; Asist ing.; Catedra Tehnologia transporturilor și telecomenzi feroviare

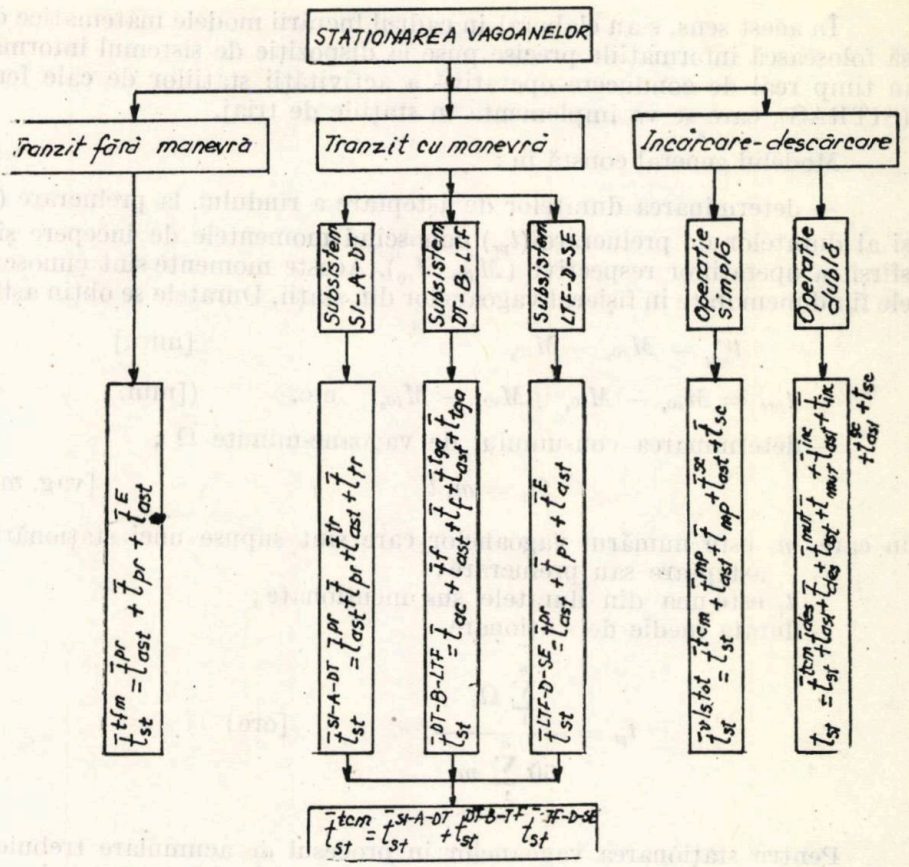


Fig. 1

Toate aceste categorii de vagoane sînt supuse fenomenului de staţionare care cuprinde atît staţionarea pe durata îndeplinirii operaţiilor tehnologice cît şi pe durata aşteptării rîndului la prelucrare.

Scoaterea în evidenţă a fenomenelor de aşteptare a rîndului la prelucrare prezintă un element nou faţă de metodele aplicate la calea ferată în momentul de faţă. De asemenea, defalcarea staţionărilor pe subsisteme prezintă un element nou care nu figura pînă în prezent.

2. Modelele matematice şi algoritmul general

În literatura de specialitate au fost evidenţiate modele matematice, cu caracter probabilistic şi cu elemente de teoria aşteptării. Aceste modele se utilizează în special la studii preliminare, care pot suporta unele aproximări, de aceea pentru o activitate operativă cînd se impun atît informaţii cît şi decizii precise, apar ca necesare şi modele cu o precizie corespunzătoare.

În acest sens, s-au elaborat în cadrul lucrării modele matematice care să folosească informaţiile precise puse la dispoziţie de sistemul informatic în timp real de conducere operativă a activităţii staţiilor de cale ferată (SITRAS), care se va implementa în staţiile de triaj.

Modelul general constă în :

— determinarea duratelor de aşteptare a rîndului la prelucrare ($t^{pr}_{aşt}$) şi al duratelor de prelucrare (t_{pr}) cunoscînd momentele de începere şi de sfîrşit a operaţiilor respective (M_{i0}, M_{s0}). Aceste momente sînt cunoscute, ele fiind memorate în fişierul vagoanelor din staţii. Duratele se obţin astfel :

$$t^{pr}_{aşt_i} = M_{s0_1} - M_{i0_2} \qquad \text{[min.]}$$

$$t_{pr_i} = M_{s0_1} - M_{i0_1} \cup M_{s0_2} - M_{i0_2} \quad \text{etc.} \qquad \text{([min.]}$$

— determinarea consumului de vagoane-minute Ω ;

$$\Omega_i = m_i\, t_i \qquad \text{[vag. min.]}$$

în care m_i este numărul vagoanelor care sînt supuse unei staţionări în aşteptare sau prelucrare;
t_i este una din duratele sus menţionate;
— durata medie de staţionare

$$t_{şt} = \frac{\sum_1^n \Omega_i}{60 \sum_1^n m_i} \qquad \text{[ore]}$$

Pentru staţionarea vagoanelor în procesul de acumulare trebuie să se ţină seamă de faptul că la acumularea unui tren iau parte mai multe grupuri de vagoane, cu numere diferite de vagoane şi cu durate diferite de staţionare pe o parte şi că într-o zi, în staţii se acumulează mai multe trenuri. În acest sens, numărul de vagoane acumulate pentru un tren pot fi considerate ca o sumă a vagoanelor din fiecare grup în parte, deci vom avea pentru fiecare tren j un număr de vagoane egal cu $\sum_i m_i$ şi corespunzător un consum de vagoane-minute egal cu $\sum_i \Omega_{ac_i}$.

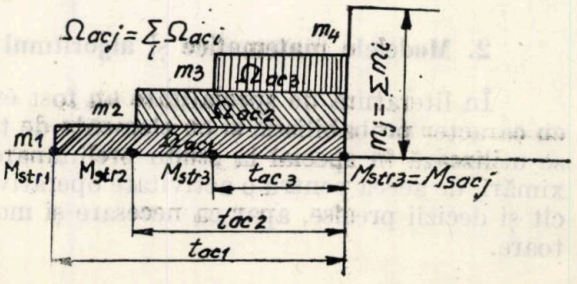


Fig. 2

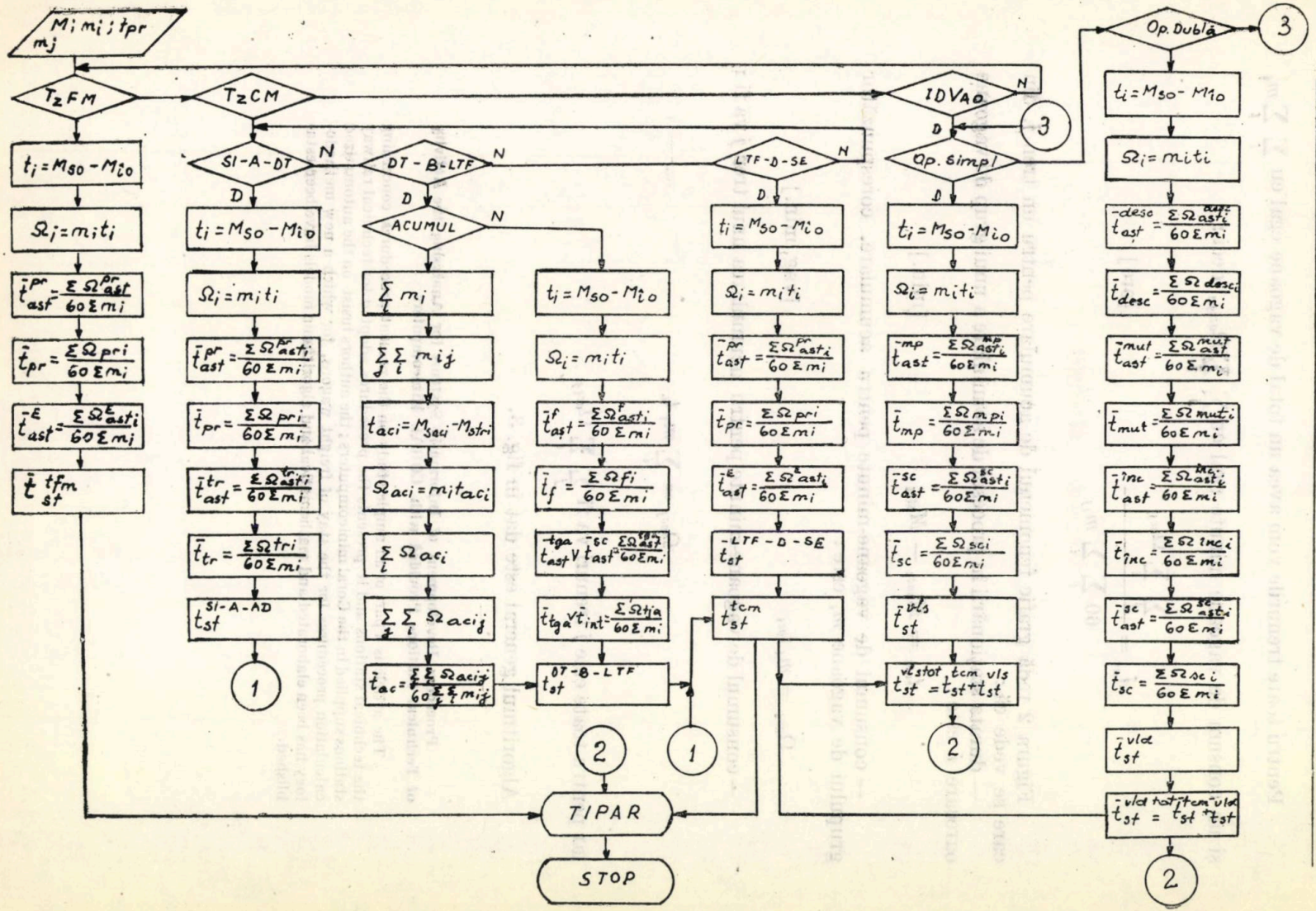

Mi mi ; tpr mj
TzFM
TzCM
IDVAO
N
D
3
ti = Mso - Mio
Ωi = mi ti
SI-A-DT
DT-B-LTF
LTF-D-SE
Op. Dublă
Op. simpl
ACUMUL
1
2
TIPAR
STOP

Fig. 3

Pentru toate trenurile vom avea un total de vagoane egal cu $\sum_j \sum_i m_{ij}$ şi un consum de vagoane minute egal cu $\sum_j \sum_i \Omega_{acij}$, deci :

$$\bar{t}_{ac} = \frac{\sum_j \sum_i \Omega_{acjj}}{60 \sum_j \sum_i m_{ij}} \qquad [\text{ore}]$$

Figura 2 redă grafic fenomenul de acumulare pentru un tren j, din care se vede că :

— durata staţionării în procesul de acumulare a unui grup de vagoane oarecare i este :

$$t_{aci} = M_{sacj} - M_{stri} \qquad [\text{min.}]$$

— consumul de vagoane-minute pentru acumulare, corespunzător grupului de vagoane m_i este :

$$\Omega_{aci} = m_i \, t_{aci} \qquad [\text{vag, min.}]$$

— consumul de vagoane-minute pentru acumularea unui tren j va fi :

$$\Omega_{acj} = \sum_i m_i \, t_i$$

iar pentru toate cele j trenuri va fi $\sum_j \sum_i \Omega_{acij}$

Algoritmul general este dat în fig. 3.

Procedure Development of Informatic Systems for Analysing the Activity of Technical Stations Provided with CORAL Minicomputers

The article is a part of an ample study on the present procedures concerning the technical stations and it presents the procedures adopted for technical railway stations supplied in the Coral minicomputers ; the authors insist on the automatized calculation procedures for the stay of freight wagons, for which a new methodology has been elaborated and mathematical and algorithmic models have been established.

C.Z.: 621.2
532.5

CALCULUL ELICEI ÎNTUBATE ÎN IPOTEZA VÎRTEJULUI POTENȚIAL ȘI A VÎRTEJULUI FORȚAT

GH. ZIDARU, V. TCACENCO *

În lucrare se deduc ecuațiile fundamentale pentru proiectarea elicei întubate. Considerînd elicea drept rotor de pompă, se adoptă împingerea axială și puterea drept date de bază în locul sarcinii și debitului.

Ca exemplu, se dă proiectarea unei elici în ipoteza vîrtejului potențial și a vîrtejului forțat.

1. Introducere

În lucrare se stabilesc ecuațiile fundamentale de proiectare a elicei întubate, cunoscînd puterea de antrenare și împingerea axială a elicei. Se presupune că elicea este simplu întubată, deci nu apare efectul confuzorului asupra împingerii axiale sau repartiției vitezelor. Pentru elicea în confuzor, acest efect urmează să fie studiat ulterior.

În literatură sînt frecvente metodele de calcul în care se aduc corecții teoriei elicei libere.

În lucrarea prezentă, elicea este considerată ca rotor de pompă, la care însă împingerea axială și puterea apar ca date de bază în locul sarcinii și debitului.

2. Lista de notații

t — pasul rețelei;
l — coarda profilului;
ρ — densitatea lichidului;
$\vec{w}_\infty$ — media vectorială a vitezelor relatice $\vec{w}_1$ și $\vec{w}_2$;
$v_z = w_{\infty z} = v_m$ — componenta axială a vitezei, egală cu cea meridiană;
$\Gamma = t(v_{u_2} - v_{u_1}) = t\, v_{u_2}$ — circulația vitezei pe profil;
Δp_{0v} — pierderea de presiune totală în rețea;

$$\zeta = \frac{2\,\Delta p_{0v}}{\rho v_m^2}$$ — coeficientul pierderii de presiune:

$$\overline{\Gamma} = \frac{\Gamma}{t\, v_m}$$ — circulația adimensională.

Manuscris primit la data de 6 noiembrie 1981
* Conf. dr. ing.; Șef lucrări ing., Catedra Hidraulică

3. Expresiile împingerii axiale și puterii de antrenare a elicei

Forța de acțiune a fluidului real asupra profilului din rețea are componentele, [3]:

$$F_z = -\rho w_{\infty u}\,\Gamma + t\,\Delta p_{0v} \tag{1}$$

$$F_u = -\rho w_{\infty z}\,\Gamma \tag{2}$$

În funcție de circulația adimensională

$$\overline{\Gamma} = \frac{\Gamma}{t\,v_m} = \frac{v_{u2}}{v_m} \tag{3}$$

și de coeficientul pierderii de presiune

$$\zeta = \frac{2\Delta p_{0v}}{\rho \cdot v_m^2}, \tag{4}$$

expresia (1) devine:

$$F_z = -\rho \cdot v_m \operatorname{ctg} \beta_\infty\, t v_{u2} + t\zeta\,(\rho/2)\, v_m^2,$$

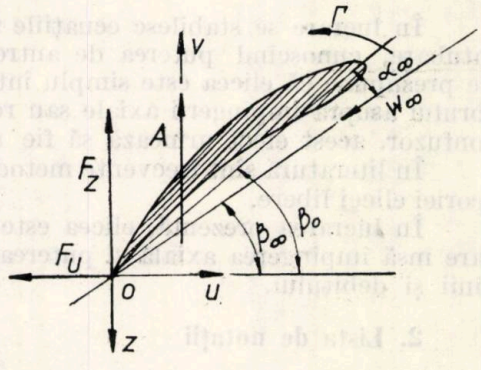
cu care se determină împingerea axială (tracțiunea elicei), fig. 1,

$$A = -z\int_{r_b}^{r_e} F_z\, dr$$

sau

$$A = 2\pi\rho\int_{r_b}^{r_e} r\, v_m \left(v_{u2} \operatorname{ctg}\beta_\infty - \right.$$

$$\left. - \zeta \frac{v_m}{2} \right) dr. \tag{5}$$



Această formulă poate fi aplicată la o elice deja proiectată. Dacă la proiectare se aplică metoda forței portante, cînd se cunoaște coeficientul rezistenței la înaintare c_r pentru profilul din rețea, în formula (5) se înlocuiește

$$\zeta = c_r \frac{1}{t \cdot \sin^3\beta_\infty},$$

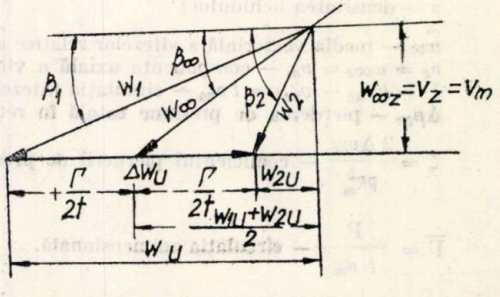


Fig. 1 — Determinarea împingerii axiale și a forței tangențiale asupra profilului din rețea

Calculul împingerii axiale A cu expresiile (5) şi (6) se poate efectua la diferite regimuri de funcţionare. De asemenea, pentru elicea proiectată se poate determina randamentul hidraulic al fiecărei secţiuni de calcul cu formula, [3]:

$$\eta_h = 1 - \frac{\varphi}{2}\frac{\zeta}{\Gamma},$$

unde $\varphi = v_m/u$ este coeficientul de debit.

La proiectarea elicei se poate neglija coeficientul ζ, necunoscut aprioric. Rezultă:

$$A \cong 2\pi\rho \int_{r_b}^{r_e} r v_{u2} v_m \operatorname{ctg} \beta_\infty \, dr. \tag{7}$$

Însă,

$$v_m \operatorname{ctg} \beta_\infty = u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} = \omega r - \frac{v_{u2}}{2}$$

datorită intrării ortogonale în elice. Deci,

$$A \cong \pi\rho \int_{r_b}^{r_e} r v_{u2}(2\omega r - v_{u2}) dr. \tag{8}$$

Componenta F_u a forţei de acţiune a lichidului pe profilul din reţea, dată de expresia (2), determină puterea de antrenare a elicei, fără considerarea pierderilor mecanice.

$$P = -z \int_{r_e}^{r_b} F_u \cdot u \, dr$$

sau

$$P = 2\pi\omega\rho \int_{r_e}^{r_b} v_m v_{u2} r^2 dr. \tag{9}$$

La calculul paletajului rotoric se cunosc n, r_b, r_e şi Q determinat în funcţie de înaintarea navei. De asemenea, se poate impune A sau P, iar în anumite ipoteze de proiectare se pot impune ambele mărimi.

4. Proiectarea elicei în ipoteza vîrtejului potenţial

Intrarea în rotor fiind ortogonală, rezultă $v_{u1} = 0$ şi

$$v_{m1} = \frac{Q}{\pi(r_e^2 - r_b^2)\eta_t}.$$

În aval de rotor,

$$v_{u2}\, r = k_1\,;\; v_{m2} = \text{const.} = v_{m1} = v_m. \tag{11}$$

Din formulele (8) şi (9) rezultă :

$$A = \pi \rho k_1 \left[\omega(r_e^2 - r_b^2) - k_1 \ln \frac{r_e}{r_b} \right]; \tag{12}$$

$$P = \pi \rho \omega k_1 v_m (r_e^2 - r_b^2). \tag{13}$$

Se impune condiţia suplimentară ca $\beta_{2,b} \leqslant 90°$, deci

$$k_1 \leqslant \omega r_b^2. \tag{14}$$

Această condiţie trebuie avută în vedere chiar la alegerea raportului r_b/r_e şi a turaţiei n.

Ca exemplu, se consideră următoarele date de proiectare : $n = 250$ [rpm], $\rho = 1000 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$, $r_b = 0{,}085$ [m], $r_e = 0{,}25$ [m], $A = 414$ [N] rezultă : $k_1 = 0{,}103$.

Aplicînd metoda forţei portante, rezultă încărcarea

$$c_p \frac{1}{t} = \frac{2k_1}{w_\infty^2} \cdot \frac{v_m}{r} \cdot \frac{\cos \varepsilon}{\sin(\beta_\infty + \varepsilon)}, \tag{15}$$

unde

$$\varepsilon = \text{arc tg} \left[\frac{c_r}{c_p} \right] \tag{15'}$$

şi gradul de reacţiune

$$\tau = 1 - \frac{v_{u2}}{2u} = 1 - \frac{k_1}{2 \cdot \omega \cdot r^2} \tag{16}$$

Se obţin elementele de proiectare din tabelul 1.

Tabelul 1

PROIECTAREA PALEI ELICEI ÎN IPOTEZA VÎRTEJULUI POTENŢIAL

r	$u = r\omega$ m/s	k_1	$v_{u2} = \frac{k_1}{r}$ m/s	v_m m/s	w_1 m/s	w_2 m/s	w_∞ m/s	β_1°	β_2°	$\Delta\beta^\circ$	β_∞°	$c_p \frac{1}{t}$	τ
0,085	2,225	0,103	1,21	1,7	2,8	1,97	2,34	37,38	59,16	21,78	46,38	1,022	0,976
0,1015	2,656	1,103	1,014	1,7	3,15	2,36	2,74	34,62	45,99	11,37	38,34	0,721	0,981
0,1345	3,519	0,103	0,765	1,7	3,9	3,23	3,56	25,78	31,68	5,90	28,45	0,412	0,985
0,1675	4,383	0,103	0,614	1,7	4,7	4,13	4,41	21,19	24,27	3,08	22,63	0,272	0,988
0,2005	5,247	0,103	0,513	1,7	5,51	5,02	5,27	17,95	19,75	1,80	18,81	0,178	0,990
0,2335	6,111	0,103	0,442	1,7	6,34	5,91	6,12	15,54	16,69	1,15	16,10	0,128	0,991
0,250	6,542	0,103	0,412	1,7	6,75	6,36	6,56	14,56	15,5	0,94	15	0,107	0,992

Se observă scăderea încărcării în funcţie de rază, gradul de reacţiune aproape constant, dar ridicat. Este de remarcat că deviaţia curentului în reţea este mare la butuc.

5. Proiectarea elicei în ipoteza vîrtejului forțat

În aval de rotor,

$$v_{u2} = k_2 r. \tag{17}$$

Din ecuația echilibrului radial [3], rezultă:

$$v_{m2} = \sqrt{B - 2k_2 r^2}. \tag{18}$$

în care constanta B se determină din ecuația continuității

$$Q = \eta_v \frac{\pi}{3k_2^2}[(B - 2k_2^2 r_b^2)^{3/2} - (B - 2k_2^2 r_e^2)^{3/2}] \tag{19}$$

Din formulele (8) și (9) și cu v_{m1} dat de expresia (10),

$$A = \frac{\pi \rho}{4}(2\omega - k_2)(r_e^4 - r_b^4)k_2, \tag{20}$$

$$P = \frac{\pi}{2}\rho\omega k_2 v_{m1}(r_e^4 - r_b^4) \tag{21}$$

Ca exemplu, se consideră datele de proiectare utilizate la punctul 4 și, aplicînd metoda forței portante, rezultă încărcarea

$$c_p \frac{1}{t} = \frac{k_2 r(v_{m1} + v_{m2})}{w_\infty^2} \frac{\cos \varepsilon}{\sin(\beta_\infty + \varepsilon)} \tag{22}$$

și gradul de reacțiune

$$\tau = 1 - \frac{v_{m2}^2 + v_{u2}^2 - v_{m1}^2}{2 \cdot u v_{u2}}$$

Se obțin elementele de proiectare din tabelul 2.

PROIECTAREA PALEI ELICEI ÎN IPOTEZA VÎRTEJULUI FORȚAT — Tabelul 2

r m	u = rω m/s	k_2	v_{u2} m/s	v_{m1} m/s	v_{m2} m/s	w_1 m/s	w_2 m/s	w_∞ m/s	β_1°	β_2°	$\Delta\beta^\circ$	β_∞°	$c_p \frac{1}{t}$	τ
0,085	2,225	2,567	0,128	1,7	1,804	2,8	2,7	2,747	37,38	42	4,62	39,6	0,151	0,575
0,1015	2,656	2,567	0,260	1,7	1,792	3,15	3,0	3,07	32,6	36,8	4,2	34,65	0,161	0,718
0,1345	3,59	2,567	0,345	1,7	1,764	3,97	3,7	3,83	25,33	28,5	3,17	26,87	0,168	0,862
0,1675	4,38	2,567	0,430	1,7	1,726	4,7	4,3	4,503	21,2	23,6	2,4	22,35	0,177	0,927
0,2005	5,247	2,567	0,515	1,7	1,679	5,5	5,02	5,268	18,0	19,5	1,5	18,7	0,181	0,963
0,2335	6,11	2,567	0,599	1,7	1,622	6,34	5,74	6,043	15,5	16,4	0,9	16,0	0,184	0,986
0,250	6,245	2,567	0,642	1,7	1,587	6,76	6,11	6,434	14,5	15	0,5	14,8	0,187	0,995

BIBLIOGRAFIE

1. *Horlok, J. H.*, Axialkompressoren. Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1965.
2. *Pfleiderer, C., Petermann, H.* Strömungsmaschinen. 4. Auflage. Springer — Verlag, Berlin/ Heidelberg/ New York, 1972.
3. *Zidaru, Gh.*, Mișcări potențiale și hidrodinamica rețelelor de profile. Curs. Editura didactică și pedagogică, București, 1981.

Berechnung des ummantelten Propellers unter der Annahme des Potential—und Erzwungenwirbels

In der vorliegenden Arbeit werden die Hauptgleichungen zum Entwerfen de summantelten Propellers hergeleitet.

Indem man den Propeller als Pumpelafrad betrachtet, wird der Axialschub und die Leistung als Hauptangaben statt der Förderhöhe und des Durchflusses angenommen.

Man gibt als Beispiel das Entwerfen eines Propellers unter den Voraussetzungen des Potentialwirbels und des erwungenen Wirbels an.

C.Z.: 621.2 :621.65/.69
532.5 :621.65/.69

ASUPRA ELEVATOARELOR HIDRAULICE CU AX MELCAT

D. ROBESCU*

În lucrare se prezintă rezultatele cercetărilor teoretice și experimentale asupra elevatoarelor hidraulice cu ax melcat utilizate ca echipamente de pompare în stațiile de epurare. Se propune o soluție constructivă care prezintă avantaje tehnico-economice față de echipamentele folosite actual și se dau criteriile de similitudine pentru transpunerea datelor experimentale de pe model pe prototip.

Elevatorul hidraulic cu șurub, denumit în literatura de specialitate și ca transportor hidraulic, este un echipament de pompare folosit din ce în ce mai mult în stațiile de epurare datorită multiplelor avantaje constructive și funcționale: autoreglaj al debitului funcție de nivelul lichidului din zona amonte, întreținere simplă, reducerea gradului de dezintegrare a flocoanelor de nămol și a uzurilor datorită turațiilor mici.

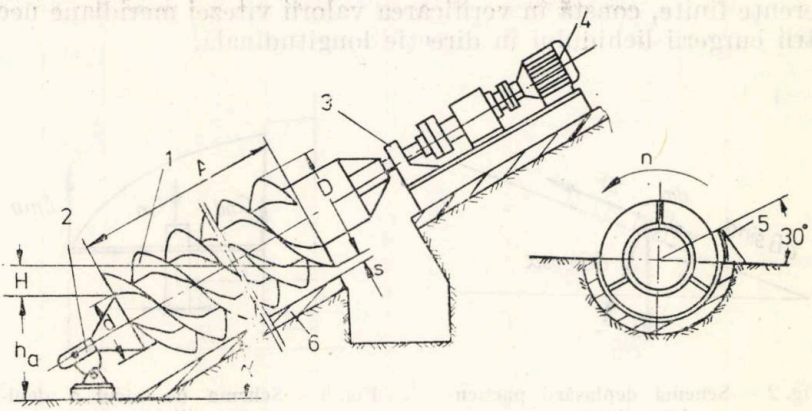


Fig. 1 — Elevator hidraulic cu ax melcat

Principiul acestui echipament de pompare (fig. 1), descoperit de Arhimede, este împingerea unei cantități de lichid, în unitatea de timp, pe un jgheab înclinat (6) cu ajutorul unui șurub fără sfîrșit (1) susținut pe două lagăre (2) și (3) și antrenat în mișcare de rotație de la un grup motoreductor (4). Pentru majorarea randamentului volumic, în general, arborele

Manuscris primit la data de 11 noiembrie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Catedra Hidraulică

melcat se execută cu mai multe începuturi ($Z = 2; 3$), iar jgheabul este completat la exterior, în sensul învîrtirii, de o apărătoare metalică (4) care subîntinde un unghi de 30°.

Insuficient studiat și absolut necesar stațiilor de pompare din instalațiile de epurare a apelor uzate acest echipament constituie obiectul prezentei lucrări.

1. Considerații teoretice

O particulă fluidă de masă dm este ridicată pe planul înclinat cu unghiul α față de orizontală al jgheabului dacă este îndeplinită condiția

$$dF > dG \sin\alpha + \lambda dG \cos\alpha \tag{1}$$

unde λ este coeficientul de pierdere de sarcină liniară asimilat cu un coeficient de frecare, (fig. 2). Inegalitatea (1) se poate scrie sub forma

$$\rho c_m dQ > g\rho\, dm \sin\alpha + \lambda\rho g\, dm \cos\alpha \tag{2}$$

în care c_m este viteza meridiană (componenta de debit dQ), sau

$$c_m dQ > g dm(\sin\alpha + \lambda\cos\alpha). \tag{3}$$

Importanța teoretică și practică a acestei inegalități, transformată în diferențe finite, constă în verificarea valorii vitezei meridiane necesară realizării curgerii lichidului în direcție longitudinală.

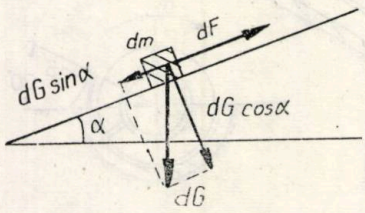


Fig. 2 — Schema deplasării particulelor fluide

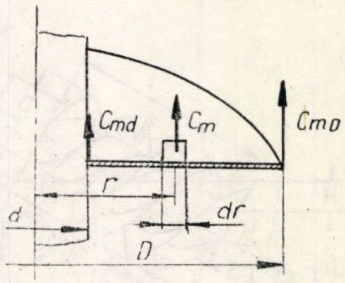


Fig. 3 — Schema de calcul a debitului lichid

Debitul elementar de lichid vehiculat de elevatorul hidraulic, în conformitate cu notațiile din figura 3, este dat de relația

$$dQ = \frac{1}{2} c_{m_{med}} 2\pi r\, dr \tag{4}$$

unde $c_{m_{med}}$ este valoarea vitezei meridiane medii determinată pe baza vitezelor meridiane de la butuc c_{md} și periferic $c_{meă}$, iar coeficientul numeric 1/2

este afectat relației deoarece numai jumătate din secțiunea activă este plină cu lichid. Debitul total este

$$Q = \frac{1}{2}\int_{d/2}^{D/2} c_{m_{med}} 2\pi r\, dr = \frac{\pi}{8}(D^2 - d^2)c_{m_{med}} \tag{5}$$

Din triunghiul de viteze rezultă componenta meridiană

$$c_{m_{med}} = u_{med}\operatorname{tg}\beta = \frac{D+d}{4}\omega\operatorname{tg}\beta = \frac{D+d}{4}\frac{\pi}{30}n\operatorname{tg}\beta \tag{6}$$

în care β este unghiul de înclinare al spirei melcului dat de expresia $\operatorname{tg}\beta = p/\pi D$, unde p este pasul axului melcat. Așadar, debitul de lichid vehiculat de elevator, dat de expresia (5) în care se înlocuiește relația (6), este

$$Q = \frac{\pi}{16}(D^2 - d^2)\frac{D+d}{D}np. \tag{7}$$

Puterea hidraulică a pompei cu șurub melc este dată de expresia

$$P_h = 9{,}8\ Q\ H/\eta \qquad [\text{kW}] \tag{8}$$

în care H este sarcina elevatorului hidraulic, mărime dependentă numai de sarcina geodezică H_g, dată de expresia

$$H = H_g + \frac{D}{2}\cos\alpha = A\sin\alpha - \frac{d}{2}\cos\alpha. \tag{9}$$

Funcția putere a elevatorului hidraulic cu arbore melcat este

$$P = P[D, d, A, s, p, H, H_g, g, \rho, \eta_l, Q, c, n, \alpha] \tag{10}$$

în care D, d, A, s, p, H, α, sînt mărimi geometrice precizate în figura (1), ρ, η_l — densitatea și viscozitatea dinamică a lichidului, iar c — viteza absolută a lichidului prin elevatorul hidraulic. Prin aplicarea teoremei lui Buckingham expresiei (10) rezultă relația funcțională criterială

$$\pi_{12} = F[\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{11}] \tag{11}$$

sau cu explicitarea produselor adimensionale de tip π

$$\frac{P}{\rho D^5 n^3} = F\left[\frac{d}{D}, \frac{A}{D}, \frac{s}{D}, \frac{p}{D}, \frac{H}{D}, \frac{H_g}{D}, \frac{g}{Dn^2}, \frac{Q}{D^3 n}, \frac{c}{Dn}, \frac{\eta_l}{\rho D^2 n}, \alpha\right] \tag{12}$$

Au rezultat astfel parametrii adimensionali caracteristici care permit transpunerea prin similitudine a datelor de pe model pe prototip.

2. Corelații adimensionale caracteristice elevatorului hidraulic cu ax melcat

Din analiza statistică a datelor cuprinse în literatura de specialitate [4], [6], [7], [8] au rezultat următoarele domenii optime de variație utile în etapa de alegere și dimensionare a elevatorului hidraulic : $d/D = 0{,}4 \ldots 0{,}6$; $A/D = 4 \ldots 25$; $s/D = 0{,}0045 \ldots 0{,}0090$; $p/D = 0{,}8 \ldots 1{,}2$; $H/D = 2 \ldots 30$; $Q/D^3n = 2{,}5 \ldots 6$; $\alpha = 22° \ldots 40°$. De asemenea, au rezultat și corelațiile dintre diferitele rapoarte adimensionale :

a) curba de variație $Q/D^3n = f(\alpha)$; se menționează că valorile coeficientului de debit al lui Rateau scad cu majorarea unghiului de înclinare α, (fig. 4) ;

b) corelația $P/\rho D^2n^3$ (numărul adimensional al lui Euler) în funcție de coeficientul de debit Q/D^3n, dată în figura 5, admite un maximum în domeniul de valori $Q/D^3n = (4{,}3 \ldots 4{,}7)\,10^3$ datorită performanțelor hidrodinamice superioare ;

c) corelațiile $P/\rho D^3n^3 = f(\alpha)$ și $\eta = \eta(\alpha)$, η — randament global, reprezentate grafic în figura 6, conduc la precizarea punctului optim de funcționare corespunzător unghiului de înclinare al jgheabului de 30° față de orizontală.

Importanța teoretică și practică a similitudinii elevatorului hidraulic pe baza produselor adimensionale de tip π, precum și a corelațiilor stabilite prin prelucrarea statistică a datelor din literatura de specialitate rezultă

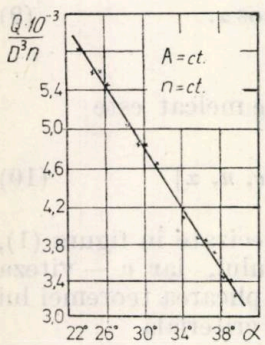


Fig. 4 — Corelația $\frac{Q \cdot 10^{-3}}{D^3n} = f(\alpha)$.

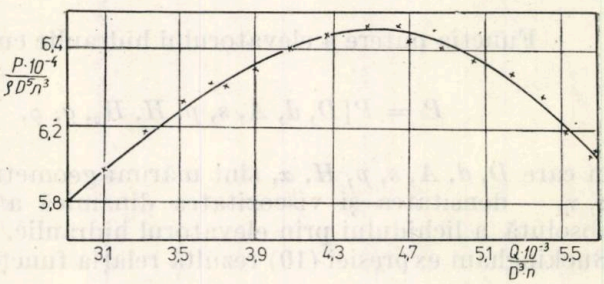


Fig. 5 — Dependența numărului Euler $Eu = \frac{P \cdot 10^{-4}}{\rho D^5 n^3}$ funcție de coeficientul de debit $\frac{Q \cdot 10^{-3}}{D^3n}$

din însăși metodologia actuală de proiectare prin similitudine a acestor echipamente. Totodată similitudinea permite tipizarea corectă și înserierea elevatoarelor hidraulice într-o gamă largă de puteri și debite de lichid.

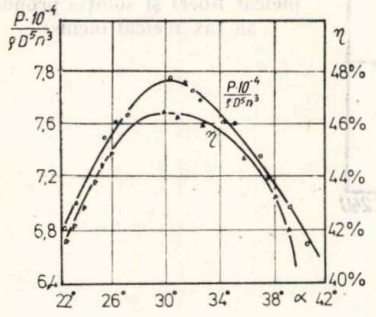


Fig. 6 — Variația numărului Euler și a randamentului η în funcție de unghiul de înclinare α.

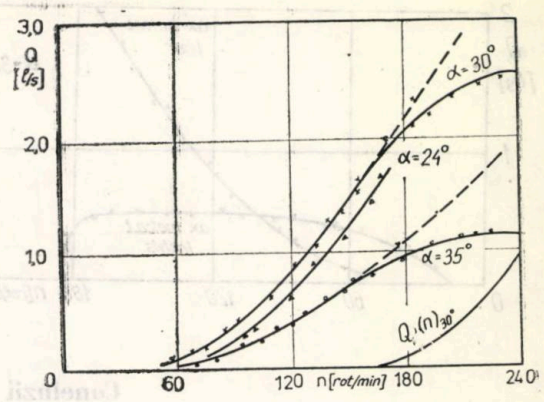


Fig. 7 — Variația debitului de lichid funcție de turație pentru modelul experimental cu diametrul D = 122mm la diverse unghiuri α.

3. Cercetări experimentale asupra elevatoarelor hidraulice cu ax melcat

În cursul anului 1981 au fost efectuate măsurători experimentale pe o instalație model executată în laboratoarele catedrei de hidraulică și mașini hidraulice. Echipată cu un motor de curent continuu, care permite variația turației în limite largi și prevăzută cu dispozitive speciale de modificare a unghiului de înclinare α, instalația a permis studiul experimental complex al elevatorului cu ax melcat. Cercetările au fost efectuate ca urmare a necesității îmbunătățirii parametrilor funcționali tehnico-economici prin modificarea soluției constructive actuale. De aceea în laborator au fost cercetate experimental două modele, unul similar cu cel din natură (arbore melcat deschis), iar celălalt cu arborele melcat închis într-o carcasă circulară solidară cu acesta — soluție mult mai rentabilă decît prima.

În figura 7 se prezintă modul de variație a debitului de lichid vehiculat de elevatorul hidraulic în funcție de turație pentru diferite valori ale unghiului de înclinare α. Debitul de lichid crește cu turația pînă la o valoare la care efectul forțelor centrifuge este preponderent și lichidul este aruncat afară din jgheabul de sub arborele melcat; variația debitului de lichid pierdut sub formă de picături aruncate în exterior Q în funcție de turație este indicată, pentru unghiul $\alpha = 30°$, în colțul de jos al diagramei. Din analiza diagramei rezultă domeniul de variație a turației modelului — se poate extrapola pe prototip prin relațiile de similitudine prezentate — și valoarea optimă a unghiului de înclinare $\alpha = 30°$.

În diagrama din figura 8 se compară curbele de variație a debitului transportat în cele două variante menționate pentru valoarea optimă a unghiului de 30°. Rezultă domeniul de variație a turației în care varianta propusă conduce la valori superioare ale debitului de lichid față de soluția existentă actual. La turații mai mari forța centrifugă reține particulele fluide pe peretele exterior și debitul de lichid transportat scade la zero.

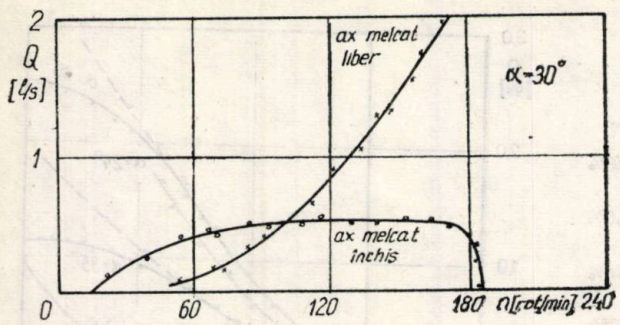


Fig. 8 — Dependența debitului de lichid transportat de elevator funcția de turație pentru varianta existentă (ax melcat liber) și soluția propusă (ax melcat închis)

Concluzii

Elevatorul hidraulic cu ax melcat este un echipament de pompare cunoscut încă din antichitate, dar reactualizat ca utilizare în special în stațiile de epurare datorită multiplelor avantaje constructive și funcționale ce îl fac apt să răspundă condițiilor grele de lucru din aceste instalații.

Cercetările teoretice au condus la determinarea raportului de forțe care acționează asupra particulelor fluide și a parametrilor adimensionali caracteristici utili în dimensionarea prin similitudine a elevatoarelor hidraulice prototip. Corelațiile dintre parametrii adimensionali precum și domeniul optim de variație a acestora, date în lucrare, pot fi utilizate la proiectarea elevatoarelor hidraulice de mari dimensiuni.

Cercetările experimentale au arătat intervalul optim de variație a parametrilor (turație, debit, unghi de înclinare etc.) precum și superioritatea soluției constructive propuse în domeniul turațiilor mici.

BIBLIOGRAFIE

1. *Grazev, G.* Tîrben hidrotransport speţialnii pompi. Tehnica, Sofia, 1981.
2. *Robescu, D.*, Instalații de depoluare a apei și aerului. Institutul politehnic București, litografiat, 1979.
3. *Robescu., D., Marinache, R.*, Cercetări teoretice și experimentale asupra curgerii hidrodinamice printr-un transportor hidraulic. Sesiunea științifică a cercurilor studențești, Institutul politehnic București, mai 1979.
4. *Robescu, D., Petrovici, T.*, Cercetări teoretice și experimentale asupra transporturilor hidraulice elicoidale folosite ca utilaje de pompare, în stațiile de epurare. Sesiunea de comunicări științifice, Institutul politehnice Timișoara 1979.
5. *Stoianovici, S.* Transportoare hidraulice, Hidrotehnica, 4, 1979.
6. * * * Catalog de utilaje și echipamente pentru alimentări cu apă și canalizări. C.P.C.P. — I.S.L.G.C., București, 1980.
7. * * * Catalog Spaans. Firma Spaans, Olanda, 1973.
8. * * * Scheckenpumpen für schlammforderung bauart. Catalog INTERSIGMA C/085/1971.

Über die hydraulischen Elevatoren mit Schraubenwelle

In der vorliegenden Arbeit werden die theoretischen und experimentellen Forschungen über die hydraulischen Elevatoren mit Schraubenwelle vorgestellt, die als Pumpenanlagen in den Kläranlagen benutzt werden. Eine technisch und ökonomisch günstige Lösung zum Vergleich mit den aktuellen üblichen Anlagen wird vorgesschlagen. Die Ähnlichkeitskriterien dieser Anlagen werden ebenfalls angegeben.

NOTĂ

C.Z.: 530.145.62
517.512

ASUPRA „SIMULTANEITĂȚII" MĂSURĂRILOR VARIABILELOR CONJUGATE CANONIC IN RELAȚIILE DE INCERTITUDINE ALE LUI HEISENBERG

P. E. STERIAN *

În lucrare autorul pune în discuție simultaneitatea măsurărilor pentru variabilele conjugate canonic care intervin în relațiile de incertitudine ale lui Heisenberg, în contextul cauzalității relativiste.

Se arată incompatibilitatea „simultaneității lui Heisenberg" cu cauzalitatea relativistă și se propune reformularea principiului de incertitudine al lui Heisenberg.

1. Introducere

Principiul de incertitudine al lui Heisenberg, atestă existența unor variabile dinamice incompatibile, în raport cu procesul de măsură, care satisfac relațiile de incertitudine:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \hbar\,;\ \Delta E \cdot \Delta t \geqslant \hbar\,;\ \Delta\varphi \cdot \Delta J_z \geqslant \hbar\,;\ \Delta\Phi \cdot \Delta n \geqslant \hbar \text{ etc.}, \tag{1}$$

astfel că se admite următorul enunț al acestuia.

„Valoarea produsului impreciziilor care apar la determinarea *simultană* a două variabile conjugate canonic este de ordinul de mărime al constantei lui Planck".

Relațiile de mai sus se pot scrie, după cum se știe, sub forma unor relații de comutare între observabilele incompatibile corespunzătoare conform teoremei: fiind dați doi operatori hermitici A și B și comutatorul lor $C = [A, B]$ se poate demonstra relația

$$\Delta A \Delta B \geqslant \frac{1}{2} |<C>| \tag{2}$$

unde

$$\Delta A = \sqrt{<A^2> - <A>^2} \quad \text{și} \quad \Delta B = \sqrt{<B^2> - <B>^2} \tag{3}$$

Nici o măsurare bazată pe principii fizice reale nu va putea să evite limitările date de aceste relații.

Manuscris primit la data de 11 decembrie 1982
* Conf. dr. ing., Catedra Fizică

Concluziile desprinse din studiul caracterului universal al dualismului corpuscul-undă în contextul cauzalității relativiste, precum și alte observații rezultate din formalismele matematice ale teoriei cuantice l-au condus pe autor la o nouă abordare a relațiilor de incertitudine ale lui Heisenberg în care se pune în discuție posibilitatea determinării simultane în procesul de măsură al impreciziilor care intervin în relațiile de incertitudine, arătîndu-se incompatibilitatea „simultaneității" cu cerințele cauzalității relativiste și propunîndu-se o reformulare a principiului de incertitudine.

2. Relațiile de coordonate Fourier reciproce dintre variabilele conjugate canonic, respectiv dintre observabilele incompatibile

Din teoria clasică a undelor se știe că propagarea pachetului de unde de lărgime Δx implică relații de nedeterminare de tipul

$$\Delta x \Delta k \geqslant 2\pi \tag{4}$$

în raport cu perechea de transformate Fourier reciproce ale semnalelor $A(x)$ și $B(k)$, Δk reprezentînd împrăștierea vectorilor de undă.

Analog în cazul perturbațiilor de durată finită Δt se pot pune în evidență relații de tipul:

$$\Delta t \Delta \omega \geqslant 2\pi \tag{5}$$

în raport cu perechea de transformate Fourier reciproce ale semnalelor $C(t)$ și $D(\omega)$, $\Delta\omega$ indicînd conținutul spectral al perturbației.

În teoria cuantică, relațiile (4) și (5) se pot scrie sub forma primelor două relații de incertitudine (1), atît pentru fotoni cît și pentru particulele substanțiale. Relații de transformate Fourier reciproce pot fi evidențiale, de asemenea, și pentru semnalele definite pe spațiile variabilelor canonice care intervin în celelalte expresii (1) ale relațiilor de incertitudine. Mai remarcăm și faptul că pentru sistemele dinamice neondulatorii între variabilele conjugate canonic există relații definite de parantezele Poisson clasice, cărora le corespund în cazul sistemelor cuantice parantezele lui Poisson cuantice.

3. Transformatele Fourier în procesul de măsură, implică existența unor sisteme fizice

Trecerea în procesul de măsură din spațiul variabilei directe în spațiul variabilei conjugate canonic pe care-l vom denumi *spațiu Fourier*, presupune un sistem fizic de prelucrare a informației.

Se va exemplifica acest lucru cu ajutorul transformatei Fourier optice bidimensionale.

Fie o funcție $g(x, y)$ de două variabile independente x și y care pot fi coordonatele unui punct în plan. Dacă sînt îndeplinite condițiile:

— $g(x, y)$ este absolut integrabilă în planul infinit (x, y);

— $g(x, y)$ are un număr finit de discontinuităţi şi un număr finit de maxime şi minime în orice dreptunghi finit;

— $g(x, y)$ nu are discontinuităţi infinite,

atunci există relaţiile:

$$G(f_x, f_y) = F\{g(x, y)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp[-i(\omega_x x + \omega_y y)] \, dx dy \tag{6}$$

respectiv

$$g(x, y) = F^{-1}\{G(f_x, f_y)\} = \tag{7}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(f_x, f_y) \exp\,[i(\omega_x x + \omega_y y)] \, df_x \, df_y$$

care definesc transformatele Fourier directă şi inversă ale funcţiei $g(x, y)$.

Mărimile $f_x = \frac{\omega_x}{2\pi}$ şi $f_y = \frac{\omega_y}{2\pi}$ sînt frecvenţele spaţiale, iar $G(f_x, f_y)$ funcţia spectrală a semnalului $g(x, y)$.

În cazul funcţiilor care nu satisfac condiţiile de transformată Fourier se defineşte transformata Fourier generalizată.

Se ştie că un sistem optic potrivit pentru realizarea unei transformate Fourier bidimensionale este o lentilă. Dacă în planul focal anterior al acesteia P_1 se situează funcţia semnal $g(x, y)$, în planul focal posterior P_2 al lentilei se afişează spectrul Fourier $G(f_x, f_y)$ al semnalului introdus la planul P_1, frecvenţele spaţiale fiind date de relaţiile

$$\omega_x = -\frac{2\pi x_2}{\lambda F}; \quad \omega_y = -\frac{2\pi y_2}{\lambda F} \tag{8}$$

în care F este distanţa focală a lentilei, iar λ lungimea de undă a radiaţiei utilizate. Proprietatea de transformată Fourier optică a unei lentile se poate analiza folosindu-se fenomenul de difracţie Huygens-Fresnel.

4. Stabilirea experimentală a relaţiilor de incertitudine ale lui Heisenberg

Relaţiile de incertitudine ale lui Heisenberg sînt stabilite, de obicei, pe baza analizei observaţiilor experimentale. Este cunoscută în acest sens, experienţa imaginată de Heisenberg privind măsurarea „simultană" a poziţiei şi impulsului electronului cu ajutorul „microscopului cu raze γ". Alte exemple de fapte experimentale din a căror analiză rezultă existenţa unor relaţii de incertitudine sînt următoarele:

— experienţele de difracţie a electronilor printr-o fantă;

— experienţele de deviere în cîmp magnetic a unei particule;

— procesele de ciocnire Compton a unei particule cu un foton etc.

5. Nu se poate pune problema măsurării simultane a observabilelor incompatibile datorită vitezei finite de propagare a interacţiunilor

Să admitem următoarele *ipoteze* desprinse din studiul efectuat în paragrafele anterioare:

— Variabilele canonic conjugate, respectiv variabilele incompatibile, aparţin unor spaţii Fourier reciproce;

— Transformatele Fourier în procesul de măsură presupun existenţa unor sisteme fizice de prelucrare a informaţiei;

— În deducerea relaţiilor de incertitudine pe cale experimentală se utilizează sisteme fizice care efectuează transformate Fourier pentru a se pune în evidenţă cele două spaţii conjugate canonic şi a se putea astfel efectua măsurări asupra mărimilor incompatibile care intră în relaţiile de incertitudine.

Se impun *concluziile*:

Datorită vitezei finite de propagare a interacţiunilor, trecerea „semnalului" prin sistemul fizic pentru efectuarea transformatei Fourier are o durată finită.

Prin urmare, mărimile de la intrarea şi de la ieşirea sistemului care fac transformata Fourier şi care constituie variabilele conjugate canonic sau observabilele incompatibile *nu sînt simultane* la momentul considerat pentru efectuarea măsurării, în sensul obişnuit al formulării relaţiilor de incertitudine ale lui Heisenberg.

Relaţiile de incertitudine rămîn adevărate reflectînd dualismul undă-corpuscul, dar conţinutul principiului de incertitudine se schimbă *nefiind vorba de o măsurare simultană.*

Nu pot fi măsurate simultan cauza şi efectul.

Departe de a contrazice principiul cauzalităţii, relaţiile de incertitudine vin să-l confirme, deoarece, dacă admitem principiile relativităţii einsteiniene, în analiza procesului de măsură, trebuie să ţinem seama de propagarea cu viteza finită a interacţiunilor.

Să considerăm, de exemplu, trecerea particulei cuantice, electron sau foton, printr-o fantă, care constituie aparatul ce efectuează transformata Fourier, ca urmare a fenomenelor de difracţie. Funcţia semnal la planul fantei este funcţia de undă a particulei. Transformata sa Fourier reprezintă funcţia de undă în spaţiul impulsurilor a căror determinare nu poate fi considerată simultană cu cea a coordonatei electronului care trece prin fantă.

Elementul de volum minim din spaţiul fazelor $\Delta x \cdot \Delta p \simeq h$ este corelat cu relaţiile de incertitudine fiind evidenţiată tocmai imposibilitatea „*localizării*", prin măsurări, în interiorul acestui element de volum a particulei cuantice, măsurările asupra poziţiei şi impulsului particulei cuantice perturbate fiind nesimultane. În schema alăturată se prezintă sintetic raporturile evidenţiate în lucrare, dintre fizica clasică şi cea cuantică, privind relaţiile dintre variabilele conjugate canonic şi rolul aparatului de măsură în stabilirea experimentală a acestor raporturi.

RELAŢII INTRE VARIABILELE CONJUGATE CANONIC

MATEMATIC — variabilele conjugate canonic aparţin unor spaţii Fourier reciproce

1. *FIZICA CLASICA* — Sisteme clasice
   - — unde de diferite tipuri → Relaţiile de nedeterminare
   - — sisteme dinamice neondulatorii → Parantezele lui Poisson clasice

Proprietăţile menţionate sînt consecinţe ale proceselor fizice de evoluţie şi propagare putînd fi evidenţiate în procesul de măsură.

2. *FIZICA CUANTICA* — Sisteme cuantice
   - — caracterul dual ondulatoriu-corpuscular, descris de funcţia de undă $\psi(\bar{r}, t)$
   - — cuantificarea acţiunii prin constanta lui Planck, h.

Observabile comutative

Variabile de intrare în spaţiul direct

Variabile de intrare în spaţiul direct

APARATUL DE MĂSURĂ

Potrivit pentru măsurarea proprietăţii

Evidenţiază proprietatea care se măsoară în spaţiul Fourier

Variabile de ieşire în spaţiul direct

Variabile de ieşire în spaţiul Fourier

— neconjugate canonic cu cele de la intrare

— conjugate canonic cu cele de la intrare

Observabile necomutative

Relaţii între variabilele cuantice conjugate canonic (Observabile incompatibile în raport cu procesul de măsură)

De tipul relaţiilor de nedeterminare	De tipul parantezelor lui Poisson clasice
Relaţiile de incertitudine ale lui Heisenberg	Parantezele lui Poisson cuantice

6. Concluzii

a) Experienţele „standard" nu sînt pentru măsurarea simultană a poziţiei şi impulsului, cum se admite de obicei, deoarece intervine rolul aparatului (transformatorul Fourier) prin care informaţia se propagă cu viteză finită.

b) Relaţiile de incertitudine pot fi privite ca fiind corelaţii statistice între rezultatele măsurărilor efectuate asupra variabilelor dinamice corespunzătoare în spaţii Fourier conjugate.

c) Faptul că orice sistem cuantic este supus relaţiilor de incertitudine atestă caracterul său ondulatoriu, relaţiile de incertitudine avîndu-şi corespondentele lor în teoria clasică a undelor (analog pot fi interpretate şi parantezele lui Poisson cuantice dacă se consideră caracterul corpuscular al sistemelor cuantice).

d) Întrucît , datorită cerinţelor principiului cauzalităţii, nu pot fi realizate aparate pentru măsurarea simultană a mărimilor din spaţii Fourier conjugate, informaţia propagîndu-se cu viteză finită, apar ca lipsite de sens interpretările privind măsurarea simultană a variabilelor conjugate canonic.

e) Conform acestei interpretări rezultă imposibilitatea „localizării" prin măsurări a particulei cuantice, în interiorul elementului de volum $\Delta x \Delta p_x \simeq h$ din spaţiul fazelor, măsurările asupra poziţiei şi impulsului particulei cuantice fiind nesimultane.

f) Prin urmare, principiul de incertitudine al lui Heisenberg s-ar putea reformula astfel : „Rezultatele măsurărilor efectuate în spaţii Fourier reciproce asupra variabilelor dinamice conjugate canonic ale sistemelor cuantice sînt corelate statistic, valoarea produsului impreciziilor fiind de ordinul de mărime al constantei lui Planck".

On the „Simultaneity" of the Measurements for the Conjugate Variables in Heisenberg's Uncertainty Relations

In the paper the author put in discussion the simultaneity of the measurements for the conjugate variables in Heisenberg's uncertainty relations, in context of the relativistic causality.

The incompatibility of the Heisenberg simultaneity with relativistic causality is shown so is proposed a reformulation of the Heisenberg uncertainty principle.

CUPRINSUL SERIEI MECANICĂ PE ANUL 1982

MATEMATICĂ

R. Voinea, D. Mangeron, L. Krivoschein, D. Fernandez — Teoreme relativ la sistemele matematice de structură mixtă. nr. 1, p. 3.

P. Balea — O clasificare generală a proceselor de aşteptare. nr. 1, p. 9.

O. Stănăşilă — Asupra interpolării multidimensionale. nr. 2, p. 3.

Lucia Drăguşin — Descrierea comportării mecanice a pămînturilor considerate ca medii trifazice. nr. 2, p. 9.

D. Mangeron, L. E. Krivoschein, A. M. Krall, D. L. Fernandez — Contribuţii la studiul problemelor de contur pentru ecuaţii integro-diferenţiale cu operatori polivibranţi nr. 3, p. 3.

C. Stănăşilă, C. Berbente, O. Stănăşilă — Consideraţii asupra unui model de instalaţie energetică eoliană. nr. 3, p. 12.

G. Mănoiu — Asupra problemei plăcii plane dreptunghiulare perforate încovoiate plastic ; conceptul de placă echivalentă cu o analogie de tipul Duhamel-Neumann. nr. 3, p. 19.

O. Iordache, S. Corbu, — Mişcarea brauniană a unei particule. nr. 3, p. 27.

FIZICĂ

V. L. Fara, R. Grigorescu — Criterii tehnico-economice de alegere a variantei optime pentru instalaţiile energetice solare (II). nr. 1, p. 17.

P. Sterian — Asupra „simultaneităţii" măsurărilor variabilelor conjugate canonic în relaţiile de incertitudine ale lui Heisenberg. nr. 3, p. 95.

MECANICĂ

N. Enescu — Studiul regimului tranzitoriu al unui sistem vibrator liniar cu un grad de libertate. nr. 1, p. 25.

St. Staicu — Studiul ciocnirii solidului, în mişcarea sferică, cu ajutorul teoriei vectorilor duali. nr. 2, p. 17.

MECANICĂ AGRICOLĂ

T. Căsăndroiu, M. Segărceanu — Consideraţii teoretice privind forma geometrică optimă a aparatului de treier pentru porumb. nr. 1, p. 33.

MECANICĂ FINĂ

T. Demian, N. Lambrache — Asupra utilizării ferofluidelor la lagărele aparatelor din mecanica fină. nr. 1, p. 43.

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C. Petcu, H. Pitaru, A. Belei — Contribuţii la creşterea preciziei calculului de rezistenţă al arborilor cotiţi (I), nr. 1, p. 53.

C. Petcu, H. Pitaru, A. Belei — Contribuţii la creşterea preciziei calculului de rezistenţă al arborilor cotiţi. (II), nr. 2, p. 34.

T. Turcoiu — Cercetări în legătură cu răcirea pistonului la unele motoare diesel, răcite cu aer. nr. 3, p. 31.

TERMOTEHNICĂ

Al. Dănescu, S. Petrescu, O. Mălăncioiu, N. Băran, Al. Chisacof, S. Bucurenciu — Instalaţie solară cu ciclu termodinamic utilizînd un concentrator cilindro-parabolic de 100 m. nr. 1, p. 65.

O. Mălăncioiu — Soluţia ecuaţiei conducţiei căldurii la sistemul cu conductivitatea termică varaibilă liniar cu temperatura. nr. 2, p. 26.

AERONAVE

D. Rugescu — Soluţie analitică iterativă pentru ascensiunea pasivă a rachetelor nr. 1, p. 73.

I. Stiharu — Un model liniar, în variabile de stare, pentru aeronave de transport, în regim subsonic de zbor, nr. 3, p. 38.

V. Stanciu — Regimurile limită în funcţionarea compresoarelor axiale supersonice. nr. 3, p. 47.

CAZANE

C. Neaga — Analiza posibilităţilor de aprindere a prafului de lignit din bazinul Olteniei în amestec cu gazele rezultate din arderea combustibilului gazos de aport. nr. 2, p. 40.

MAŞINI UNELTE ŞI SCULE

E. Străjescu — Contribuţii privind influenţa microgeometriei sculelor aşchietoare din oţel rapid asupra capacităţii lor de aşchiere (I). nr. 1, p. 85.

E. Străjescu — Contribuţii privind influenţa microgeometriei feţelor active ale sculelor aşchietoare din oţel rapid asupra capacităţii lor de aşchiere. (II). nr. 2, p. 51.

Cai Shude — Optimizarea parametrilor sistemelor dinamice cu distribuitoare cu sertar. nr. 3, p. 60.

C. Minciu, I. Tănase — Generarea danturii roţilor conice de modul mic nr. 3, p. 54.

TEHNOLOGIA MATERIALELOR ŞI SUDURĂ

D. Drimer, D. Dimitrescu — Contribuţii la realizarea fagurilor metalici în construcţii aeronautice. nr. 1, p. 93.

Gh. Amza, Gh. Calea — Îmbunătăţirea calităţii şi a durabilităţii cuţitelor-roată de mortezat dantura, folosind ascuţirea în cîmp ultrasonor. nr. 1, p. 97.

Gh. Amza, V. Popovici, I. Roşca — Nomograme de calcul şi construcţie a concentratoarelor de energie ultrasonoră. nr. 3, p. 70.

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

A. Szuder — Prelucrabilitatea prin aşchiere a aliajelor de aluminiu extrudabile AlCu4Mgl şi AlCu4SilMg. nr. 2, p.

C. Neagu, M. Gheorghe — Influenţa erorilor de orientare asupra preciziei de prelucrare nr. 2, p. 64.

TRANSPORTURI

Al. Popa — Regimurile tranzitorii electromecanice ale motoarelor asincrone utilizate în tracţiunea feroviară. nr. 2, p. 72.

Al. Nancu, I. Tănăsuică, S. Raicu, I. Cataramă — Elaborarea procedurilor sistemului informatic pentru analiza activităţii staţiilor tehnice dotate cu minicalculatoare Coral. nr. 3, p. 78.

HIDRAULICĂ

Julieta Florea, V Panaitescu — Cercetări asupra stabilităţii hidrodinamice. nr. 1, p. 101.

Julieta Florea, N. Vasiliu, I. Manea, C. Vişan, E. Popovici — Posibilităţi de automatizare a încercării de rezistenţă şi etanşeitate a unor piese cu geometrie complexă nr. 2, p. 79.

Al. Diacon, V. Nistreanu, E. Isbăşoiu — Debitmetrie de exploatare a centralelor hidroelectrice. nr. 2, p. 86.

Gh. Zidaru — Utilizarea profilelor Naca—65 pentru proiectarea rotoarelor de pompe axiale. nr. 2, p. 94.
D. Robescu — Modelarea transferului de oxigen din aer în apă în procese de reaerare artificială cu echipamente mecanice de aerare. nr. 2, p. 100.
Gh. Zidaru — Calculul elicei întubate în ipoteza vîrtejului potențial și a vîrtejului forțat. nr. 3, p. 83.
D. Robescu — Asupra elevatoarelor hidraulice cu ax melcat, nr. 3, p. 89.

ORGANE DE MAȘINI

A. Tudor — Asupra dependenței criteriale a coeficientului de frecare de parametrii caracteristici uzării adezive a roților dințate nr. 1 p. 105.

INDEX DE AUTORI

Amza Gh., *1*, p. 97 ; *3*, p. 70
Balea P., *1*, p. 9
Băran N., *1*, p. 65
Belei A., *1*, p. 53 ; *2*, p. 34
Berbente C., *3*, p. 12
Bucurenciu S., *1*, p. 63
Calea Gh., *1*, p. 97
Cataramă I., *3*, p. 78
Căsăndroiu T., *1*, p. 33
Chisacof Al., *1*, p. 65
Corbu S., *3*, p. 27
Dănescu Al., *1*, p. 55
Demian T., *1*, p. 43
Diacon Al., *2*, p. 86
Dimitrescu D., *1*, p. 93
Drăgușin Lucia *2*, p. 9
Drimer D., *1*, p. 93
Enescu N., *1*, p. 25
Fara V., *1*, p. 17
Fernandez D., *1*, p. 3 ; *3*, p. 3
Florea Julieta, *1*, p. 101 ; *2*, p. 79
Gheorghe M., *2*, p. 64
Grigorescu R., *1*, p. 17
Iordache O., *3*, p. 27
Isbășoiu E., *2*, p. 86
Krall A., *3*, p. 3
Krivoschein L., *1*, p. 3 ; *3*, p. 3
Lambrache N., *1*, p. 43
Manea I., *2*, p. 79
Mangeron D., *1*, p. 3 ; *3*, p. 3
Mălăncioiu O., *1*, p. 65 ; *2*, p. 26
Mănoiu G., *3*, p. 19
Minciu C., *3*, p. 54
Nancu Al., *3*, p. 78
Neaga C., *2*, p. 40
Neagu C., *2*, p. 64
Nistreanu V., *2*, p. 86
Panaitescu V., *1*, p. 101
Petcu C., *1*, p. 53 ; *2*, p. 34
Petrescu S., *1*, p. 65
Pitaru H., *1*, p. 53 ; *2*, p. 34
Popa Al., *2*, p. 72
Popovici E., *2*, p. 79
Popovici V., *3*, p. 70
Raicu S., *3*, p. 78
Robescu D., *2*, p. 100 ; *3*, p. 89
Roșca I., *3*, p. 70
Rugescu D., *1*, p. 73
Segărceanu M., *1*, p. 33
Shude C., *3*, p. 60
Staicu St., *2*, p. 17
Stanciu V., *3*, p. 47
Stănășilă C., *3*, p. 12
Stănășilă O., *2*, p. 3 ; *3*, p. 12
Sterian P., *2*, p. 95
Stiharu I., *3*, p. 38
Străjescu E., *1*, p. 85 ; *2*, p. 51
Szuder A., *2*, p. 60
Tănase I., *3*, p. 54
Tănăsuică I., *3*, p. 78
Tcacenco V., *3*, p. 83
Tudor A., *1*, p. 105
Turcoiu T., *3*, p. 31
Vasiliu N., *2*, p. 79
Vișan C., *2*, p. 79
Voinea R., *1*, p. 3
Zidaru Gh., *2*, p. 94 ; *3*, p. 83

TFZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN ANUL 1982

Ligia E. Grigorescu—Năstase — Contribuții la studiul fenomenelor din dispozitivele ionice în legătură cu aplicațiile lor în practică. (14.I. 1982)

Florinel I. Papuc — Unele particularități ale formării amestecului la motorul diesel cu injecție directă. (28. I. 1982)

Florian Drăgănescu — Contribuții la determinarea regimurilor de așchiere la frezarea aliajelor de aluminiu produse în țară. (2. II. 1982)

Alexandru Crăsneanu — Contribuții la determinarea siguranței în funcționare a instalației de alimentare cu combustibil a motoarelor diesel cu tracțiune și influența acesteia asupra economicității locomotivei. (4. III. 1982)

Sava Porneală — Contribuții la studiul proceselor de transfer de căldură și masă în absorbitoarele mașinilor frigorifice cu absorbție. (9. IV. 1982)

Elisabeta M. Rotaru Vasilescu — Sinteza multipletei spațiale cu bare și roți dințate. (21. IV. 1982)

Ilie G. Stiharu — Sistem automat pentru conducerea zborului. (22. IV. 1982)

Emil Stăncescu — Contribuții la tehnologia extruziunii și laminării produselor din Dural pentru construcții aerospațiale. (27. V. 1982)

Dănuț Sachelarie — Contribuții la studiul influenței centrilor de recombinare asupra caracteristicilor electrice ale dispozitivelor semiconductoare cu siliciu. (23. VI. 1982)

Octav Grigoraș — Studii și cercetări privind organele de extragere a sfeclei din sol. (30. VI. 1982)

Li Chun Bo — Contribuții privind influența microgeometriei și ungerii cuplelor de frecare hertziene metalice asupra parametrilor mișcării sacadate. (12. VII. 1982)

Elena Mihăilescu — Studiul vibrațiilor în sisteme mecanice neliniare cu excitație aleatoare. (15. X. 1982)

Ștefan Savu — Cercetări și soluție constructivă pentru îmbunătățirea parametrilor funcționali ai cuplajelor electromagnetice lubrifiate. (27.X. 1982)

Mahmoud Ibrahim — Contribuții privind durabilitatea plăcuțelor din carburi metalice la strujirea oțelului OLC 45. (29.X. 1982)

Fawaz Maksoud — Studiul economicității funcționale complexe a motoarelor diesel de tracțiune feroviară. (5. XI. 1982)

Victor Ghizdavu — Contribuții la studiul ambutisării prin explozie în medii granulare. (9.XI.1982)

Marcel Ginu Popa — Cercetări în legătură cu folosirea metanolului i drept combustibil pentru motorul cu aprindere prin comprimare (26.XI. 1982)

Marin Ghinăraru — Tehnologii asistate de calculator în industria constructoare de motoare electrice. (7.XII.1982)

Sun Sheng — Contribuții la studiul prelucrării metalelor prin ștanțare pe mașini cu comandă numerică. (21.XII.1982)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI MECANICĂ, CONSTRUCŢII DE MAŞINI, TRANSPORTURI — AERONAVE

apare de 3 ori pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI МЕХАНИКА, МАШИНОСТРОЕНИЕ, ТРАНСПОРТ — САМОЛЁТОСТРОЕНИЕ

Выходит три раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti", « Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti ».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне:

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI MECHANICS, MACHINE BUILDING, TRANSPORT — AERONAUTICS

The Bulletin is issued three times a year, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI MÉCANIQUE, CONSTRUCTIONS MÉCANIQUES, TRANSPORTS — AÉRONAUTIQUE

parait tous les quatre mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)

1983 OKT 2 0